
BIBLIOTHECA
REGIA
MONACHENSIS.



<36611783360018

ASTRONOMISCHE

NACHRICHTEN,

herausgegeben

von

H. C. Schumacher,

Conferenzrathe, ordentlichem Professor der Astronomie in Copenhagen, Commandeur vom Dannebroge und Dannebrogsmann, Ritter des Königl. Schwed. Nordsternordens, des Königl. Preufsischen Rothen Adlerordens zweiter Classe, des Kaiserl. Russischen St. Annen- und Stanislausordens zweiter Classe und der Ehrenlegion, Mitgliede der Königl. Gesellschaften der Wissenschaften in Copenhagen, London, Edinburgh, Stockholm, Göttingen und Upsala, der Königl. astron. Gesellschaft in London, der americanischen Gesellschaft der Wissenschaften in Philadelphia, der physiographischen Gesellschaft in Lund, und der naturforschenden Gesellschaft in Danzig, Ehrenmitgliede der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften in Dublin, der meteorolog. Gesellschaft in London, der Society of useful arts in Edinburgh, der mathematischen Gesellschaft in Hamburg und der naturforschenden Gesellschaft in Rostock, Correspondenten des Französischen Instituts, der Kaiserl. Academie der Wissenschaften in St. Petersburg, der Königl. Gesellschaften der Wissenschaften in Berlin, Brüssel, Neapel, Padua, Palermo und Turin.

Achtzehnter Band.

Mit einem Inhaltsverzeichnifs, Register und 5 Kupfertafeln.

Altona 1841.

gedruckt in der *Hammerich*- und *Lesser*'schen Buchdruckerei

I n h a l t.

Nr. 422.

Nr. 423—425.

Nr. 426.

Nr. 427.

Nr. 428.

Nr. 429.

Nr. 430.

Nr. 431.

Nr. 432.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 409.

Ueber die Sternwarte in Leiden, und die ersten daselbst angestellten Micrometer-Messungen.

Von Herrn Professor *F. Kaiser*.

Als ich am Ende des Jahres 1837 die Direction der Sternwarte, mit dem Unterrichte der Astronomie an der hiesigen Universität übernahm, waren die sich hier befindlichen Hülfsmittel zur Erfüllung meiner zweifachen Pflicht ganz ungenügend. Die Sternwarte bestand nur aus einigen Zimmern, in verschiedenen Stockwerken des Universitäts-Gebäudes verbreitet, unter welchen nur ein einziges, dessen Fufsboden sich 65 Fufs über die Strafse erhebt, eine hinlänglich freie Aussicht darbietet, während die übrigen nur die Aussicht nach Süden und Westen gestatten. Auf der Sternwarte wird eine Menge veralteter Instrumente des vergangenen Jahrhunderts aufbewahrt, aber an einigermafsen brauchbaren Instrumenten besafs sie nur zwei Uhren von *Knebel* in Amsterdam, einen Spiegel-Sextanten und einen kleinen terrestrischen Theodoliten von *Troughton* und *Simms*. Ich mufste daher, um wenigstens einigermafsen dem Zweck meines Rufes entsprechen zu können, eine beträchtliche Ausbesserung unserer ganz unbedeutenden astronomischen Hülfsmittel wünschen; und obschon es nöthig war, von der alten Sternwarte ganz abzugehen und eine neue zu errichten und auszurüsten, erlaubten die Umstände nicht, diesem Bedürfnisse der Wissenschaft bei uns Genüge zu leisten. Nur eine sehr mäfsige Summe konnte vorläufig zum Ankauf einiger wenigen Instrumente und ihrer gehörigen Aufstellung ausgesetzt werden, und mir blieb nichts anders übrig, als diese so zweckmäfsig als möglich zu benutzen.

Nicht nur wegen ihrer Kostspieligkeit war es mir nicht vergönnt, die hiesige Sternwarte mit Meridian-Instrumenten von hinreichenden Dimensionen zu versehen, sondern auch, weil die Höhe, die Anordnung und Schwäche des Gebäudes ihnen keine bequeme und hinreichend feste Stelle darbieten kann. Nur tragbare Instrumente und ein einziges von etwas gröfseren Dimensionen, dessen Gebrauch keine absolute Ruhe voraussetzt, z. B. ein Heliometer, oder ein mit einem Micrometer versehener Refractor konnte gehörig aufgestellt werden; und noch wäre es ohne eine zweckmäfsige Anordnung unmöglich geblieben, auch solche Apparate auf der hiesigen Sternwarte zu benutzen, wegen der aufserordentlichen Schwäche und Beweglichkeit der beiden kleinen Zimmer auf der Sternwarte, die einzigen, von wo überhaupt Beobachtungen möglich sind. Beim Gehen des Beobachters zittert der ganze obere Theil des Gebäudes, und wenn er seine Stelle auf dem Fufsboden nur um ein paar Schritte ändert, ändert sich auch der Stand eines auf dem Fufsboden ruhenden Instruments um ganze Minuten. Es war daher nöthig, den Instrumenten eine von dem Fufsboden und von dem ganzen oberen Theile des Gebäudes abgesonderte Unterlage zu geben, wobei ich auf folgende Art verfahren bin.

Eine alte und solide zwei Fufs dicke Mauer umschliefst die grofse Wendeltreppe des Universitäts-Gebäudes und bildet ein zehneckiges Thürmchen von 11 Fufs innerm Durchmesser und 40 Fufs Höhe. Auf dem obern Ende dieser Mauer oder dieses Thürmchens hat man vor etwa 25 Jahren ein neues Thürmchen errichtet, dessen schwache Mauern aber nur einen Fufs dick sind, und das sich noch 40 Fufs über das Ende der ältern Mauer, also im Ganzen 80 Fufs über die Strafse erhebt. Das neue Thürmchen enthält drei kleine, ebenfalls zehneckige Zimmer unmittelbar über einander, deren höchstes mit einer Drehkuppel versehen ist und mit dem unmittelbar darunter befindlichen Zimmerchen zur Beobachtung eingerichtet werden konnte. Auf dem oberen Ende der alten Mauer, wo sie, wegen ihrer gröfseren Dicke, einen Fufs nach innen hervorragt, sind vier Balken von starkem Eichenholz aufgestellt, welche, sich senkrecht erhebend, durch Oeffnungen in den zwei unteren Fufsböden des neuen Thurms laufen und kurz unter dem Fufsboden des obersten Zimmers enden, wo sie durch Querbalken und eiserne Schrauben auf das Solideste an einander verbunden sind. Am unteren Ende sind die Balken ein paar Fufs tief in die Mauer eingelassen, und in dem unteren der drei obengenannten Zimmer, welches zu Beobachtungen unnütz war, sind sie, ungefähr in ihrer Mitte, ebenfalls durch schiefe und Querbalken vereinigt. Auf dem oberen Querbalken sind hölzerne Blöcke aufgeschraubt, welche durch den Fufsboden des obersten Zimmers laufen, und, sich wenig darüber erhebend, einen ganz isolirten Standort für ein Instrument von gröfseren Dimensionen geben. Zwei schiefe Balken, ebenfalls auf der alten Mauer ruhend, und auf das Solideste mit den übrigen Balken verbunden, enden in verticalen Balken, welche sich vier Fufs über den Fufsboden des mittlern Zimmers erheben, und zur Aufnahme zweier tragbaren Instrumente dienen. Das ganze Balken-Gerippe kommt mit dem neuern und schwachen Thurm gar nicht in Berührung, und die Erfahrung hat schon gelehrt,

dafs es seinem Zwecke auf das Genaueste entspricht. Selbst die empfindlichsten Libellen bleiben jetzt, während der Beobachter sich hin und her bewegt, vollkommen ruhig, und da die alte Mauer durch umliegende Gebäude den Sonnenstrahlen weniger ausgesetzt ist, während die Balken gegen die Einwirkung der Sonnenstrahlen und der Witterung gänzlich geschützt sind, ist die Solidität der auf ihnen ruhenden Instrumente, auch für scharfe Bestimmungen hinreichend.

An kleineren Instrumenten hat die Sternwarte, aufser einigen andern von geringerem Werthe, eine astronomische Uhr aus dem optischen Institute, ein tragbares Passagen-Instrument von *Ertel* und Sohn (Nr. 10 des neuesten Verzeichnisses) und ein Universal-Instrument von *Ertel* (Nr. 21 dieses Verzeichnisses) gewonnen. Diese drei Instrumente sind in dem mittleren der drei oben genannten Zimmer aufgestellt. Das Universal-Instrument hat verschiedene Zwecke zu erfüllen, und das Passagen-Instrument dient vorzüglich zur Zeitbestimmung. Obschon sich noch ein Stockwerk über diese Instrumente erhebt, ist ihr Gebrauch nur sehr wenig beschränkt, denn über diesen Instrumenten ist im Fufsboden des obersten Zimmers eine Meridian-Klappe angebracht, durch welche man, mit wenigen Ausnahmen, jeden Theil des Meridians erblicken kann, wenn nur die Oeffnung der Drehkuppel so gestellt wird, dafs sie den freien Anblick auf die Gegend des Himmels, auf welcher das Fernrohr gerichtet ist, nicht mehr unterbricht. So hat das Passagen-Instrument, mit Ausnahme weniger Grade, den Meridian vom Horizont bis zur untern Culmination des Polaris frei, und überdiefs einige Grade unter dem Pole. Eine Klappe über dem Passagen-Instrument, in der Richtung von Osten nach Westen angebracht, leistet eine freie Aussicht im ersten Vertical bis auf 20° auf beiden Seiten des Zeniths, und hat mir schon im Jahre 1838 zur vorläufigen Bestimmung der Polhöhe der Sternwarte gedient, deren Resultate hier mitzutheilen mir nicht unangemessen vorkommt. Ich benutzte fünf Sterne, deren Declinationen von *Bessel* genau bestimmt sind, und deren eigene Bewegung durch Vergleichung mit *Bradley's* Bestimmungen hervorging. Zur Elimination des Fehlers der optischen Achse geschah für jeden Stern eine gleiche Anzahl Bestimmungen mit dem Kreise nach Osten als nach Westen. Sorgfältige Nivellirungen gaben den Stand der Achse und zeigten eine gröfsere Stabilität des Instrumentes, als sich bei einer so grofsen Höhe und hölzernen Unterlagen erwarten liefs. Die Resultate sind folgende:

	Polhöhe.	Anz. d. Bestimm.
durch γ Draconis	52° 9′ 28″12	8
ι Cygni	28,85	8
θ Cygni	27,55	8
c Cygni praec.	28,24	4
c Cygni Seq.	27,93	3
Wahrsch. Mittel	52 9 28,16	

Der wahrscheinliche Fehler jeder einzelnen Bestimmung bei ungeänderter Lage des Fernrohrs, mit Einbegriff der Unsicherheit der Declination, ergab sich zu 0″85, und der wahrscheinliche Fehler des Mittels aus allen 31 Bestimmungen zu 0″15. Die Original-Beobachtungen sind in meiner Schrift: **Het Observatorium te Leiden. Leiden, Hazenberg & Comp.** 1838, angeführt.

Das Passagen-Instrument, dessen optische Kraft hinreicht, um den Polaris am Mittage mit voller Schärfe zu zeigen, leistet unter günstigen Verhältnissen für die Zeitbestimmung so viel, als auf einer Sternwarte der zweiten Klasse gewünscht werden kann. Obschon das Instrument immer hinlänglich genau im Meridian bleibt, um Differential-Formeln anwenden zu können, halte ich es für nöthig, bei jeder Zeitbestimmung Sterne von sehr verschiedenen Declinationen zu benutzen, um jedesmal die kleine azimuthale Abweichung bestimmen und aus den Resultaten wegschaffen zu können. Wenige Proben von Zeit-Bestimmungen, unter ungünstigen Umständen erhalten, finden sich in Nr. 391 der **Astronomischen Nachrichten**.

Meine Absicht mit der Ausbesserung der Sternwarte war besonders dahin gerichtet, dieselbe für genaue relative Bestimmungen einzurichten. Das obere Zimmer bot eine, wenn gleich nur schwache, jedoch ziemlich gute Stelle für ein Instrument von gröfseren Dimensionen dar, und ich hätte sehr gewünscht daselbst einen gröfseren Heliometer von 8 Fufs Brennweite aufstellen zu können, aber die Kostspieligkeit eines solchen Instruments erlaubte diefs nicht. Ich fürchtete, dafs ein Heliometer von beträchtlich kleiner optischer Kraft die Beobachtungen allzusehr beschränken möchte, und bestimmte mich daher zu einem Refractor von 8 Fufs Brennweite und 6 Zoll Oeffnung, parallactisch montirt, nebst Uhrwerk und einem vollständigen Micrometer. Ein solcher Refractor war im optischen Institute vorräthig und ging schon im September 1838 nach unserer Sternwarte ab. Die grofsen Instrumente für Pulkowa, die damals in Arbeit waren, verzögerten sehr die Anfertigung des Micrometers, welches ich erst im August des vergangenen Jahres erhielt.

Kurz nach dem Empfang des Refractors habe ich mich beschäftigt dieses Instrument, und besonders seine optische Kraft, den strengsten Prüfungen zu unterwerfen, und es hat sich der berühmten Stiftung, aus welcher es hervorgegangen ist, allerdings würdig gezeigt. Ich bin überzeugt, dafs es dem schönen Heliometer vom Herrn Geh. Rath Prof. *Bessel* in optischer Kraft gar nicht nachsteht, und dafs es von dem Dorpater Refractor weniger verschieden ist, als man bei einem so beträchtlichen Unterschiede in Dimensionen erwarten konnte. Einige Proben mögen diefs erläutern. Der lichtschwache Begleiter des Rigels

ist mehrmals nicht nur von mir, sondern auch von verschiedenen meiner Zuhörer ohngefähr eine Stunde vor dem Untergange der Sonne deutlich gesehen. Die Begleiter von ε Bootis und α Herculis, besonders der erste, zeigen sich bei jeder ziemlich heitern Tagesstunde aufserordentlich scharf und deutlich. Der fünfte Stern im Trapez des Orions wird bei günstiger Luft von jedem ohne Schwierigkeit erkannt; den sechsten aber habe ich noch nicht gesehen. Die äufserst schwachen Begleiter von 15 Monoc., Aldebaran, Pollux u. a. zeigen sich beim ersten Blick. Ohngeachtet des jetzigen immerwährend niedrigen Standes des Planeten Saturn, zeigen sich, auch bei weniger günstiger Luft, die Spaltung des Ringes, die Schatten und Streifen des Planeten mit grofser Schärfe, und mehrmals habe ich alle fünf älteren Trabanten erkannt. Aeusserst schön zeigen sich die Trabanten Jupiters vor der Scheibe des Planeten, und die Präcision der Bilder wird auch durch die völlige Auflösung von Doppelsternen, wie 49 Cephei, 32 Orionis, 316 Cephei u. a. gezeigt. Die Doppelsterne ε Arietis, 52 Arietis, 7 Tauri, bei welchen die Entfernung der Mittelpunkte ohngefähr eine halbe Secunde beträgt, zeigen sich länglich, und bei sehr günstiger Luft wie zwei Scheibchen in Berührung mit einander. ζ Cancri ist noch entschieden dreifach, wenn die Oeffnung des Refractors auf 3½ Zoll Durchmesser verringert wird. Ich glaube das Urtheil aussprechen zu dürfen, dafs unser Refractor alle bekannten übrigen Fernröhe seiner Gröfse übertrifft, die nicht aus dem optischen Institut hervorgegangen sind.

Es dauerte einige Zeit, bevor der Micrometer gehörig an das Fernrohr angebracht war, wozu ich aus München keine Anweisung erhalten hatte. Bei unserem Refractor fehlen die Biegungsstangen, welche bei gröfseren Instrumenten auch zur Herstellung des Gleichgewichts benutzt werden, und das Gleichgewicht wurde beim Anbringen des Micrometers gänzlich gestört, da eine Kraft von eben 0,1 Kilogr. auf das Ocular wirkend, schon hinreicht, das Fernrohr um die Stundenachse zu bewegen. Diesem Uebelstande war nicht durch das Anbringen eines Gegengewichts am Objectiv-Ende abzuhelfen, weil das System von Gegengewichten diefs nicht erlaubt und der Schwerpunkt des beweglichen Theils des Instruments ungeändert bleiben mufs. Ich habe daher den Bleiring abgeändert, welcher sich, um das Objectiv und seine Fassung zu equilibriren, im Innern des Holzrohres am Ocular-Ende befindet. Diefs geschah aber nicht ohne Schwierigkeit, da der conische Ring sich gar nicht nach dem Objectiv-Ende ausheben liefs, ohne die Blendungen im Innern des Rohrs zu entstellen, und nur schwerlich nach dem engern Ocular-Ende, ohne das Holzrohr zu beschädigen. Endlich gelang es doch, und das Gleichgewicht ist auf das vollkommenste hergestellt. Wird jetzt der Micrometer ohne Lampen, oder was nur höchst selten der Fall ist, das Fernrohr ohne Micrometer angewandt, so wird das Ocular-Ende mit einem Gewicht beschwert. Für eine Beleuchtung des Feldes war in München nicht gesorgt, diese habe ich daher noch anbringen müssen; und da die Hugenischen Schlüssel keine Dienste leisten, wenn sie zu nahe auf die Schrauben senkrecht stehen, habe ich zwischen diesen und den Schrauben noch eine Vorrichtung angebracht, wodurch die Schlüssel sich bei jedem Stand des Fernrohrs anwenden lassen.

Vielfältige und strenge Prüfungen haben die Ausführung des Micrometers als sehr ausgezeichnet erwiesen. Allein die wirkliche Entfernung der Fäden bei ihrer scheinbaren Coincidenz war zu grofs, wodurch sie sich, bei Anwendung stärkerer Vergröfserungen, nicht gleichzeitig mit hinreichender Schärfe zeigen konnten. Die kleinste Entfernung der Fäden, welche in Dorpat nur 0,018 Par. Lin. beträgt, war hier 0,042 Par. Lin., d. h. acht mal die Dicke eines feinen Spinnen-Cocon Fadens. Ich habe diesen Umstand ganz berichtigt, indem ich die Fäden-Platte mit etwas sehr dünnem Firnifs belegte, und darüber neue Fäden einzog. Auch bei einer nur schwachen Beleuchtung der Fäden im dunkeln Felde bleibt das Feld nicht ganz dunkel, sondern wird auch der Rand des Feldes erleuchtet, was die Beobachtung lichtschwächerer Gegenstände sehr erschwert. Diesem mufs noch abgeholfen werden. Uebrigens bin ich überzeugt, dafs die Ausführung unsers Micrometers der des berühmten Dorpater Micrometers wenigstens in nichts nachsteht.

Den Werth der Umgänge der Micrometer-Schraube konnte ich bis heute, beim Mangel geeigneter Hülfsmittel, noch nicht mit aller Schärfe bestimmen. Ich habe mich anfangs mit Messungen mittelst des kleinen Verticalkreises des Universal-Instruments, und mit Sterndurchgängen begnügen müssen, welche der nöthigen Schärfe nicht fähig sind, wenn man die Messungen auf Entfernungen von 10′ und darüber auszudehnen beabsichtiget, und sobald mir die nöthigen Apparate zu Gebote stehen, werde ich diese Bestimmung nach der sinnreichen Methode wiederholen, welche Herr Geh. Rath *Bessel*, in Nr. 403 der Astron. Nachrichten empfohlen hat. Bis jetzt habe ich für die Schrauben-Umgänge folgende Werthe erhalten:

Durch 37 Messungen mit dem 6zölligen Verticalkreise des Universal-Instruments über einen Theil von 44 Umgängen in der Mitte der Schraube	26″2122	Therm. 35°4 F.
Durch 174 Sterndurchgänge mittels einem Münchener Ocular von 60maliger Vergröfserung über einen Theil in der Mitte der Schraube von 40 Umgängen	26,2015	Therm. 56,5 F.

Durch 94 Sterndurchgänge mit einem achromatischen Ocular von Hrn. *Duwe* in Berlin mit 210maliger Vergröfserung, über einen Theil der Schraube von 24 Umgängen, von seiner Mitte zur rechten Seite .... 26"2094 Therm. 60°1F.

Durch 102 Sterndurchgänge mit dem nämlichen Ocular, über einen gleich grofsen Theil der Schraube, aber von der Mitte zur linken Seite genommen 26,2223 Therm. 55,2F.

Das wahrscheinlichste Mittel für den Werth der Schrauben-Umgänge bei einem Thermometer-Stand von 55°2 Fahr. ist .... 26"2095

Die kleinen Unterschiede zwischen den verschiedenen Bestimmungen lassen sich gar nicht aus einer Unregelmäfsigkeit in den Umgängen der Micrometer-Schraube erklären, und wenn solche Statt finden, werden sie sich wahrscheinlich nur bei den feinsten microscopischen Messungen zeigen. Obige Bestimmung ist für Doppelstern-Messungen hinreichend, aber erfordert, wie der Einflufs der Temperatur, für gröfsere Entfernungen eine genauere Wiederholung.

Zu meiner ersten Arbeit mit dem Micrometer hatte ich die Messung der 39 Doppelsterne gewählt, welche sich vor einigen Jahren die besondere Aufmerksamkeit und Sorgfalt von *Bessel* und *Struve* erworben haben. Ich wünschte meine ersten Uebungen so zu wählen, dafs sie nicht ganz unnütz seyn sollten, falls sie gelingen möchten, und überdiefs so, dafs sie die Leistungen unseres Instruments für Doppelstern-Messungen auf das Genaueste anzeigen könnten. Gewissen Umständen zufolge war ich veranlafst nicht eine ausgezeichnete Luft abzuwarten, sondern die Messungen überhaupt so oft fortzusetzen, als nur die Witterung das Messen nicht ganz unmöglich machte; und obschon meine Messungen dieser Doppelsterne nicht weniger zahlreich als die *Bessel*schen sind, umfassen sie nicht völlig sieben Monate, denn die ersten sind vom 4ten Nov. 1839, die letzten vom 28sten Mai 1840. Wie diefs in gelinden Wintern bei uns immer der Fall ist, war mir die Witterung sehr ungünstig. Nur vom 6ten bis zum 13ten Januar, und später vom 1sten bis zum 8ten März, gab es Frost und damit eine heitere und ziemlich ruhige Luft. Das Ende Januars und der ganze Monat Februar waren aufserordentlich ungünstig, und wenn der Himmel sich für wenige Augenblicke aufheiterte, konnten die Messungen doch nur unter heftigem Sturm vorgenommen werden. Der Monat April gab für das Auge vier sehr schöne Wochen, aber die Tage waren sehr warm, während die Nächte sehr kalt waren, und vielleicht aus dieser Ursache war den ganzen Monat hindurch das Zittern der Luft so heftig, dafs es meistens unmöglich blieb die Messungen fortzusetzen. Im Mai war es meistens trübe.

Bei meinen Doppelstern-Messungen habe ich ohne Ausnahme die stärkste (416malige) Vergröfserung angewendet und immer sind alle nöthigen Vorsichtsmaafsregeln in Acht gehalten. Alle Entfernungen beruhen auf doppelte Messungen, bei welchen ich den todten Gang der Schraube, obschon dieser hier zehnmal kleiner als in Dorpat ist, immer ganz eliminirte, und wenigstens an jedem verschiedenen Tage sind die Messungen auf einen anderen Theil der Schraube geführt. Ich lasse hier die Endresultate meiner Messungen folgen, bei welchen w den wahrscheinlichen Fehler jeder einzelnen Doppelmessung der Entfernung bezeichnet, aus der Vergleichung jeder einzelnen Messung, wie sie im Tagebuche vorkommt, mit dem Mittel aus allen Messungen des nämlichen Doppelsterns abgeleitet. W bezeichnet den wahrscheinlichen Fehler des hier angeführten Mittels. w' und W' bezeichnen dasselbe für die Positionswinkel, wobei diese Gröfse aber schon in Theile von Raumsecunden reducirt sind.

Stern	Zeit.	Entfernung.	Anz. d. Mess.	w	W	Positionswinkel.	Anz. d. Mess.	w'	W'
η Cassiopeæ	1840,14	8"977	29	0"087	0"016	95°81	37	0"109	0"018
ζ Piscium	1840,00	23,338	29	0,143	0,026	63,86	46	0,139	0,020
γ Arietis	1840,01	8,700	41	0,083	0,013	179,40	49	0,098	0,014
α Piscium	1840,03	3,640	27	0,092	0,018	333,04	41	0,055	0,009
γ Androm.	1840,07	10,302	27	0,116	0,022	61,60	32	0,121	0,021
ι Trianguli	1840,05	3,481	27	0,104	0,020	77,07	39	0,063	0,010
1 Camelopard.	1840,17	10,060	28	0,104	0,018	306,18	36	0,132	0,022
118 Tauri	1840,13	5,050	26	0,111	0,022	196,13	31	0,065	0,012
λ Orionis	1840,05	4,555	28	0,097	0,018	42,87	40	0,076	0,012
ζ Orionis	1840,14	2,729	24	0,089	0,018	148,79	33	0,056	0,010
41 Aurigæ	1840,17	7,805	31	0,091	0,016	352,80	32	0,106	0,018
38 Geminor.	1840,13	5,816	25	0,092	0,018	171,00	28	0,092	0,019
20 Lyncis	1840,17	14,896	26	0,082	0,016	258,24	33	0,096	0,016
α Geminor.	1840,06	4,713	28	0,095	0,018	253,96	34	0,055	0,009
ζ Cancri A. B.	1840,15	1,246	23	0,063	0,013	6,14	35	0,036	0,006

Stern.	Zeit.	Entfernung.	Anz. d. Mess.	w	W	Positionswinkel.	Anz. d. Mess.	w'	W'
ζ Cancr. $\frac{A+B}{2}C$	1840,16	5″134	30	0″085	0″015	148°56	31	0″077	0″014
2 φ Cancri	1840,16	4,647	30	0,063	0,011	212,71	37	0,066	0,011
1 ν Cancri	1840,16	5,732	29	0,096	0,018	37,31	36	0,069	0,011
γ Leonis	1840,15	2,895	30	0,101	0,018	107,63	38	0,038	0,006
ξ Ursæ maj.	1840,25	2,082	31	0,067	0,012	152,24	40	0,045	0,007
γ Virginis	1840,26	1,302	24	0,066	0,013	207,94	37	0,034	0,006
ζ Ursæ maj.	1839,93	14,316	33	0,092	0,016	146,85	49	0,100	0,014
π Bootis	1840,26	5,815	28	0,082	0,015	99,49	36	0,049	0,008
ζ Bootis	1840,29	1,199	28	0,047	0,009	307,76	37	0,020	0,003
ε Bootis	1840,05	2,805	33	0,086	0,015	319,96	39	0,056	0,009
ξ Bootis	1840,26	6,703	25	0,110	0,026	325,09	34	0,099	0,017
ζ Coronæ	1840,26	5,920	26	0,076	0,014	301,46	39	0,080	0,013
α Herculis	1840,28	4,688	32	0,073	0,013	120,44	43	0,052	0,008
p Ophiuchi	1840,35	6,005	27	0,093	0,018	127,97	41	0,064	0,010
100 Herculis	1840,33	13,670	26	0,095	0,018	183,21	36	0,103	0,017
ε Lyræ	1839,99	3,342	34	0,089	0,015	23,82	39	0,042	0,007
5 Lyræ	1839,99	2,709	28	0,078	0,015	151,00	43	0,046	0,008
θ Serpentis	1840,36	21,387	26	0,111	0,022	104,41	32	0,140	0,025
β Cygni	1840,29	34,136	28	0,106	0,020	55,31	34	0,161	0,028
π Aquilæ	1840,37	1,682	22	0,066	0,014	123,05	27	0,028	0,006
γ Delphini	1840,03	11,977	34	0,090	0,016	273,73	35	0,119	0,020
61 Cygni	1840,05	16,014	25	0,110	0,022	97,10	33	0,098	0,017
β Cephei	1840,13	13,591	26	0,104	0,020	250,95	41	0,146	0,022
ζ Aquarii	1840,01	3,486	29	0,094	0,017	353,69	39	0,041	0,007

Die wahrscheinlichen Fehler meiner einzelnen Bestimmungen sind kleiner, als sich beim Gebrauche eines solchen kleinen Instruments erwarten liefs. Nicht uninteressant ist die Vergleichung dieser Fehler mit denen der Messungen *Struve's* und *Bessels*. *Struve* giebt pag. LVIII in seinem unsterblichen Werke, Mensurae Micrometricae, eine Tafel der wahrscheinlichen Fehler seiner Messungen der verschiedenen Entfernungen, welche aber nicht für jede einzelne Bestimmung, sondern für das Resultat eines jeden Tages gelten. Die Anzahl der einzelnen Messungen ist dort nicht angeführt, aber natürlich beruht jede Entfernung auf wenigstens einer Doppelmessung, und jeder Positionswinkel auf wenigstens zwei Einstellungen (Mens. Micr. pag XIX). Setzt man also voraus, dafs jede Entfernung auf nur eine Doppelmessung, und jeder Positionswinkel auf nur zwei Einstellungen beruht, so erhält man bei *Struve* die folgenden wahrscheinlichen Fehler seiner einzelnen Bestimmungen, welche jedoch etwas kleiner als die wirklichen sind.

Mittl. Entfernung.	w	w'	Mittl. Entfernung.	w	w'
0″7	0″074	0″044	9″8	0″127	0″124
1,5	0,086	0,068	13,9	0,127	0,137
3,1	0,099	0,086	19,4	0,145	0,145
5,6	0,116	0,113	28,2	0,156	0,169

Aus dieser Tafel läfst sich der wahrscheinliche Fehler für jeden der von mir gemessenen Doppelsterne interpoliren, und daraus weiter die wahrscheinlichen Fehler für einen willkührlichen Doppelstern ableiten, dafs aber nicht vollkommen geschehen kann, da die Zahl der einzelnen Messungen bei *Struve* nicht genau bekannt ist. Unter Voraussetzung, dafs auf jeden Stern gleich viele Messungen ausgeführt sind, und dafs die Zahl der Messungen, in Beziehung auf die Zahl der Doppelsterne, sehr grofs ist, findet man:

	Struve.	*Kaiser.*
Wahrscheinl. Fehler bei jeder Entfernung	0″11530	0″0925
Wahrsch. Fehler bei jedem Positionswinkel	0,11225	0,08659

Für die Vergleichung mit *Bessels* Messungen läfst sich die genauere Formel $w = 0{,}6745\sqrt{\frac{\Sigma e^2}{n-\nu}}$ anwenden, da *Bessel* (Astr. Nachr. Nr. 240) die mittlern Fehler jedes Resultats mit der Zahl seiner Bestimmungen angezeigt hat. Daraus findet man:

	Bessel.	*Kaiser.*
Wahrscheinl. Fehler bei jeder Entfernung	0″10767	0,09376
Wahrsch. Fehler bei jedem Positionswinkel	0,09757	0,09040

Obschon die Kleinheit der zufälligen Fehler meiner Messungen sehr genügend ist, schliefst sie die Möglichkeit von

beträchtlichen constanten Fehlern nicht aus. Es hält auch schwer diese Fehler zu bestimmen, da die Resultate nur durch Messungen bekannt sind, welche unter sich nicht völlig übereinstimmen. Am natürlichsten ist es aber meine Messungen auch mit Micrometer-Messungen zu vergleichen, und dazu die Messungen von *Struve* anzuwenden, deren höchste Vollkommenheit auf das Vielfältigste erwiesen ist. Aber auch diese Vergleichung bleibt unvollkommen, da *Struve* die hier zu betrachtenden Doppelsterne schon vor ohngefähr acht Jahren gemessen hat, und die Bewegungen meistens gar nicht, oder nur annähernd bekannt sind. Unter den hier erwähnten Doppelsternen finden sich sechszehn, welche *Struve* als nahe unveränderlich erkannt hat, und welche für die Vergleichung die meiste Sicherheit gewähren, namentlich ζ Bootis, π Aquar., ε Bootis, ι Triang., α Pisc., 2 φ Cancri, α Herculis, 118 Tauri, π Bootis, γ Arietis, 1 Camelop., γ Andr., γ Delph., 100 Herc., ζ Urs. maj. und θ Serpentis. Bei sechs anderen Doppelsternen ist die Bewegung wahrscheinlich nur sehr gering, und es blieb mir nichts anders übrig, als auch diese als unveränderlich zu betrachten. Diese sind 1 ν Cancri, ζ Coronae, 41 Aurigae, β Cephei, ζ Piscium und β Cygni, von welchen besonders die drei letzten nur eine geringe Sicherheit in der Vergleichung gewähren. Bei sieben Doppelsternen habe ich die Aenderung aus den Messungen *Struve*'s abgeleitet, namentlich bei ζ Orionis, γ Leonis, ζ Aquarii, ξ Bootis, η Cassiop. 20 Lyncis und 61 Cygni, und bei vier anderen, γ Virg., ξ Ursae maj., α Gemin. und p Ophiuchi, habe ich dazu die von *Mädler* berechneten Bahnen benutzt. Bei drei Doppelsternen, 5 Lyrae, ε Lyrae und λ Orionis, liefs sich die Gröfse der Bewegung gar nicht bestimmen, weshalb ich diese ganz ausschliefsen mufste. Die Messung von ζ Cancri $\frac{A+B}{2}$ und C habe ich aus einer anderen Ursache ausgeschlossen. Nur diese zeigt eine beträchtliche Abweichung, die vielleicht von dem Umstande herrührt, dafs ich den dritten Stern unmittelbar mit der Mitte aus den übrigen verglichen habe. Um ganz unbefangen arbeiten zu können, wollte ich keine Untersuchung anfangen, bevor die ganze Reihe von Messungen geschlossen war, und dadurch habe ich diese Abweichung zu spät entdeckt, um dies jetzt erklären zu können, was nachher ohne Schwierigkeit geschehen kann. Ich theile hier nur die Untersuchung der Entfernungen mit, weil diese der gröfsten Schwierigkeit unterworfen, und am meisten untersucht sind. Nennt man die Messungen *Struve's* Σ, die meinigen K, so hat man

Stern.	Entfernung.	Σ — K
ζ Bootis	1″2	—0″010
ζ Cancri A. B	1,2	— 0,056
γ Virginis	1,3	— 0,001
π Aquilae	1″6	—0″180
ξ Ursae maj.	2,1	+ 0,153
ζ Orionis	2,7	— 0,103
ε Bootis	2,8	— 0,170
γ Leonis	2,9	— 0,256
ι Triangul.	3,5	+ 0,133
ζ Aquarii	3,5	— 0,172
α Piscium	3,6	— 0,004
2 φ Cancri	4,6	— 0,084
α Herculis	4,7	— 0,040
α Geminor.	4,7	+ 0,100
118 Tauri	5,0	— 0,166
1 ν Cancri	5,7	+ 0,106
π Bootis	5,8	+ 0,016
38 Geminor.	5,8	— 0,080
ζ Coronae	5,9	+ 0,082
p Ophiuchi	6,0	+ 0,243
ξ Bootis	6,7	+ 0,233
41 Aurigae	7,8	+ 0,192
γ Arietis	8,7	— 0,069
η Cassiop.	9,0	+ 0,140
1 Camelop.	10,1	+ 0,073
γ Androm.	10,3	+ 0,030
γ Delphini	12,0	— 0,034
β Cephei	13,6	— 0,017
100 Hercul.	13,7	+ 0,177
ζ Ursae maj.	14,3	+ 0,052
20 Lyncis	14,9	— 0,190
61 Cygni	16,0	+ 0,262
θ Serpentis	21,7	+ 0,260
ζ Piscium	23,3	+ 0,118
β Cygni	34,3	+ 0,159

Aus diesen Vergleichungen geht hervor, dafs meine Messungen im Mittel sehr nahe, wenigstens viel näher, als alle bekannten übrigen Micrometer-Messungen mit denen von *Struve* übereinstimmen. Nennt man, mit *Struve*, die Resultate aus der Reihe von Messungen von *Herschel* und *South* Sh, aus der Reihe von *South* S, aus der ersten Reihe von *Herschel* h, aus seiner zweiten Reihe h′, aus der Reihe von *Dawes* D, die Resultate der Heliometer-Messungen *Bessels* B, und den wahrscheinlich übrigbleibenden Unterschied für jeden Stern ν, so hat man nach pag. CXXXVII der Mens. Microm.

Σ = Sh — 0″588	ν = 0″347
Σ = S — 0,428	ν = 0,260
Σ = h — 0,312	ν = 0,313
Σ = D — 0,196	ν = 0,127
Σ = h′ — 0,128	ν = 0,207
Σ = B — 0,188	ν = 0,082

Das Mittel aus den sechszehn nahe unveränderlichen Doppelsternen giebt:

Σ = K — 0″002   ν = 0″089

und das Mittel aus allen

Σ = K + 0″026   ν = 0″096

Die Unterschiede zwischen *Struve* und den übrigen Beobachtern sind gewöhnlich, nach einem bestimmten Gesetz von den Entfernungen abhängig. So hat man z. B. bei der ersten Reihe *Herschels*

Mittl. Entf.	Σ — h
1″46	+0″037
3,03	—0,361
5,76	—0,607
11,24	—0,406
24,18	—0,079

Ein Gesetz von gleicher Natur läfst sich aus meinen Messungen gar nicht ableiten. Theilt man die Sterne in drei Gruppen, so hat man:

Mittl. Entf.	Σ — *K*	
2″40	— 0″060	aus 11 Doppelsternen
5,36	+ 0,020	— 9 —
11,42	+ 0,072	— 12 —

Wobei nur drei Doppelsterne übrig bleiben, deren Vergleichung zu unsicher ist. Es könnte scheinen, dafs ich die Entfernungen unter 5″ etwas kleiner, die übrigen etwas gröfser als *Struve* bestimme, aber ich bin weit entfernt, diefs als erwiesen zu erkennen, da die ungünstige Witterung, unter welcher ich manchmal gemessen habe, sehr leicht so kleine Abweichungen hervorbringen konnte, welche unter besseren Umständen aufhören. Diefs scheinen auch die Messungen der Doppelsterne p Oph., ξ Bootis, 61 Cygni und θ Serpentis anzudeuten, bei welchen der Unterschied am gröfsten ist, und welche ich durchgängig nur unter sehr ungünstigen Umständen messen konnte.

Die Ausdehnung der Micrometer-Messungen auf gröfsere Entfernungen bleibt sehr beschränkt, wenn man blofs nichtachromatische Oculare, wie die Münchener, anwendet. Schwerlich wird man dann die Messungen auf Entfernungen ausdehnen, welche den Radius des Gesichtsfeldes überschreiten und zu bald wird man auf geringe Vergröfserungen geführt, welche keiner grofsen Schärfe mehr fähig sind. Daher hat Herr *Duve* in Berlin auf meine Bitte zwei schöne achromatische Oculare für mich angefertigt, von welchen das eine an unserem Fernrohre eine 310malige Vergröfserung mit einem Gesichtsfelde von 7′3, das andere eine Vergröfserung von 210 mit einem Gesichtsfelde von 11′6 giebt. Diese Oculare haben gar keine Blendung, und doch ist das Feld in seiner vollen Ausdehnung anwendbar. Mit dem 210mal vergröfsernden Oculare habe ich einige Proben von Messungen auf gröfsere Entfernungen vorgenommen, welche aber, der ungünstigen Witterung wegen noch nicht zahlreich sind. Die Witterung hat mir noch nicht erlaubt, meinem Wunsch zufolge, die relative Lage mehrerer Sterne aus den Plejaden und den Praesepe Cancri micrometrisch zu bestimmen, und daher sind meine Messungen auf die wenigen Folgenden beschränkt geblieben, welche ich nur als Proben mittheilen kann. Der Kürze wegen bezeichne ich durch Nr. 1 die Sterne f und h Plejadum, durch Nr. 2 ζ und 35 Leonis, durch Nr. 3 41 ε Cancri und 1052 Bally, durch Nr. 4 zwei kleine Sterne in der Nähe der letztgenannten, von welchen der eine sich bei 41 ε Cancri befindet, auf 2′ 14″2 Entfernung und 246° 21′ Positionswinkel, der andere bei 1052 Baily auf 1′ 3″2 Entfernung und 342° 4′ Positionswinkel; durch Nr. 5 die Sterne c und e Plejadum.

Nr.	Zeit.	Entfernung.	Zahl.	*w*	*W*	Positionswinkel.	Zahl.	*w′*	*W′*
1	1 Jan. 1840	5′ 0″814	37	0″240	0″040	2° 56′ 17	36	0″260	0″043
2	26 April 1840	5 14,774	39	0,226	0,038	342 55,16	41	0,282	0,044
3	26 April 1840	7 35,156	31	0,198	0,035	350 32,56	34	0,172	0,029
4	30 April 1840	9 17,981	35	0,244	0,041	3 9,08	37	0,345	0,057
5	1 Jan. 1840	10 20,176	33	0,320	0,055	304 27,87	38	0,247	0,040

Hieraus ergiebt sich:

Mittl. Entf.	*w*	*w′*
7′ 29″6	0″2484	0″2711

Die Messungen *Struve's* gehen nicht über Entfernungen von 7′ hinaus. Die wahrscheinlichen Fehler jedes Resultats, auf wenigstens drei Bestimmungen beruhend, sind *W* = 0″1937, *W′* = 0″2034. Hieraus ergeben sich die folgenden Zahlen für die wahrscheinlichen Fehler jeder einzelnen Bestimmung, die, wie zuvor, etwas kleiner als die wirklichen sind:

Mittl. Entf.	*w*	*w′*
6′ 5″8	0″3355	0″3523

Selbst bei einer Entfernung von 10′ 20″ sind die wahrscheinlichen Fehler meiner Messungen nicht gröfser, und mit gleicher Schärfe hätte ich die Messungen bis auf 11½′ ausdehnen können, wenn nur die Witterung es erlaubt hätte. Die meist bekannten Messungen gröfserer Entfernungen sind die, durch welche *Bessel* die Parallaxe von 61 Cygni bestimmt hat. Unter Voraussetzung, dafs bei *Bessel* keine Ursache vorhanden war, um an verschiedenen Tagen auch verschiedene Fehlerquellen zu befürchten, finden sich aus den Angaben *Bessels* in Nr. 365 und 402 der Astron. Nachr. für jede einzelne Doppelmessung die wahrscheinlichen Fehler

	Entfernung.	
beim Stern a	7′ 46″	*w* = 0″2959
beim Stern b	11 44	*w* = 0,3512

Ich halte daher meine ersten Proben für genügend, und hoffe künftig durch Anwendung von Ocularen bis zur 150maligen Vergröſserung die Messungen mit nur geringem Verlust an Schärfe bis auf 15′ oder 16′ ausdehnen zu können, obschon das Messen bei solchen Entfernungen äuſserst mühsam wird, vorzüglich wenn das Instrument, wie hier, in der Mitte einer volkreichen Stadt, vieler Unruhe ausgesetzt ist.

Der am 25sten Jan. d. J. von Herrn *Galle* entdeckte Comet hat mir Veranlassung gegeben, einige Micrometer-Messungen an einem sehr lichtschwachen Gegenstande mit erleuchteten Fäden im dunkeln Felde vorzunehmen. Bei der höchst ungünstigen Witterung war damals an keine vollständige Beobachtungsreihe zu denken, und daher muſs ich mich auch hier begnügen, durch einige Beobachtungen zu zeigen, was unser Refractor künftig bei Cometen-Beobachtungen leisten kann. — Ich konnte an dem Cometen keine Spur von Kern entdecken, und die oben erwähnte Beleuchtung des Randes vom Felde war bei den Beobachtungen sehr hinderlich.

Am 3ten Februar 1840 wurden zwölf Entfernungen und Positionswinkel des Cometen, in Beziehung auf einen Stern der 8ten Gröſse, gemessen, welche nach der Methode von Seiner Excellenz dem Herrn Staatsrath *v. Struve* (Astr. Nachr. Nr. 266.) berechnet wurden. Nach Annahme eines Normal-Orts wurden zu dessen Verbesserung mit Hülfe der Ephemeride des Cometen von Herrn *Kysaeus* in Nr. 399 der Astr. Nachr. aus den Beobachtungen 12 Gleichungen abgeleitet, welche, nach der Methode der kleinsten Quadrate aufgelöst, den folgenden verbesserten Ort gaben:

Febr. 3. $7^h 36' 50''$ Sternzeit Leiden.

	Wahrsch. Fehler.
AR. Com. = AR. * + 6′ 43″26	0″66 Bogen.
Decl. Com. = Decl. * — 10 58,42	0,46 ——

Der wahrscheinliche Fehler einer jeden Gleichung war 0″94

Vom 3ten bis zum 23sten Februar wurde der Comet nicht gesehen. Erst am 2ten März konnten auf's Neue Messungen angestellt werden. Es wurden zehn Entfernungen und Positionswinkel mit einem Stern 8.9r Gr. bestimmt, aus welchen folgender relativer Ort hervorging:

März 2. $6^h 37' 6''8$ Sternzeit Leiden.

	Wahrsch. Fehler.
AR. Com. = AR. * — 8′ 55″51	0″84 Bogen.
Decl. Com. = Decl. * + 3 43,99	0,71 ——

Der wahrscheinliche Fehler einer jeden Gleichung war hier 1″58.

Am 3ten März wurden auf bekannte Art 8 Unterschiede in AR. und 8 Unterschiede in Decl. des Cometen mit einem kleinen Stern bestimmt. Mit Hülfe der Ephemeride von *Kysaeus* ergab sich daraus für

März 3. $7^h 15' 41''1$ Sternzeit Leiden.

	Wahrsch. Fehler.
AR. Com. = AR. * + 21″192 Zeit.....	0″056 Zeit.
und für $7^h 39' 54''7$ Sternzeit Leiden.	
Decl. Com. = Decl. * — 7′ 8″79.........	0″50

Der wahrscheinliche Fehler jeder Bestimmung für die AR. ist 0″156 Zeit, für die Decl. 1″45.

Am 5ten März wurden zwischen dem Cometen und einem Stern der 7ten Gröſse 7 Unterschiede in AR. und 8 Unterschiede in Decl. bestimmt, aus welchen sich ergab:

März 5. $6^h 41' 26''4$ Sternzeit Leiden.

	Wahrsch. Fehler.
AR. Com. = AR. * — 3′ 15″451 Zeit....	0″025 Zeit.
und für $7^h 27' 46''6$ Sternzeit Leiden.	
Decl. Com. = Decl. * — 6′ 20″11.........	0,61

Der wahrscheinliche Fehler jeder Bestimmung für die AR. ist 0″061 Zeit, und für die Decl. 1″75.

Am 7ten März wurden bei niedrigem Stande des Cometen und Mondschein 10 Unterschiede in AR. und 12 Unterschiede in Decl. zwischen dem Cometen und einem Stern 9r Gr. bestimmt, aus welchen sich ergab:

März 7. $8^h 6' 22''38$ Sternzeit Leiden.

	Wahrsch. Fehler.
AR. Com. = AR. * — 17″518 Zeit........	0″052
und für $8^h 28' 28''32$ Sternzeit Leiden.	
Decl. Com. = Decl. * + 3′ 2″31............	0,30.

Der wahrscheinl. Fehler jeder Bestimmung für die AR. ist hier 0″167 Zeit, und für die Decl. 1″05.

Aus diesem Allen geht hervor, daſs die kleinen Dimensionen unsers Instruments nicht genauen Bestimmungen hinderlich sind. Nur die kleinen Erschütterungen, welche das Gebäude von auſsen erleidet, machen bisweilen die Messungen, vorzüglich für gröſsere Entfernungen schwierig, doch ihnen ist nicht abzuhelfen. — Die Original-Messungen, deren Resultate hier angeführt sind, finden sich in einer Schrift, unter dem Titel: Eerste metingen met den Mikrometer, volbragt op het Observatorium van Ryks Hoogeschool te Leiden. Leiden by H. W. Hazenberg en Comp. 1840, zu deren Herausgabe ich vor kurzem veranlaſst ward.

F. Kaiser.

Altona 1840. October 15.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 410.

The Moons Right Ascension, Declination and Horizontal Parallax for the time of her transit over the meridian of Altona for the year 1841 with the logarithms of coefficients for facilitating the reduction to other Meridians.

January.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
1	1h 10' 18"70	8,55549	2,2256	6,35	57' 48"6	6,8182	0,382	+12° 26' 24"0	9,38603	2,9902n	7,54n	15' 45"2
2	2 4 22,92	8,59461	2,3441	6,19	58 46,5	6,8269	0,002n	+18 0 31,2	9,33812	3,3026n	7,65n	16 1,0
3	3 3 52,92	8,63735	2,3830	5,59n	59 42,8	6 7923	0,701n	+22 44 6,7	9,23615	3,5195n	7,72n	16 16,3
4	4 9 15,07	8,67466	2,2902	6,54n	60 31,6	6,6964	0,959n	+26 5 17,8	9,01374	3,6672n	7,65n	16 29,6
5	5 19 18,07	8,69578	1,8258	6,75n	61 6,8	6,4843	1,112n	+27 31 51,1	8,15862	3,7403n	7,17n	16 39,2
6	6 30 57,11	8 69375	1,9630n	6.73n	61 22,9	5,7878	1,172n	+26 43 38,3	8,90831n	3,7295n	7,39	16 43,6
7	7 40 25,52	8,67000	2,3009n	6,42n	61 17,1	6,2875n	1,156n	+23 43 57,6	9,21832n	3,6312n	7,72	16 42,0
8	8 45 5,92	8,63335	2,3528n	5,40	60 50,2	6,6222n	1,059n	+18 58 41,9	9,35499n	3,4431n	7,76	16 34,7
9	9 44 17,23	8,59461	2,2843n	6,27	60 6,3	6,7694n	0,905n	+13 4 12,8	9,41795n	3,1313n	7,70	16 22,7
10	10 38 44.12	8,56190	2,1330n	6,36	59 10,6	6,8351n	0,516n	+ 6 35 25,0	9,43934n	2,3634n	7,57	16 7,5
11	11 29 48,52	8,53956	1,8821n	6,35	58 10,1	6,8495n	9,525	+ 0 0 15,0	9,43374n	2,7742	7,44	15 51,0
12	12 18 58,38	8,52892	1,3452n	6,29	57 10,1	6,8269n	0,558	— 6 20 34,4	9,40774n	3,0801	7,32	15 34,7
13	13 7 34.06	8,52920	1,3613	6,18	56 15,3	6,7732n	0,724	—12 11 43,4	9,36288n	3,2275	7,24	15 19,8
14	13 56 42,57	8,53815	1,7493	6,00	55 28,4	6,6873n	0,835	—17 20 57,9	9,29589n	3,3267	7,21	15 7,0
15	14 47 12 90	8,55231	1,8606	5,42	54 51,5	6,5693n	0,808	—21 37 27,2	9,19702n	3,4035	7,19	14 56,9
16	15 39 29,89	8,56742	1,8398	5,78n	54 24,2	6,4147n	0,813	—24 51 0,2	9,04269n	3,4633	7,11	14 49,5
17	16 33 27,31	8,57894	1,6304	6,13n	54 6,5	6,1824n	0,765	— 26 52 26,6	8,75985n	3,5029	6,88	14 44,7
18	17 28 26,39	8,58332	9,4887n	6,25n	53 57,5	5,7836n	0,677	—27 35 1,9	7,11829n	3,5170	4,89n	14 42,2
19	18 23 24,71	8,57603	1,6601n	6,19n	53 55,7	5,2940	0,652	—26 56 14,5	8,53182	3 5019	6,92n	14 41,7
20	19 17 16,35	8,56591	1,8958n	5,95n	54 0,6	5,9584	0,574	- 24 58 50,3	9,03054	3,4567	7,18n	14 43,1
21	☌											
22	20 9 13,16	8,54788	1,9585n	4,77n	54 11,1	6,1758	0,489	—21 50 29,2	9,18470	3,3825	7,27n	14 5,9
23	20 58 56,92	8,52875	1,9145n	5,82	54 26,3	6,3066	0,489	—17 42 12,8	9,27956	3,2799	7,30n	14 50,1
24	21 46 40,02	8,51268	1,7606n	6,07	54 46,1	6,4069	0,479	—12 46 32,7	9,34006	3,1427	7,29n	14 55,5
25	22 32 58,47	8,50324	1,3406n	6,19	55 10,4	6,4892	0,498	— 7 16 16,9	9,37739	2,9474	7,29n	15 2,1
26	23 18 45,16	8,50305	1,3323	6,26	55 39,4	6,5598	0,507	— 1 23 58,6	9,39691	2,5787	7,30n	15 10,0
27	0 5 4,69	8,51370	1,8504	6,30	56 13,2	6,6258	0,558	+ 4 37 40,9	9,40024	2,2246n	7,36n	15 19,2
28	0 53 10,51	8,53551	2.0935	6,32	56 52,3	6,6811	0,469	+10 34 57,5	9,38567	2,9112n	7,45n	15 29,8
29	1 44 21,31	8,56721	2,2436	6,24	57 35,8	6,7211	0,345	+16 11 35,9	9,34672	3,2124n	7,55n	15 41,7
30	2 39 51,78	8,60515	2,3230	5,82	58 22,5	6,7393	9,428	+21 7 13,3	9,26830	3,4233	7,63n	15 54,4
31	3 40 31,25	8,64299	2,3112	6,16n	59 9,5	6,7272	0,317n	+24 56 35,1	9,11300	3,5805	7,64n	16 7,2

February.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
1	4 46 8,18	8,67190	2,1286	6,59n	59 53,2	6,6667	0,780n	+27 11 32,6	8,73842	3,6820n	7,46n	16 19,1
2	5 54 58,91	8,68366	0,9918	6,70n	60 28,0	6,5229	0,956n	+27 28 2,9	8,52046n	3,7191n	5,38n	16 28,6
3	7 4 4,42	8,67508	2,0563n	6,58n	60 49,3	6,1690	1,086n	+25 36 1,5	9,08331n	3,6821n	7,49	16 34,4
4	8 10 27,11	8,65007	2,2590n	6,13n	60 52,7	5,8270n	1,093n	+21 45 46,0	9,29079n	3,5674n	7,70	16 35,4
5	9 12 26,88	8,61730	2,2674n	5,87	60 37,7	6,4473n	1,079n	+16 24 10,5	9,39317n	3,3625n	7,73	16 31,3
6	10 9 55,36	8,58555	2,1715n	6,25	60 5,1	6,6683n	0,969n	+10 5 5,2	9,44005n	2.9943n	7,67	16 22,4
7	11 3 44,08	8,56086	1,9857n	6,31	59 18,7	6,7758n	0,755n	+ 3 20 57,5	9,45133n	2,0218	7,57	16 9,7
8	11 55 8,35	8,54611	1,6484n	6,28	58 23,8	6,8205n	0,257n	— 3 21 4,2	9,43656n	2,9784	7,46	15 54,8
9	12 45 25,35	8,54164	0,1334	6,20	57 26,1	6,8236n	0,081	— 9 39 49,5	9,39955n	3,2053	7,35	15 39,1
10	13 35 43,08	8,54596	1,5661	6,04	56 30,2	6,7903n	0,646	—15 18 56,3	9,33960n	3,3269	7,26	15 23,8

February.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
11	14h 26′ 53″95	8,55622	1,7607	5,66	55′ 40″7	6,7196n	0,790	−20° 5′ 24″2	9,25052n	3,4076	7,19	15′ 10″3
12	15 19 28,55	8,56865	1,7773	5,51n	55 0,3	6,6119n	0,847	−23 48 24,0	9,11606n	3,4649	7,09	14 59,3
13	16 1[illegible] 29,94	8,57911	1,6162	6,03n	54 30,3	6,4527n	0,871	−26 19 1,0	8,89090n	3,5024	6,88	14 51,2
14	17 8 30,93	8,58397	0,7911	6,18n	54 11,3	6,1971n	0,855	−27 30 48,6	8,33407n	3,5181	6,03	14 46,0
15	18 3 40,44	8,58117	1,5383n	6,17n	54 2,9	5,5950n	0,808	−27 20 56,4	8,54534	3,5095	6,78n	14 43,7
16	18 57 59,37	8,57079	1,8289n	5,98n	54 4,1	5,8078	0,740	−25 51 0,9	8,94979	3,4754	7,09n	14 44,0
17	19 50 39,78	8,55500	1,9201n	5,38n	54 13,5	6,1775	0,651	−23 7 0,9	9,13859	3,4162	7,20n	14 46,6
18	20 41 18,37	8,53727	1,9026n	5,65	54 29,6	6,3411	0,542	−19 18 17,8	9,25222	3,3315	7,27n	14 51,0
19	21 29 59,61	8,52140	1,7844n	5,99	54 50,9	6,4309	0,370	−14 36 16,3	9,32533	3,2158	7,30n	14 56,8
20	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
21	22 17 11,38	8,51079	1,4829n	6,13	55 15,8	6,4851	0,257	− 9 13 23,5	9,37184	3,0487	7,32n	15 3,5
22	23 3 38,70	8,50803	0,8859	6,20	55 43,4	6,5222	0,127	− 3 22 43,5	9,39801	2,7545	7,34n	15 11,1
23	23 50 18,17	8,51474	1,7090	6,25	56 13,0	6,5428	9,729	+ 2 41 59,3	9,40619	1,4419n	7,39n	15 19,1
24	0 38 14,45	8,53148	1,9904	6,26	56 43,5	6,5535	9,729	+ 8 45 51,4	9,39559	2,8448n	7,45n	15 27,5
25	1 28 36,59	8,55735	2,1547	6,20	57 14,8	6,5666	9,867	+14 32 5,1	9,36169	3,1711n	7,52n	15 36,0
26	2 22 30,51	8,58963	2,2457	5,90	57 47,1	6,5754	8,826	+19 41 8,2	9,29368	3,3794n	7,57n	15 44,8
27	3 20 43,60	8,62329	2,2546	5,88n	58 19,5	6,5700	9,826n	+23 50 23,5	9,16631	3,5304n	7,58n	15 53,6
28	4 23 18,95	8,65128	2,1311	6,43n	58 50,9	6,5500	0,127n	+26 35 25,7	8,90254	3,6330n	7,46n	16 2,2

March.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
1	5 29 10,11	8,66641	1,6324	6,60n	59 20,1	6,4949	0,558n	+27 34 22,3	6,61919	3,6826n	6,93n	16 10,1
2	6 36 3,54	8,66462	1,8012n	6,56n	59 43,9	6,3667	0,750n	+26 34 49,0	8,91814n	3,6730n	7,21	16 16,6
3	7 41 26,63	8,64737	2,1372n	6,27n	59 59,3	6,0657	0,890n	+23 39 21,7	9,20069n	3,6012n	7,55	16 20,8
4	8 43 31,59	8,62087	2,2004n	4,52	60 3,2	5,4868n	0,959n	+19 5 19,6	9,33985n	3,4636n	7,65	16 21,9
5	9 41 44,95	8,59281	2,1411n	6,10	59 53,7	6,2770n	0,959n	+13 19 7,7	9,41281n	3,2361n	7,65	16 19,3
6	10 36 34,36	8,56946	1,9856n	6,25	59 30,7	6,5326n	0,916n	+ 6 49 55,2	9 44506n	2,7819n	7,61	16 13,0
7	11 29 0,03	8,55443	1,6924n	6,26	58 55,6	6,6667n	0,770n	+ 0 5 21,8	9,44780n	2,5747	7,54	16 3,4
8	12 20 11,77	8,54885	0,6808n	6,20	58 11,7	6,7366n	0,525n	− 6 30 10,0	9,42578n	3,0807	7,47	15 51,5
9	13 11 15,26	8,55182	1,4915	6,06	57 22,8	6,7616n	9,604n	−12 36 1,4	9,37949n	3,2773	7,38	15 38,2
10	14 3 3,37	8,56089	1,7272	5,72	56 33,3	6,7484n	0,370	−17 55 1,0	9,30495n	3,3910	7,29	15 24,7
11	14 56 8,90	8,57253	1,7615	5,37n	55 47,2	6,7005n	0,639	−22 13 2,2	9,24572n	3,4635	7,17	15 12,1
12	15 50 38,06	8,58272	1,6185	5,99n	55 7,6	6,6095n	0,817	−25 18 59,3	9,00910n	3,5073	6,94	15 1,3
13	16 46 7,09	8,58778	0,9179	6,17n	54 37,6	6,4571n	0,859	−27 5 15,7	8,65397n	3,5256	6,22	14 53,1
14	17 41 47,60	8,58548	1,5044n	6,17n	54 18,3	6,2018n	0,871	−27 28 27,4	8,10425	3,5188	6,74n	14 47,9
15	18 36 41,27	8,57568	1,8157n	6,00n	54 10,1	5,4868n	0,871	−26 29 49,9	8,83288	3,4883	7,05n	14 45,7
16	19 29 59,32	8,56035	1,9171n	5,48n	54 12,9	5,9748	0,843	−24 14 52,3	9,07326	3,4362	7,17n	14 46,4
17	20 21 16,40	8,54280	1,9076n	5,59	54 26,0	6,3090	0,750	−20 52 6,8	9,20962	3,3647	7,22n	14 50,0
18	21 10 34,80	8,52679	1,7998n	5,97	54 47,5	6,4658	0,665	−16 31 47,1	9,29721	3,2720	7,25n	14 55,8
19	21 58 20,47	8,51567	1,5291n	6,11	55 15,8	6,5528	0,469	−11 24 57,5	9,35515	3,1457	7,28n	15 3,6
20	22 45 16,61	8,51203	0,5072	6,19	55 48,5	6,5982	0,188	− 5 43 25,2	9,39152	2,9489	7,33n	15 12,5
21	23 32 18,18	8,51751	1,6561	6,23	56 23,5	6,6107	9,127n	+ 0 19 55,1	9,40927	2,4652	7,39n	15 22,0
22	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
23	0 20 27,77	8,53268	1,9557	6,24	56 58,3	6,5950	0,188n	+ 6 30 17,6	9,40788	2,6099n	7,47n	15 31,5
24	1 10 52,02	8,55675	2,1259	6,18	57 30,9	6,5556	0,370n	+12 30 15,5	9,38342	3,0926n	7,54n	15 40,4
25	2 4 34,44	8,58716	2,2196	5,89	58 0,0	6,4941	0,489n	+17 59 8,9	9,32684	3,3423n	7,59n	15 48,3
26	3 2 20,98	8,61921	2,2318	5,82n	58 24,6	6,4109	0,498n	+22 33 10,1	9,21846	3,5084n	7,58n	15 55,0
27	4 4 16,44	8,64623	2,1153	6,40n	58 44,5	6,3053	0,516n	+25 47 11,1	9,00612	3,6166n	7,46n	16 0,4
28	5 9 20,80	8,66128	1,6498	6,58n	58 59,6	6,1758	0,449n	+27 19 3,8	8,39107	3,6694n	6,98n	16 4,5
29	6 15 29,83	8,66020	1,7538n	6,55n	59 10,4	5,9980	0,489n	+26 55 59,7	8,75192n	3,6642n	7,12	16 7,5
30	7 20 17,67	8,64395	2,1159n	6,29n	59 16,6	5,6317	0,542n	+24 39 14,6	9,11942n	3,6028n	7,49	16 9,2
31	8 21 56,81	8,61817	2,1909n	5,02n	59 17,5	5,4253n	0,659n	+20 43 28,4	9,28572n	3,4869n	7,59	16 9,4
	9 19 49,46				59 11,7			+15 31 31,6				16 7,8

April.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
1	9h 19' 49"46	8,59024	2,1415n	6,06	59' 11"7	6,0320n	0,689n	+15° 31' 31"6	9,37515n	3,3095n	7,60	16' 7"8
2	10 14 18,14	8,56647	1,9955n	6,24	58 58,6	6,2991n	0,750n	+ 9 28 44,5	9,42128n	3,0210n	7,57	16 4,8
3	11 6 19,96	8,55080	1,7144n	6,26	58 37,3	6,4623n	0,683n	+ 2 59 40,1	9,43770n	2,1484n	7,53	15 58,5
4	11 57 4,26	8,54475	0,7659	6,22	58 8,8	6,5680n	0,639n	− 3 33 4,4	9,42994n	2,8377	7,48	15 50,7
5	12 47 38,95	8,54782	1,5180	6,11	57 34,0	6,6317n	0,370n	− 9 48 50,2	9,39896n	3,1599	7,45	15 41,2
6	13 39 1,34	8,55782	1,7756	5,85	56 55,6	6,6612n	0,030n	−15 28 47,6	9,34165n	3,3277	7,39	15 30,7
7	14 31 50,53	8,57125	1,8342	4,94n	56 15,7	6,6618n	0,030	−20 16 2,1	9,24958n	3,4328	7,30	15 19,9
8	15 26 18,88	8,58385	1,7397	5,98n	55 37,4	6,6234n	0,525	−23 56 9,3	9,10309n	3,4981	7,12	15 9,4
9	16 22 6,57	8,59144	1,3129	6,20n	55 4,0	6,5450n	0,665	−26 18 20,1	8,84497n	3,5301	6,68	15 0,8
10	17 18 23,60	8,59112	1,3887n	6,23n	54 37,5	6,4128n	0,775	−27 16 40,3	8,04190n	3,5308	6,64n	14 53,1
11	18 14 4,67	8,58224	1,8125n	6,11n	54 19,9	6,1622n	0,851	−26 50 59,1	8,66376	3,5035	7,05n	14 48,3
12	19 8 10,93	8,56657	1,9467n	5,70n	54 12 8	5,2396n	0,883	−25 6 17,0	8,99242	3,4021	7,18n	14 46,4
13	20 0 7,85	8,54760	1,9563n	5,47	54 17,0	6,0481	0,859	−22 11 14,4	9,15726	3,3827	7,22n	14 47,5
14	20 49 52,05	8,52944	1,8700n	5,96	54 32,0	6,3742	0,851	−18 16 9,1	9,25923	3,2981	7,21n	14 51,6
15	21 37 47,23	8,51588	1,6487n	6,12	54 57,5	6,5417	0,755	−13 31 36,6	9,32704	3,1950	7,21n	14 58,6
16	22 24 36,98	8,50987	0,8059n	6,21	55 31,5	6,6399	0,652	− 8 8 6,9	9,37237	3,0534	7,25n	15 7,8
17	23 11 17,94	8,51341	1,5777	6,25	56 12,1	6,6960	0,382	− 2 16 36,4	9,39981	2,8017	7,33n	15 18,9
18	23 58 55,85	8,52736	1,9337	6,28	56 56,2	6,7124	9,127n	+ 3 50 24,8	9,40977	1,2043	7,43n	15 30,9
19	0 48 42,03	8,55127	2,1239	6,25	57 40,1	6,6950	0,357n	+ 9 57 27,9	9,39901	2,8902n	7,54n	15 42,9
20	1 41 47,81	8,58294	2,2420	6,06	58 20,6	6,6364	0,689n	+15 44 45,8	9,35962	3,2482n	7,62n	15 53,9
21	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
22	2 39 11,13	8,61783	2,2782	5,44n	58 53,9	6,5252	0,799n	+20 47 40,1	9,27531	3,4649n	7,65n	16 3,0
23	3 41 11,80	8,64895	2,1972	6,38n	59 17,9	6,3377	0,855n	+24 38 3,3	9,10799	3,6047n	7,57n	16 9,5
24	4 47 0,43	8,66824	1,8386	6,62n	59 31,3	5,9985	0,843n	+26 49 2,7	8,71185	3,6779n	7,21n	16 13,2
25	5 54 28,43	8,66997	1,6788	6,62n	59 34,4	5,2836n	0,780n	+27 2 55,0	8,51107n	3,6842n	7,04	16 14,0
26	7 0 48,31	8,65404	2,1457n	6,40n	59 28,6	6,0367n	0,639n	+25 17 57,6	9,04734n	3,6260n	7,51	16 12,4
27	8 3 46,52	8,62608	2,2453n	5,58n	59 16,2	6,2439n	0,525n	+21 48 38,1	9,24624n	3,5097n	7,61	16 9,1
28	9 2 28,37	8,59434	2,2098n	6,06	58 58,8	6,3513n	0,382n	+16 58 59,2	9,34814n	3,3860n	7,60	16 4,3
29	9 57 11,65	8,56618	2,0810n	6,27	58 37,7	6,4205n	0,317n	+11 15 11,1	9,40109n	3,0790n	7,54	15 58,6
30	10 48 56,14	8,54632	1,8414n	6,30	58 13,5	6,4701n	0,206n	+ 5 1 15,9	9,42342n	2,5544n	7,48	15 52,0

May.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
1	11 38 56,91	8,53688	1,2735n	6,27	57 46,8	6,5122n	0,273n	− 1 21 46,3	9,42282n	2,5894	7,44	15 44,7
2	12 28 28,90	8,53781	1,4135	6,19	57 17,4	6,5464n	0,056n	− 7 35 15,3	9,40140n	3,0335	7,42	15 36,7
3	13 18 38,29	8,54731	1,7795	6,01	56 46,3	6,5646n	9,780n	−13 21 54,6	9,35707n	3,2419	7,40	15 28,2
4	14 10 15,50	8,56211	1,8923	5,44	56 14,3	6,5700n	9,127	−18 25 12,4	9,28308n	3,3749	7,36	15 19,5
5	15 3 46,40	8,57784	1,8663	5,83n	55 42,6	6,5528n	0,168	−22 29 40,2	9,16448n	3,4648	7,26	15 10,9
6	15 59 3,89	8,58971	1,6436	6,19n	55 13,1	6,5107n	0,382	−25 21 55,4	8,96431n	3,5173	7,01	15 2,8
7	16 55 24,80	8,59377	0,5543n	6,29n	54 47,2	6,4337n	0,566	−26 52 46,7	8,52722n	3,5352	4,93	14 55,8
8	17 51 40,06	8,58817	1,7285n	6,23n	54 26,8	6,2953n	0,683	−26 58 52,1	8,39482	3,5184	6,97n	14 50,2
9	18 46 37,29	8,57382	1,9481n	5,97n	54 13,6	6,0178n	0,770	−25 43 18,1	8,89841	3,4715	7,19n	14 46,6
10	19 39 24,95	8,55400	2,0036n	4,37n	54 9,2	4,6656	0,822	−23 14 15,5	9,10235	3,4012	7,25n	14 45,4
11	20 29 44,88	8,53310	1,9569n	5,87	54 14,7	6,0949	0,851	−19 42 34,2	9,22038	3,3135	7,24n	14 46,9
12	21 17 51,66	8,51552	1,8056n	6,10	54 30,8	6,3960	0,855	−15 19 35,6	9,29647	3,2119	7,20n	14 51,3
13	22 4 24,34	8,50488	1,4235n	6,20	54 57,6	6,5700	0,839	−10 16 1,2	9,34746	3,0884	7,19n	14 58,6
14	22 50 18,32	8,50376	1,2571	6,27	55 34 6	6,6814	0,745	− 4 41 55,6	9,38071	2,9117	7,23n	15 8,7
15	23 36 40,00	8,51371	1,8348	6,31	56 19,9	6,7534	0,632	+ 1 12 19,4	9,39856	2,5214	7,33n	15 21,0
16	0 24 44,22	8,53506	2,0873	6,32	57 11,4	6,7878	0,002	+ 7 14 31,5	9,39947	2,4818n	7,46n	15 35,1
17	1 15 50,82	8,56651	2,2419	6,26	58 4,5	6,7858	0,168n	+13 8 42,4	9,37764	3,0660n	7,59n	15 49,5
18	2 11 16,17	8,60456	2,3253	5,87	58 55,3	6,7425	0,724n	+18 33 21,9	9,32037	3,3592n	7,68n	16 3,4
19	3 11 52,15	8,64278	2,3168	6,15n	59 38,3	6,6370	0,923n	+23 0 46,5	9,20023	3,5522n	7,68n	16 15,1
20	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌

May.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor.Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
21	4h 17' 29"38	8,67218	2,1376	6,60n	60' 8"9	6,4290	1,019n	+25° 59' 46"1	8,93802	3,6706n	7,51n	16' 23"4
22	5 26 24,15	8,68413	0,9530	6,72n	60 24,1	5,9117	1,038n	+27 3 32,1	6,60817	3,7134n	6,27n	16 27,6
23	6 35 32,21	8,67499	2,0797n	6,60n	60 23,2	5,9955n	0,990n	+26 0 32,1	8,93813n	3,6793n	7,46	16 27,3
24	7 41 48,26	8,64855	2,2823n	6,15n	60 7,8	6,4010n	0,890n	+22 59 59,8	9,20656n	3,5723n	7,66	16 23,1
25	8 43 26,87	8,61376	2,2915n	5,98	59 40,9	6,5556n	0,665n	+18 26 55,0	9,33193n	3,3968n	7,67	16 15,8
26	9 40 18,68	8,57978	2,1972n	6,27	59 7,0	6,6216n	0,357n	+12 51 32,8	9,39410n	3,1345n	7,60	16 6,6
27	10 33 17,36	8,55314	2,0126n	6,34	58 29,6	6,6462n	9,729n	+ 6 41 48,7	9,42010n	2,6461n	7,50	15 56,4
28	11 23 42,47	8,53715	1,6720n	6,32	57 51,3	6,6427n	9,905	+ 0 20 41,7	9,42175n	2,4830	7,42	15 45,9
29	12 12 56,78	8,53257	0,5931	6,26	57 14,1	6,6252n	0,056	— 5 53 4,7	9,40348n	2,9746	7,37	15 35,8
30	13 2 15,79	8,53820	1,6588	6,14	56 38,6	6,5988n	0,241	—11 43 28,6	9,36504n	3,1861	7,35	15 26,1
31	13 52 41,14	8,55124	1,8657	5,85	56 5,6	6,5660n	0,206	—16 55 42,5	9,30153n	3,3243	7,34	15 17,1

June.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor.Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
1	14 44 53,57	8,56763	1,9090	5,27n	55 35,1	6,5237n	0,370	—21 15 29,6	9,20141n	3,4237	7,29	15 8,8
2	15 39 3,91	8,58250	1,8031	6,07n	55 8,0	6,4692n	0,370	—24 29 27,9	9,03781n	3,4913	7,14	15 1,4
3	16 34 45,11	8,59113	1,3439	6,28n	54 44,3	6,4000n	0,459	—26 26 42,4	8,72418n	3,5257	6,70	14 55,0
4	17 30 59,83	8,59033	1,4874n	6,30n	54 24,9	6,2914n	0,550	—27 0 59,9	7,72850	3,5252	6,72n	14 49,7
5	18 26 28,56	8,57962	1,8844n	6,15n	54 10,8	6,1108n	0,618	—26 12 25,4	8,78780	3,4903	7,14n	14 45,8
6	19 20 5,53	8,56122	2,0072n	5,69n	54 2,9	5,7119n	0,683	—24 7 15,3	9,04628	3,4254	7,26n	14 43,7
7	20 11 13,79	8,53927	2,0092n	5,59	54 2,2	5,5687	0,734	—20 55 56,7	9,18479	3,3365	7,28n	14 43,5
8	20 59 52,01	8,51842	1,9185n	6,01	54 9,6	6,1336	0,780	—16 50 35,5	9,27035	3,2288	7,25n	14 45,5
9	21 46 28,15	8,50280	1,7006n	6,16	54 26,0	6,3919	0,826	—12 3 0,0	9,32600	3,1013	7,20n	14 50,0
10	22 31 50,44	8,49565	0,9402n	6,24	54 52,3	6,5591	0,822	— 6 43 55 0	9,36209	2,9364	7,19n	14 57,2
11	23 17 0,52	8,49918	1,5936	6,29	55 28,5	6,6779	0,808	— 1 3 21,7	9,38314	2,6556	7,23n	15 7,0
12	0 3 9,85	8,51447	1,9661	6,33	56 14,2	6,7621	0,718	+ 4 48 17,3	9,38983	1,5894n	7,34n	15 19,5
13	0 51 37,75	8,54135	2,1742	6,34	57 7,6	6,8147	0,510	+10 38 37,6	9,37901	2,8422n	7,48n	15 34,0
14	1 43 48,19	8,57789	2,3054	6,23	58 5,7	6,8343	9,124	+16 11 8,0	9,34221	3,2046n	7,61n	15 49,9
15	2 40 57,44	8,61950	2,3653	5,33	59 3,9	6,8156	0,551n	+21 3 11,8	9,26094	3,4442n	7,69n	16 5,7
16	3 43 46,20	8,65841	2,3185	6,38n	59 56,7	6,7430	0,905n	+24 45 46,5	9,08977	3,6112n	7,67n	16 20,1
17	4 51 36,20	8,68469	2,0375	6,70n	60 37,6	6,5827	1,062n	+26 47 18,6	8,63165	3,7069n	7,39n	16 31,2
18	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
19	6 2 2,90	8,69034	1,5760n	6,73n	61 1,5	6,2158	1,127n	+26 43 49,5	8,68374n	3,7237n	7,04	16 37,7
20	7 11 36,55	8,67426	2,2026n	6,53n	61 5,6	5,8417n	1,127n	+24 30 38 3	9,12855n	3,6576n	7,62	16 38,9
21	8 17 21,52	8,64298	2,3176n	5,74n	60 50,0	6,4536n	1,051n	+20 25 31,1	9,30560n	3,5098n	7,73	16 34,6
22	9 18 4,47	8,60672	2,2815n	6.14	60 17,8	6,6540n	0,898n	+15 0 2,4	9,39085n	3,2687n	7,70	16 25,9
23	10 14 6,00	8,57433	2,1518n	6,34	59 33,9	6,7417n	0,580n	+ 8 47 54,1	9,42745n	2,8391n	7,60	16 13,9
24	11 6 36,84	8,55120	1,9212n	6,35	58 44,2	6,7717n	9,953n	+ 2 18 1,6	9,43351n	2,3308	7,49	16 0,3
25	11 57 2,75	8,53939	1,4463n	6,30	57 53,1	6,7664n	0,206	— 4 6 56,4	9,41718n	2,9626	7,39	15 46,4
26	12 46 45,93	8,53866	1,2894	6,21	57 4,3	6,7324n	0,525	—10 9 19,8	9,38081n	3,1756	7,33	15 33,1
27	13 36 56,66	8,54689	1,7377	6,02	56 20,3	6,6811n	0,558	—15 34 32,7	9,32191n	3,3060	7,29	15 21,1
28	14 28 26,66	8,56059	1,8611	5,42	55 41,7	6,6138n	0,632	—20 9 29,1	9,23198n	3,4002	7,25	15 10,5
29	15 21 42,61	8,57525	1,8304	5,83n	55 9,4	6,5319n	0,582	—23 42 0,8	9,09103n	3,4690	7,16	15 1,8
30	16 16 36,31	8,58606	1,5826	6,18n	54 42,9	6,4327n	0,618	—26 1 32,3	8,84248n	3,5114	6,89	14 54,6
	17 12 24,88				54 22,5			—27 0 43,2				14 49,0

(Der Beschlufs folgt.)

Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Hamburg 1840. Aug. 17.

Hiebei habe ich die Ehre, Ihnen meine Beobachtungen des ersten von Herrn *Galle* entdeckten Cometen zu senden, wobei ich die aus eigenen Beobachtungen abgeleiteten Oerter der verglichenen Sterne zum Grunde gelegt habe.

1839.	Mittl. Hamb. Zeit.	Scheinbare AR. des Com.	Scheinbare Decl. des Com.	Anz. der Beob.
Dec. 10	16h 23' 39"93	13h 52' 37"457	+0° 27' 5"70	7
	18 4 33,76	13 53 18,895	0 28 5,12	1

1839.	Mittl. Hamb. Zeit.	Scheinbare AR. des Com.	Scheinbare Decl. des Com.	Anz. der Beob.
Dec. 14	16ʰ22′ 7″34	14ʰ31′59″396	+1°39′28″08	5
25	19 4 17,89	16 13 56,081	3 22 6,28	8
28	18 36 30,58	16 37 37.126	3 18 46,68	3
	19 14 44,16	16 37 49,663	3 18 9,17	2
29	17 4 13,93	16 44 42,317	3 14 19,28	3
1840				
Jan. 4	17 49 15,85	17 26 17,213	2 23 30,42	10
5	17 41 29,78	17 32 31,084	2 11 58,07	4
6	17 56 29,89	17 38 40,337	1 58 52,01	16
8	18 18 9,53	17 50 28,758	1 30 54,70	15
9	18 13 18,80	17 56 5,600	1 16 21,12	10
10	18 19 49,87	18 1 36,743	1 0 51,49	19
11	18 52 4,70	18 7 4,539	0 45 4,37	7
12	18 18 25,36	18 12 9,719	0 29 35,40	16
13	18 32 14,97	18 17 18,786	0 13 1,21	14
14	18 15 17,68	18 22 12,686	−0 3 9,63	8
17	17 48 49,85	18 36 21,422	0 53 20,42	4
	18 26 33,84	18 36 28,285	0 53 41,99	3
19	18 43 46,66	18 45 26,533	1 27 12,03	4
21	18 37 1,19	18 53 58,738	1 59 42,44	2
22	18 38 58,60	18 58 6,639	2 16 22,92	1
Febr. 2	18 16 33,06	19 38 28,796	5 0 40,85	1
4	18 14 45,53	19 44 57,405	5 26 57,39	1

Scheinbare Oerter der verglichenen Sterne am Tage der Vergleichung mit dem Cometen nach eigenen Beobachtungen.

	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
1836 Decbr. 10.	13ʰ51′29″987	+ 0°36′41″69
	13 51 32,694	0 49 44,42
	13 54 22,953	0 49 10,05
14.	14 28 24,131	1 45 19,35
	14 30 6,264	1 34 49,44
	14 37 20,656	1 23 41,84
	14 38 56,172	1 38 42,26
25.	16 14 12,633	3 15 19,94
	16 14 17,976	3 27 56,03
28.	16 37 44,606	3 11 29,95
	16 37 54,335	3 4 57,74
	16 40 17,438	3 1 30,22
29.	16 43 27,640	3 12 16,89
	16 45 13,424	3 17 18,51
1840 Jan. 4.	17 22 29,946	2 9 22,17
	17 22 38,602	2 27 12,28
	17 23 49,909	2 22 29,20
	17 24 18,048	2 10 34,18
	17 24 22,025	2 31 52,69
1840 Jan. 5.	17ʰ30′59″317	+ 2° 8′55″01
	17 31 2,991	2 7 19,08
	17 31 50,266	2 6 38,84
6.	17 39 9,522	1 53 20,01
	17 39 31,944	1 50 30,22
	17 40 39,371	1 49 1,42
	17 41 13,764	2 0 44,12
	17 44 27,507	1 45 0,75
8.	17 47 59,205	1 27 31,08
	17 51 23,084	1 34 31,33
	17 52 13,499	1 37 16,71
	17 53 37,164	1 18 45,14
9.	17 53 37,184	1 18 44,99
	17 56 23,938	1 13 54,69
10.	18 0 26,800	0 41 44,89
	18 1 31,193	0 47 50,57
	18 2 15,637	0 46 3,82
	18 3 32,293	0 46 47,63
	18 5 33,517	0 38 37,75
11.	18 5 33,526	0 38 37,66
	18 8 55,993	0 57 9,76
12.	18 9 57,366	0 47 50,24
	18 10 29,575	0 41 40,95
	18 11 16,032	0 46 44,50
13.	18 19 0,541	0 6 13,50
	18 19 37,832	0 6 16,66
	18 21 4,867	0 13 22,95
14.	18 19 0,561	0 6 13,31
	18 19 37,851	0 6 16,52
	18 21 4,885	0 13 22,81
	18 22 25,701	0 16 26,05
17.	18 38 12,035	−1 7 38,56
19.	18 40 58,875	1 9 32,47
	18 43 21,286	1 13 50,53
21.	18 57 0,326	1 45 3,59
22.	18 58 37,937	1 58 41,10
Febr. 2.	19 33 20,046	4 39 35,04
	19 36 47,391	4 54 23,53
4.	19 42 19,830	5 5 47,89
	19 45 45,551	5 27 34,24

• Häufig haben die Cometen, wenn die davon gemachten Beobachtungen gehörig reducirt sind, schon wieder an Interesse verloren. Sollte jedoch jemand gesonnen seyn, diesen und den zweiten von Herrn *Galle* entdeckten Cometen einer strengeren Berechnung zu unterwerfen, so glaube ich meine Beobachtungen dazu empfehlen zu dürfen. Bei der Reduction der Cometen-Beobachtungen hat Herr *Funk* assistiret.

Rümker.

Bemerkungen über trigonometrische Nivellements, insbesondere über die terrestrische Strahlenbrechung.

Von Herrn Professor Dr. *Grunert* zu Greifswald.

Die beste Methode zur Bestimmung des Höhenunterschiedes zweier Punkte auf der Oberfläche der Erde ist bekanntlich die Methode der gleichzeitig gegenseitig gemessenen Zenithdistanzen, von welcher neuerlich namentlich in Rufsland und Preufsen so schöne Anwendungen gemacht worden sind. Bezeichnet man die Höhen der beiden Punkte A und A' über dem Meere

durch h und h', die in A gemessene Zenithdistanz von A' durch z, die gleichzeitig in A' gemessene Zenithdistanz von A durch z', die entsprechenden Refractionen durch Δz und $\Delta z'$, die wahren Zenithdistanzen also durch $z+\Delta z$ und $z'+\Delta z'$, den Halbmesser der Erde, welche wir hier als eine Kugel betrachten wollen, durch r, den Winkel ACA' am Mittelpunkte C der Erde durch C; so liefert das Dreieck ACA', wenn wir die Winkel CAA' und $CA'A$ desselben durch A und A' bezeichnen, die Proportion

$$AC+A'C : AC-A'C = \cot\tfrac{1}{2}C : \tang\tfrac{1}{2}(A'-A),$$

oder, weil offenbar $AC=r+h$, $A'C=r+h'$, $A=180^\circ-(z+\Delta z)$, $A'=180^\circ-(z'+\Delta z')$ ist, die Proportion

$$2r+h+h' : h-h' = \cot\tfrac{1}{2}C : \tang\tfrac{1}{2}(z-z'+\Delta z-\Delta z'),$$

und folglich

$$h-h' = 2r\left(1+\frac{h+h'}{2r}\right)\tang\tfrac{1}{2}C\,\tang\tfrac{1}{2}(z-z'+\Delta z-\Delta z'),$$

wo man den Winkel C aus der gemessenen horizontalen Entfernung s der Punkte A und A' mittelst der Formel

$$C=\frac{s}{r}\cdot 206264''8 \quad\text{oder}\quad C=\frac{s}{r\sin 1''}$$

leicht findet.

Bei der Berechnung des Höhenunterschieds $h-h'$ nach der obigen Formel gestattet man sich nun eine doppelte nur näherungsweise richtige Voraussetzung, indem man nämlich sowohl $\frac{h+h'}{2r}=0$, als auch $\Delta z-\Delta z'=0$ oder $\Delta z=\Delta z'$ setzt, und allen bis jetzt bekannten Höhenbestimmungen liegen diese Voraussetzungen zum Grunde. Auch scheint es in der That nicht, daſs man sich von denselben, wenigstens von der letztern, unabhängig machen kann, wenn man nur zwei Punkte mit einander verbindet, welches aber, wie es mir scheint, wohl möglich ist, wenn man drei Punkte mit einander verbindet und deren gegenseitige Zenithdistanzen beobachtet, wobei natürlich auch vorausgesetzt wird, daſs die horizontalen Entfernungen dieser drei Punkte von einander durch eine vorhergegangene Triangulirung mit aller nur möglichen Genauigkeit bestimmt worden sind. Die nähere Erläuterung dieser an sich übrigens ganz einfachen Bemerkung ist der Zweck dieses kleinen Aufsatzes.

Bezeichnen wir die drei Punkte, deren Höhendifferenzen bestimmt werden sollen, jetzt durch A_0, A_1, A_2; ihre Höhen über dem Meere durch h_0, h_1, h_2; die den horizontalen Entfernungen A_0A_1, A_1A_2, A_2A_0 entsprechenden Winkel am Mittelpunkte der Erde, deren Halbmesser wie oben durch r bezeichnet wird, durch $C_{0,1}$, $C_{1,2}$, $C_{2,0}$; die in A_0 gemessenen Zenithdistanzen von A_1 und A_2 durch $z_{0,1}$ und $z_{0,2}$; die in A_1 gemessenen Zenithdistanzen von A_2 und A_0 durch $z_{1,2}$ und $z_{1,0}$; die in A_2 gemessenen Zenithdistanzen von A_0 und A_1 durch $z_{2,0}$ und $z_{2,1}$; die diesen gemessenen Zenithdistanzen entsprechenden Refractionen aber der Reihe nach durch $\Delta z_{0,1}$, $\Delta z_{0,2}$, $\Delta z_{1,2}$, $\Delta z_{1,0}$, $\Delta z_{2,0}$, $\Delta z_{2,1}$: so haben wir nach dem Obigen die drei folgenden Gleichungen:

$$h_0-h_1 = 2r\left(1+\frac{h_0+h_1}{2r}\right)\tang\tfrac{1}{2}C_{0,1}\,\tang\tfrac{1}{2}(z_{0,1}-z_{1,0}+\Delta z_{0,1}-\Delta z_{1,0}),$$

$$h_1-h_2 = 2r\left(1+\frac{h_1+h_2}{2r}\right)\tang\tfrac{1}{2}C_{1,2}\,\tang\tfrac{1}{2}(z_{1,2}-z_{2,1}+\Delta z_{1,2}-\Delta z_{2,1}),$$

$$h_2-h_0 = 2r\left(1+\frac{h_2+h_0}{2r}\right)\tang\tfrac{1}{2}C_{2,0}\,\tang\tfrac{1}{2}(z_{2,0}-z_{0,2}+\Delta z_{2,0}-\Delta z_{0,2}),$$

und durch Addition dieser drei Gleichungen ergiebt sich die Gleichung

$$\begin{aligned}0 = &\left(1+\frac{h_0+h_1}{2r}\right)\tang\tfrac{1}{2}C_{0,1}\tang\tfrac{1}{2}(z_{0,1}-z_{1,0}+\Delta z_{0,1}-\Delta z_{1,0})\\ +&\left(1+\frac{h_1+h_2}{2r}\right)\tang\tfrac{1}{2}C_{1,2}\tang\tfrac{1}{2}(z_{1,2}-z_{2,1}+\Delta z_{1,2}-\Delta z_{2,1})\\ +&\left(1+\frac{h_2+h_0}{2r}\right)\tang\tfrac{1}{2}C_{2,0}\tang\tfrac{1}{2}(z_{2,0}-z_{0,2}+\Delta z_{2,0}-\Delta z_{0,2})\end{aligned}$$

Bezeichnen wir jetzt die den gemessenen Zenithdistanzen $z_{0,1}$, $z_{1,0}$; $z_{1,2}$, $z_{2,1}$; $z_{2,0}$, $z_{0,2}$ entsprechenden Refractions-Coefficienten durch $k_{0,1}$, $k_{1,0}$; $k_{1,2}$, $k_{2,1}$; $k_{2,0}$, $k_{0,2}$; so ist nach der Theorie der terrestrischen Refraction

$$\Delta z_{0,1} = k_{0,1}\cdot C_{0,1} \qquad \Delta z_{1,0} = k_{1,0}\cdot C_{0,1}$$
$$\Delta z_{1,2} = k_{1,2}\cdot C_{1,2} \qquad \Delta z_{2,1} = k_{2,1}\cdot C_{1,2}$$
$$\Delta z_{2,0} = k_{2,0}\cdot C_{2,0} \qquad \Delta z_{0,2} = k_{0,2}\cdot C_{2,0}.$$

Nehmen wir nun an, daſs die Refractions-Coefficienten den Dichten der Luft proportional sind, und bezeichnen den Refractions-Coefficienten für die Temperatur des schmelzenden Eises und die Höhe $0^m,76$ des metrischen Barometers durch k; so ist, wenn die den gemessenen Zenithdistanzen $z_{0,1}$, $z_{1,0}$; $z_{1,2}$, $z_{2,1}$; $z_{2,0}$, $z_{0,2}$ entsprechenden Lufttemperaturen und sämmtlich auf die Temperatur des schmelzenden Eises reducirten Barometerhöhen, erstere nach dem Centesimal-Thermometer, letztere nach dem metrischen Barometer, durch $t_{0,1}$, $b_{0,1}$; $t_{1,0}$, $b_{1,0}$; $t_{1,2}$, $b_{1,2}$; $t_{2,1}$, $b_{2,1}$; $t_{2,0}$, $b_{2,0}$; $t_{0,2}$, $b_{0,2}$ bezeichnet werden, und der Kürze wegen

$$\mu_{0,1} = \frac{b_{0,1}}{0^m,76.\,(1+t_{0,1}.0{,}00375)}$$

$$\mu_{1,0} = \frac{b_{1,0}}{0^m,76.\,(1+t_{1,0}.0{,}00375)}$$

$$\mu_{1,2} = \frac{b_{1,2}}{0^m,76.\,(1+t_{1,2}.0{,}00375)}$$

$$\mu_{2,1} = \frac{b_{2,1}}{0^m,76 \cdot (1+t_{2,1} \cdot 0,00375)}$$

$$\mu_{2,0} = \frac{b_{2,0}}{0^m,76 \cdot (1+t_{2,0} \cdot 0,00375)}$$

$$\mu_{0,2} = \frac{b_{0,2}}{0^m,76 \cdot (1+t_{0,2} \cdot 0,00375)}$$

gesetzt wird,

$$k_{0,1} = \mu_{0,1} \cdot k, \; k_{1,0} = \mu_{1,0} \cdot k; \quad k_{1,2} = \mu_{1,2} \cdot k, \; k_{2,1} = \mu_{2,1} \cdot k;$$
$$k_{2,0} = \mu_{2,0} \cdot k, \; k_{0,2} = \mu_{0,2} \cdot k;$$

und folglich

$$\Delta z_{0,1} = \mu_{0,1} \cdot k C_{0,1} \qquad \Delta z_{1,0} = \mu_{1,0} \cdot k C_{0,1}$$
$$\Delta z_{1,2} = \mu_{1,2} \cdot k C_{1,2} \qquad \Delta z_{2,1} = \mu_{2,1} \cdot k C_{1,2}$$
$$\Delta z_{2,0} = \mu_{2,0} \cdot k C_{2,0} \qquad \Delta z_{0,2} = \mu_{0,2} \cdot k C_{2,0}.$$

Führt man dies in die obige Gleichung ein, so wird dieselbe

$$0 = \left(1+\frac{h_0+h_1}{2r}\right) \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C_{0,1} \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\left\{z_{0,1} - z_{1,0} + k(\mu_{0,1} - \mu_{1,0})\,C_{0,1}\right\}$$
$$+\left(1+\frac{h_1+h_2}{2r}\right) \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C_{1,2} \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\left\{z_{1,2} - z_{2,1} + k(\mu_{1,2} - \mu_{2,1})\,C_{1,2}\right\}$$
$$+\left(1+\frac{h_2+h_0}{2r}\right) \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C_{2,0} \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}\left\{z_{2,0} - z_{0,2} + k(\mu_{2,0} - \mu_{0,2})\,C_{2,0}\right\}$$

In dieser Gleichung sind die Gröfsen $\mu_{0,1}$, $\mu_{1,0}$; $\mu_{1,2}$, $\mu_{2,1}$; $\mu_{2,0}$, $\mu_{0,2}$ sämmtlich bekannt, wenn nur auf jeder Station zu denselben Zeiten, wo man die Zenithdistanzen mifst, vorher sorgfältig unter einander verglichene Barometer und Thermometer mit allen dabei nöthigen Vorsichtsmaafsregeln beobachtet werden. Die Höhen h_0, h_1, h_2 kann man mit einer, weil

$$\frac{h_0+h_1}{2r}, \quad \frac{h_1+h_2}{2r}, \quad \frac{h_2+h_0}{2r}$$

sehr kleine Gröfsen sind, hier hinreichenden Genauigkeit aus den auf den drei Stationen beobachteten Barometer- und Thermometer-Höhen und gleichzeitigen Barometer- und Thermometer-Beobachtungen am Meere nach den bekannten Formeln und Tafeln berechnen, so dafs also hiernach die obige Gleichung nur noch die eine unbekannte Gröfse k enthält, welche sich daher mittelst derselben bestimmen lassen mufs.

Da in allen Fällen die Gröfsen

$$k(\mu_{0,1} - \mu_{1,0})\,C_{0,1}; \quad k(\mu_{1,2} - \mu_{2,1})\,C_{1,2}; \quad k(\mu_{2,0} - \mu_{0,2})\,C_{2,0}$$

nur sehr klein sind, so gelangt man zu der Bestimmung von k am leichtesten mittelst der folgenden Näherungsmethode. Weil

$$\operatorname{tang}(x+y) = \frac{\operatorname{tang} x + \operatorname{tang} y}{1 - \operatorname{tang} x \operatorname{tang} y}$$

ist, so kann man, wenn y nur klein ist und in Theilen des der Einheit gleichen Radius ausgedrückt angenommen wird, näherungsweise mit Vernachlässigung aller Glieder von den die erste übersteigenden Ordnungen

$$tg(x+y) = \frac{\operatorname{tang} x + y}{1 - y \operatorname{tang} x} = (1 - y\, tg\, x)^{-1}(tg\, x + y)$$
$$= (1 + y\, tg\, x)(tg\, x + y) = tg\, x + y(1 + tg^2 x)$$
$$= \operatorname{tang} x + \frac{y}{\cos^2 x}$$

setzen. Wendet man dies auf die obige Gleichung an, und setzt der Kürze wegen

$$M = \left(1+\frac{h_0+h_1}{2r}\right) \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C_{0,1} \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(z_{0,1} - z_{1,0})$$
$$+\left(1+\frac{h_1+h_2}{2r}\right) \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C_{1,2} \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(z_{1,2} - z_{2,1})$$
$$+\left(1+\frac{h_2+h_0}{2r}\right) \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C_{2,0} \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}(z_{2,0} - z_{0,2})$$

und

$$N = \frac{(\mu_{0,1} - \mu_{1,0})\left(1+\frac{h_0+h_1}{2r}\right) C_{0,1} \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C_{0,1}}{\cos^2\tfrac{1}{2}(z_{0,1} - z_{1,0})}$$
$$+ \frac{(\mu_{1,2} - \mu_{2,1})\left(1+\frac{h_1+h_2}{2r}\right) C_{1,2} \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C_{1,2}}{\cos^2\tfrac{1}{2}(z_{1,2} - z_{2,1})}$$
$$+ \frac{(\mu_{2,0} - \mu_{0,2})\left(1+\frac{h_2+h_0}{2r}\right) C_{2,0} \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C_{2,0}}{\cos^2\tfrac{1}{2}(z_{2,0} - z_{0,2})}$$

so wird dieselbe

$$M + \tfrac{1}{2}Nk = 0,$$

und giebt also

$$k = -\frac{2M}{N}$$

Bezeichnet man die horizontalen Entfernungen A_0A_1, A_1A_2, A_2A_0 durch $s_{0,1}$, $s_{1,2}$, $s_{2,0}$; so ist

$$C_{0,1} = \frac{s_{0,1}}{r}, \quad C_{1,2} = \frac{s_{1,2}}{r}, \quad C_{2,0} = \frac{s_{2,0}}{r}$$

und folglich, weil, wie leicht erhellet,

$$\operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C_{0,1} = \frac{s_{0,1}}{2r}, \quad \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C_{1,2} = \frac{s_{1,2}}{2r}, \quad \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C_{2,0} = \frac{s_{2,0}}{2r}$$

gesetzt werden kann,

$$C_{01} \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C_{0,1} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{s_{0,1}}{r}\right)^2, \quad C_{1,2} \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C_{1,2} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{s_{1,2}}{r}\right)^2,$$
$$C_{2,0} \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}C_{2,0} = \tfrac{1}{2}\left(\frac{s_{2,0}}{r}\right)^2.$$

Setzt man also

$$M' = \frac{s_{0,1}}{r}\left(1+\frac{h_0+h_1}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2}(s_{0,1}-s_{1,0})$$
$$+\frac{s_{1,2}}{r}\left(1+\frac{h_1+h_2}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2}(s_{1,2}-s_{2,1})$$
$$+\frac{s_{2,0}}{r}\left(1+\frac{h_2+h_0}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2}(s_{2,0}-s_{0,2})$$

und

$$N' = \left(\frac{s_{0,1}}{r}\right)^2 \cdot \frac{(\mu_{0,1}-\mu_{1,0})\left(1+\frac{h_0+h_1}{2r}\right)}{\cos^2\tfrac{1}{2}(s_{0,1}-s_{1,0})}$$
$$+\left(\frac{s_{1,2}}{r}\right)^2 \cdot \frac{(\mu_{1,2}-\mu_{2,1})\left(1+\frac{h_1+h_2}{2r}\right)}{\cos^2\tfrac{1}{2}(s_{1,2}-s_{2,1})}$$
$$+\left(\frac{s_{2,0}}{r}\right)^2 \cdot \frac{(\mu_{2,0}-\mu_{0,2})\left(1+\frac{h_2+h_0}{2r}\right)}{\cos^2\tfrac{1}{2}(s_{2,0}-s_{0,2})}$$

so ist

$$k = -\frac{2M'}{N'}.$$

Dafs der auf diese Art gefundene Werth von k nur als ein erster Näherungswerth dieses Coefficienten zu betrachten ist, versteht sich von selbst, wie man aber von demselben zu neuen Näherungswerthen übergehen und sich überhaupt dem wahren Werthe von k immer mehr und mehr und bis zu jedem beliebigen Grade nähern kann, bedarf an diesem Orte keiner weitern Erläuterung.

Hat man auf diese Weise k gefunden, so erhält man die Höhendifferenzen h_0-h_1, h_1-h_2, h_2-h_0 mittelst der folgenden aus dem Obigen sich unmittelbar ergebenden Formeln:

$$h_0-h_1 = 2r\left(1+\frac{h_0+h_1}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2}C_{0,1}\, tang\,\tfrac{1}{2}\left\{s_{0,1}-s_{1,0}+k(\mu_{0,1}-\mu_{1,0})\,C_{0,1}\right\}$$
$$h_1-h_2 = 2r\left(1+\frac{h_1+h_2}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2}C_{1,2}\, tang\,\tfrac{1}{2}\left\{s_{1,2}-s_{2,1}+k(\mu_{1,2}-\mu_{2,1})\,C_{1,2}\right\}$$
$$h_2-h_0 = 2r\left(1+\frac{h_2+h_0}{2r}\right) tang\,\tfrac{1}{2}C_{2,0}\, tang\,\tfrac{1}{2}\left\{s_{2,0}-s_{0,2}+k(\mu_{2,0}-\mu_{0,2})\,C_{2,0}\right\}.$$

In wie fern es nöthig seyn dürfte, bei diesen Rechnungen auch auf die sphärische Gestalt der Erde Rücksicht zu nehmen, will ich jetzt nicht weiter untersuchen.

Grunert.

Sternbedeckungen.

Von Herrn *Nobert* in Greifswalde habe ich folgende von ihm dort beobachtete Sternbedeckungen erhalten.

1840			Greifsw. m. Zt.
Januar 14	Stern 5r Gr.*)	Eintr.	9h 43' 46"12
	Stern 7r Gr.	——	10 7 19,92

*) 19 e Plejad.?

Bei diesen Beobb. war die Luft ungemein durchsichtig und der Mondrand ohne Wallung. Sie dürfen als gut gelungen betrachtet werden.

März 15	α Leonis	Eintritt	8 21 34,25

Kurz vor dem Eintritte bewölkte sich der Himmel mit dünnen weifsen Wolken, die den Stern nur matt durchscheinen liefsen. Es ist deshalb wohl möglich, dafs der Stern um einige Zehntheile der Sekunde früher verschwunden ist.

Die Zeitbestimmungen zu diesen Beobachtungen sind an einem 2füfsigen Passageninstrumente gemacht.

Herr *Nobert* findet mit einem, von ihm selbst verfertigten, Sextanten die Breite seines Hauses in Greifswalde 54° 5' 40".

Herr Advocat *Engelhardt* hat in Gera am 14ten Januar dieses Jahrs beobachtet:

Eintritt Asterope 2. 10h 6' 49"63 m. Z. in Gera.

Herr Observator *Petersen* hat auf der Altonaer Sternwarte beobachtet:

			St. Zt.		Mittl. Zt.
1837 Juni 10.	12 Leon.	Eintr. d. R.	16h 1' 10"95	=	10h 45' 0"04
		scharf.			
—— 20.	170 Capr.	Austr. d. R.	18 56 34,0	=	13 0 35,3
	unsicher wegen Dünste.				
Dec. 14.	2 ω Canc.	Austr. d. R.	2 9 48,1	=	8 36 42,2
	unsicher wegen Dünste.				
1838 März 10.	77 σ Leon.	Eintr. h. R.	11 45 9,5	=	12 32 21,05
	der Stern verschwand nicht plötzlich, sondern verlor sich am hellen Mondrande.				
——	——	Austr. h. R.	13 2 7,5	=	13 49 6,5
		wahrscheinlich zu spät.			
Dec. 22.	85 h³ Aqu.	Eintr. d. R.	0 39 35,54	=	6 36 13,99
		scharf.			
	——	Austr. h. R.	1 39 47,4	=	7 36 16,0
		zu spät.			
	Anonyma	Eintr. d. R.	1 30 51,80	=	7 27 21,85
		scharf.			
1839 Febr. 19.	47 Ariet.	Eintr. d. R.	3 26 37,40	=	5 30 49,70
		scharf.			
1840 März 15.	α Leonis	Eintr. d. R.	7 36 45,64	=	8 2 56,06
		scharf.			
	——	Austr. h. R.	8 43 29,9	=	9 9 29,4
		zu spät.			

S.

Altona 1840. October 29.

# ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 411.

Nachrichten über die Instrumente der Kaiserlichen Hauptsternwarte Pulkowa.

Von einer Reise nach St. Petersburg zurückgekehrt, zu der ich, um die neue in Pulkowa gegründete Sternwarte durch eigene Ansicht näher kennen zu lernen, eingeladen war, glaube ich den Lesern dieser Zeitschrift einen angenehmen Dienst zu erzeigen, wenn ich ihnen, bis die vollständige Beschreibung des Ganzen im ersten Bande der Beobachtungen erscheinen kann, schon jetzt über die trefflichen dort aufgestellten Instrumente vorläufige Notizen gebe. Aus dem im 13ten Bande der Astr. Nachrichten befindlichen Plane kann man die Einrichtung der Gebäude im Allgemeinen übersehen (nur vier kleine von dem Hauptgebäude getrennte Sternwarten sind hinzugekommen). Um aber von dieser wahrhaft grofsartigen Anstalt einen richtigen Begriff zu erhalten, reichen Zeichnungen nicht aus, man mufs selbst kommen und selbst sehen, wenigstens wurden bei mir die grofsen Erwartungen, welche die ausführlichen Pläne, die ich hier schon früher sah, erregt hatten, durch das, was ich fand, bedeutend übertroffen. Es ist kaum möglich, ohne dort gewesen zu seyn, eine entsprechende Vorstellung von der erhabenen einfachen Schönheit der Gebäude und von der ernsten der Wissenschaft würdigen Pracht der inneren Einrichtung zu haben, bei der jeder zwecklose Luxus verschmäht, aber für Sicherheit und Bequemlichkeit der Beobachtungen nichts gespart ist. Noch weniger läfst sich durch Worte der Geist der Ordnung und Sauberkeit beschreiben, den der Staatsrath *v. Struve* in dies grofse Ganze eingeführt hat und darin zu erhalten weifs. Man sieht, wohin man sich auch wendet, jedes Bedürfnifs des Beobachters im voraus bedacht, jeden Hülfsapparat am rechten Orte, nichts, wo es nicht hingehört, umherliegend. Die unübertroffenen Instrumente mit, ich möchte sagen, liebender Sorgfalt benutzt und bewacht, lachen dem Auge in den herrlichen Sälen entgegen; jede mechanische Hülfseinrichtung, wirkt leicht und fast geräuschlos, selbst die gewaltige Kuppel des grofsen Refractors kann von der zartesten Damenhand spielend bewegt werden. Um das freundliche Bild des Eindrucks, den Pulkowa auf mich gemacht hat, zu vervollständigen, setze ich noch hinzu, dafs Verehrung, Eintracht und Freundschaft das gegenseitige Band seiner Bewohner knüpft, und dafs alle dort Angestellte in glühendem Eifer für die Wissenschaft, und rastlosem Fleifse, dem schönen Beispiele, welches ihnen ihr berühmter Vorsteher giebt, nachzueifern sich bestreben.

Ueber dem Portale des Haupteingangs sieht man nur die Jahreszahl der Vollendung. Keine Inschrift, so wollte der Erhabene Stifter es, nennt Seinen Namen. Es bedarf freilich, wo das Werk spricht, keiner Inschrift, und nie wird der Dank der Astronomen vergessen, wer ihrer Wissenschaft diesen bewundernswürdigen Tempel errichtete.

Schumacher.

Kurze während meines Aufenthalts in Pulkowa gesammelte Notizen.

I. Durchgangsinstrument im ersten Vertical, von den Gebrüdern *Repsold.*

Aufgestellt im Südsaale. Beobachter: Herr Staatsrath *v Struve.*

Freie Oeffnung des Objectivs 6,25 Zoll. Brennweite 91 Zoll. Vergröfserung bei den Beobachtungen $=262$. Länge der Axe 51,2 Zoll. Dicke der Zapfen 4,3 Zoll. Das Fernrohr am Ende der Axe. Die Rohrhälften conisch. Die Wasserwage immer auf der Axe. 1 Pariser Linie auf der Wasserwage $=0,94$ Bogensecunden. Die Umlegung des Instruments aus der Lage F. N. (Fernrohr nach Norden) in die F. S. (Fernrohr nach Süden) kann in 16 Secunden ausgeführt werden. Im Brennpuncte befinden sich 2 horizontale Fäden in einer Bogenminute Abstand und 11 feste senkrechte, so wie ein durch eine Micrometerschraube beweglicher. 1 Umgang dieser Schraube $(=r)=28,5$ Bogensecunden. Die festen senkrechten Fäden sind so aufgespannt, dafs nach beiden Seiten vom mittlern (VI) an, der Abstand der nächsten (V u. VII) gleich $4r=114$ Bogensecunden, der der übrigen unter sich $2r=57$ Bogensecunden ist. So dienen die festen Fäden zugleich zur Ablesung der Umgänge der Micrometerschraube des beweglichen. Der Zweck des Instruments ist Bestimmung der Meridian-Zenith-Distanz der dem Scheitel nahe südlich vorbeigehenden Sterne. — Beträgt

dieselbe nur wenige Minuten, so wird der bewegliche Faden in dem Raume zwischen den Fäden V und VII gebracht, so z. B. bei v im grofsen Bären, der jetzt noch 60″ nördlich vom Scheitel vorbeigeht. Die andern Sterne bis auf 3° Zenithdistanz werden so beobachtet, dafs in der östlichen Verticalhälfte der Durchgang durch 5 Fäden in einer Lage (z. B. F. N.) genommen, und dann das Instrument umgelegt wird, so dafs unmittelbar darauf der Durchgang in der andern Lage (F. S.) wiederum an denselben Fäden in entgegengesetzter Folge beobachtet werden kann. Hierbei fällt einzig der Durchgang des Mittelfadens aus, und der Abstand der Fäden von der Normalen zur Umdrehungsaxe wird vollständig eliminirt. So wie der Stern nachher in den Westvertical tritt, wird zuerst in der Lage F. S. an denselben 5 Fäden beobachtet, und nach abermaliger Umlegung wieder in der ersten F. N. An verschiedenen Tagen wird abwechselnd mit F. N. und F. S. begonnen. Dafs die Figur der Zapfen auf die so gewonnenen Z. D. gar keinen Einflufs hat, wenn die Lagerflächen symmetrisch zur Scheitellinie sind, ist leicht einzusehen. Den Künstlern gereicht indefs die Vollkommenheit, mit der sie diese ihres grofsen Durchmessers wegen schwer zu bearbeitenden Zapfen ausgeführt haben, zu grofser Ehre. Bei einer vorläufigen in meiner Gegenwart gemachten Prüfung, bei der das durch den ganzen Kreis bewegte Fernrohr in 8 um 45° verschiedene Stellungen gebracht ward, veränderte sich der Stand der mit einem Querniveau versehenen Wasserwage auf der Axe um kaum = 0″2 im Bogen. Uebrigens soll die Form jedes der Zapfen noch aufs genaueste durch einen Fühlniveau-Apparat untersucht werden.

Zur Berichtigung der optischen Axe gegen die Umdrehungsaxe werden 2 kleinere Passageninstrumente (dieselben die bei dem Meridiankreise gebraucht werden) innerhalb des Saales auf schweren Holzstativen, die auf isolirten Fundamenten stehen, in O. und W. aufgestellt. Herr Staatsrath *v. Struve* hat gefunden, dafs die Abbiegung der Gesichtslinie durch die Wirkung der Schwere bei verticaler Stellung des Rohrs 3,5 Bogensecunden beträgt.

Pendeluhr von *Muston* in London.

Zunächst wird dies Instrument von Herrn Staatsrath *v. Struve* zur Bestimmung der Constante der Aberration durch die Beobachtung verschiedener Sterne zur Zeit des Maximums und Minimums der Aberration in Declination angewandt.

Es ist schon in den Astr. Nachr. (Nr. 404.) eine Probe von den Leistungen dieses Instruments gegeben. Da aber bei den dort abgedruckten Beobachtungen von v Ursæ majoris, der durch das Micrometer bewegliche Faden benutzt ward, so wird es nicht unpassend seyn, hier die Beobachtungen von 39 (b) Draconis aufzuführen, die an den festen Fäden gemacht sind.

Datum 1840.	Beobachtete südl. Z. D.	Mittlere Z. D. für 1840,00.	Diff. vom Mittel.
Aug. 20.	1°3′33″37	1°3′43″25	+ 0″04
— 23.	32,87	43,31	+ 0,10
— 25.	32,38	43,18	— 0,03
— 26.	32,09	43,05	— 0,16
— 27.	32,29	43,42	+ 0,21
— 28.	31,88	43,17	— 0,04
— 30.	31,61	43,21	0,00
Sept. 7.	30,39	43,05	— 0,16
— 24.	29,28	43,13	— 0,08
— 25.	29,48	43,35	+ 0,14
— 26.	29,29	43,18	— 0,03
— 28.	29,31	43,23	+ 0,02
	Mittel	1°3′43″211.	

Die Vergleichung der einzelnen Bestimmungen mit dem Mittel geben den wahrscheinlichen Fehler einer Zenithdistanz eines Tages 0,087.

II. Meridiankreis, von den Gebrüdern *Repsold*.

Aufgestellt im Ostsaale. Beobachter: *Sabler*.

Fernrohr von 83,2 Zoll Brennweite und 5,8 Zoll Oeffnung. Vergröfserung im Gebrauche = 246. Objectiv und Ocular können an den beiden conischen Rohrhälften verwechselt werden, um die Biegung des Rohrs zu eliminiren. Die Axe hat 42 Zoll Länge. Auf ihr 2 Kreise, jeder von 48 Zoll Durchmesser zu 2 Minuten getheilt. Die beiden Microscopenträger sitzen nicht auf der Axe, sondern sind an den Lagern fest. Jeder hat 4 Microscope. Auf besondern Granitpfeilern in Nord und Süd aufgestellt, befindet sich der Hülfsapparat. Er besteht:

1. aus 2 cylindrischen Horizontalcollimatoren (deren Axen durch Libellen nivellirt werden) von 40 Zoll Brennweite und 1,9 Zoll Oeffnung;
2. aus 2 Durchgangsinstrumenten von 3,1 Zoll Oeffnung und 40 Zoll Brennweite, mit Fädenmicrometern versehen.

Die ersten geben die constante Richtung, von welcher alle Messungen in verticalem Sinne ausgehen. Die letzten dienen zur Berichtigung der optischen Axe des Meridiankreises, indem die Abweichung derselben von dem Perpendikel auf die Umdrehungsaxe direct an den Micrometern der Hülfsfernröhre gemessen wird; eine Operation, die bei jedesmaliger Anwendung schwerlich eine Unsicherheit von mehr als 0″1 im Bogen nachläfst.

Pendeluhr von *Tiede* in Berlin.

Die im Juli und August von Herrn Dr. *Sabler* auf beiden Kreisen, in beiden Culminationen und in beiden Lagen von Objectiv und Ocular beobachteten und mit den Collimatoren verglichenen Oerter des Polarsternes, geben für die Polhöhe unter Anwendung der Dorpater Strahlenbrechung:

durch Kreis A. 59° 46′ 18″75 durch Kreis B. 59° 46′ 18″55
Mittel 59° 46′ 18″65.

ein Resultat, das mit keiner andern constanten Unsicherheit behaftet ist, als der, welche aus einem etwanigen Theilungsfehler hervorgeht.

Es ist bekannt, dafs man die Amplitudo von 180°, welche die Horizontalcollimatoren darbieten, durch den Kreis, unabhängig von dessen Theilungsfehlern messen kann, weil nach der Drehung um 180° dieselben Striche unter die Microscope treten. Hieraus folgt, dafs die beiden Kreise des Instruments bei gleichzeitiger Anwendung für die Bestimmung dieser Amplitudo bis auf die Gränze der Genauigkeit der Ablesung an den Microscopen übereinstimmende Werthe hätten geben sollen. Die Beobachtung hat aber bei einerlei Lage von Objectiv und Ocular constante Unterschiede zwischen den an beiden gemessenen Amplituden mit gröfster Sicherheit erkennen lassen. Nachdem Herr Staatsrath *v. Struve* ihren Grund in einer unregelmäfsigen Durchbiegung der Kreise erkannte, wurden die Beobachtungen mit umgesteckten Objectiv und Ocular wiederholt und traten nun wie erwartet mit entgegengesetzten Zeichen hervor. Es ist leicht einzusehen, dafs die Umsteckung von Ocular und Objectiv, aufser der Eliminirung der Biegung der Rohrhälften, auch jede von der Schwere hervorgebrachte unregelmäfsige Formänderung der Kreise unschädlich macht.

Der Meridiankreis der Gebrüder *Repsold* soll vorzugsweise zur Anfertigung eines Fixsterncatalogs angewandt werden, der die ohngefähr 13,000 Sterne bis zur 7ten Gröfse inclusive, die zwischen dem Nordpol und 15° südliche Abweichung sich befinden, jeden durch mehrfache Beobachtungen bestimmt, enthalten wird.

III. Durchgangsinstrument im Meridian, von *Ertel*.

Aufgestellt im westlichen Saale. Beobachter: *Peters*.

Oeffnung des Objectivs 5,8 Zoll. Brennweite 102 Zoll. Vergröfserung im gewöhnlichen Gebrauche = 292. Die Rohrhälften sind conisch. Objectiv und Ocular sind umzustecken. Die Länge der Axe ist 46 Zoll.

Die Figur der Zapfen ist durch einen vom Künstler mitgegebenen Apparat mit Fühlniveau vollständig untersucht und ermittelt worden, wodurch bei gehöriger Berücksichtigung die mit diesem Instrumente beobachteten Unterschiede der geraden Aufsteigungen sich unabhängig sowohl von den Unvollkommenheiten der Zapfen, als auch von einer möglichen ungleichen Abnutzung derselben erhalten lassen, da diese Untersuchung, so oft es nöthig ist, wiederholt werden kann.

Pendeluhr von *Hauth* in St. Petersburg, mit einem Compensationspendel von Zink und Stahl, das in der eigenen mechanischen Werkstatt der Sternwarte ausgeführt worden ist. Die Uhr steht auf einem eisernen Stativ, das zugleich als Uhrkasten dient und hat 2 correspondirende Zifferblätter, das eine gegen das obige Instrument, das andere gegen den Verticalkreis gewandt.

IV. Verticalkreis von *Ertel*.

Aufgestellt ebenfalls im westlichen Saale. Beobachter *Peters*.

Die Grundlage dieses Instruments bildet ein cylindrischer Granitblock von 52 Zoll Durchmesser. Das Instrument steht auf demselben an einer verticalen Säule durch die eine stählerne Axe durchgeht, und kann also in jedes Azimuth gebracht werden, wird aber nur in der Nähe des Meridians gebraucht.

Das Fernrohr hat 5,9 Zoll Oeffnung bei nur 74 Zoll Brennweite. Vergröfserung im Gebrauche = 215. Objectiv und Ocular können am Rohre verwechselt werden. Die auf der optischen Axe senkrechten Durchschnitte der Rohrhälften sind Ellipsen, deren gröfsere Axen in der Verticalebene liegen. Das Verhältnifs der Axen ist der Mitte zunächst = 2 : 1, und nimmt von da gleichförmig ab, bis die Ellipsen, da wo die Objectiv- und Ocularfassungen aufsitzen, in Kreise übergehen.

Der eingetheilte Kreis hat 43 Zoll Durchmesser, und giebt unmittelbar 2 Minuten an. Die Ablesung geschieht an 4 Microscopen, deren Träger mit dem Lagerstück der horizontalen Axe unveränderlich verbunden ist.

Als Hülfsapparat sind in N. und S. auf Granitpfeilern zwei Fernröhre von 2,1 Zoll Oeffnung und 46 Zoll Brennweite aufgestellt, die auf einander gerichtet werden, um zur Bestimmung der Totalbiegung im Horizonte zu dienen, auch wird durch sie die optische Axe zur Umdrebungsaxe wie am Durchgangsinstrumente berichtet.

An diesem Instrumente werden direct doppelte Meridian-Zenithdistanzen der Sterne gemessen, indem es bei jeder Culmination in beiden Lagen gebraucht wird.

Die von Dr. *Peters* im Juni und Juli beobachteten Zenithdistanzen des Polarsterns geben folgende Polhöhen unter Anwendung der Dorpater Refraction:

Lage I von Objectiv und Ocular.

Obere Culmination.		Abw. v. Mittel.
1840 Juni 1	φ = 59° 46′ 19″08	0″41
10	19,57	0,08
13	19,39	0,10
14	19,53	0,04
Juli 20	19,72	0,23
23	19,64	0,15
24	19,43	0,06
26	19,55	0,06
Mittel	59° 46′ 19″49.	

Untere Culmination.		Abw. v. Mittel.
Juni 10	φ = 59° 46′ 18″46	0″62
13	18,97	0,11
14	19,10	0,02
17	19,00	0,08
Juli 22	19,18	0,10
25	19,08	0,00
27	19,34	0,26
28	19,40	0,32
Mittel	59° 46′ 19″08.	

Lage II von Objectiv und Ocular.

Obere Culmination.		Abw. v. Mittel.
1840 Juni 23	φ = 59° 46′ 18″43	0″23
24	18,84	0,18
26	18,71	0,05
27	18,64	0,02
30	18,36	0,30
Juli 1	18,54	0,12
3	18,52	0,14
4	18,82	0,16
6	18,87	0,20
9	18,69	0,03
11	18,84	0,18
Mittel	59° 46′ 18″66.	

Untere Culmination.		Abw. v. Mittel.
Juni 23	φ = 59° 46′ 17″88	0″22
24	17,76	0,34
Juli 1	18,21	0,11
3	18,08	0,02
12	18,25	0,15
13	18,26	0,16
14	18,26	0,16
16	17,99	0,11
Mittel	59° 46′ 18″10.	

Es giebt also, wenn b den Einfluſs der Biegung für die Richtung nach dem Pole, und wenn $\Delta\delta$ die Verbesserung der Declination aus *Encke's* Ephemeride bedeuten:

Lage I.	$\varphi = 59°46'19''28 + b$	$\Delta\delta = -0''205$
II.	$18,38 - b$	$-0,280$
Endresultat	$\varphi = 59°46'18''83.$	$\Delta\delta = -0''242.$

Der wahrscheinliche Fehler dieser beiden Endresultate ist 0,026, abgeleitet aus dem einer Zenithdistanz eines Tages gleich 0″142, wie er aus den Abweichungen vom Mittel sich ergiebt.

Die beiden Instrumente III und IV sollen besonders zur Ermittelung der Fundamentalbestimmungen verwandt werden, namentlich zur Bestimmung der Lage der Aequinoctialpuncte durch sehr vollständige Sonnenbeobachtungen. In dieser Anwendung glaubt Herr Staatsrath *v. Struve* dem Verticalkreise an dem, seiner Natur nach, in jeder Culmination mehrere Zenithdistanzen in beiden Lagen gemessen werden können, einen entschiedenen Vorzug vor dem Meridiankreise einräumen zu müssen, während nur durch den Meridiankreis die Catalogisirung einer groſsen Anzahl von Sternen erfolgreich durchgeführt werden kann.

Anmerk. Die bisher genannten 4 Instrumente werden, wenn nicht beobachtet wird, durch Häuser aus Mahagoniholz, welche sich auf Rollen und Schienen bewegen und zwei offene Seiten haben, die aber auch durch Vorhänge geschlossen werden können, gegen Staub und Feuchtigkeit geschützt. Diese beweglichen Häuser bieten noch zwei Vortheile dar, erstlich daſs bei plötzlich eintretendem Regen oder Schnee die Instrumente schneller bedacht werden können, als es durch Schlieſsung der Klappen möglich seyn würde; zweitens, daſs man zur bessern Ausgleichung der Temperatur die Klappen ohne alle Gefahr für das Instrument längere Zeit geöffnet lassen kann.

Die Polhöhe von Pulkowa scheint schon innerhalb sehr enger Grenzen bestimmt zu seyn. Es giebt nämlich:

der *Repsold*sche Meridiankreis	59° 46′ 18″65
der *Ertel*sche Verticalkreis	18,83
Mittel	59° 46′ 18″74

Beide Instrumente liegen genau auf demselben Parallel unter sich und mit dem Centro des mittlern groſsen Drehthurms, in welchem der groſse Refractor aufgestellt ist.

Der Ort des Durchgangsinstruments im ersten Vertical ist 0″67 südlicher. Die mit diesem Instrumente beobachteten Zenithdistanzen würden gleichfalls zur Bestimmung der Polhöhe angewandt werden können, wenn wir Stern-Declinationen hätten, die der Genauigkeit der durch das *Repsold*sche Durchgangsinstrument zu erhaltenden Resultate entsprächen.

Die Länge der Sternwarte von Pulkowa ist nach der Chronometerverbindung, die im Jahre 1833 zwischen Cronstadt und Lübeck durch den Herrn Generallieutenant *v. Schubert* ausgeführt ist, unter Zuziehung einer geodätischen Verbindung zwischen Cronstadt und Pulkowa: $1^h\,52'\,3''2$ von Paris.

Es ist indessen zu bemerken, daſs die vortreffliche Operation des Herrn Generallieutenants *v. Schubert* nicht allein die Ermittelung des Längenunterschiedes zwischen Petersburg und Altona zum Zweck hatte, sondern ihrer Bestimmung nach viele zwischenliegende Puncte mitnehmen muſste, wodurch die

›r der Reisen länger und ihre Anzahl geringer ward, als für die Bestimmung eines einzigen Längenunterschiedes ersburg — Altona) nöthig gewesen wäre. In dieser Bezieg möchten neue und oft wiederhohlte Chronometerreisen, denen die Zeit unmittelbar von Pulkowa nach Altona (und gekehrt) übertragen würde, sehr wünschenswerth seyn. Die npfschiff-Verbindung zwischen Cronstadt und Travemünde tet dazu die beste Gelegenheit.

Grofser Refractor im optischen Institut zu München von *Merz* und *Mahler* ausgeführt.

fgestellt auf dem gröfsten, mittleren Drehthurme. Beobachter *O. Struve*.

Freie Oeffnung des Objectivs 14,93 Zoll. Brennweite 2,0 Fufs. Das Instrument ruht auf einer zum Stative behauenen und polirten Granitmasse. Diese Aufstellung gewährt wesentliche Vortheile vor der von *Fraunhofer* angewandten Aufstellung auf einem hölzernen Stative. Erstlich eine gröfsere Festigkeit und Unveränderlichkeit des Standes, und zweitens eine gröfsere Bequemlichkeit der Beobachtung in jeder Lage. An *Fraunhofers* hölzernem Stative hinderte der von Ost nach West gehende Balken der Kreuzschwelle und dessen Verbindung mit dem senkrechten Gebälke die Beobachtung in der Nähe des Scheitels so sehr, dafs nach Erfahrungen in Dorpat jede genaue Beobachtung zwischen dem Scheitel und 35° Z. D. unmöglich oder unbequem war, während bei der Aufstellung auf Stein in Pulkowa im Scheitel selbst mit derselben Bequemlichkeit beobachtet wird, wie an jedem gut aufgestellten Meridianinstrumente. Für die völlig bequeme Lage des Beobachters in allen Richtungen des Fernrohrs ist durch ein eigenthümliches auf 3 Rollen ganz leicht bewegliches Gerüst, welches von 30° Z. D. bis zum Horizonte ausreicht und durch zwei besondere Sessel bei Beobachtungen näher zum Scheitel gesorgt.

Das Fernrohr hat 6 freie Oculare, zwei Ringmicrometer und zwei ganz gleiche Fadenmicrometer, damit wenn zufällig ein Faden reifsen sollte, die Beobachtung durch das zweite Micrometer fortgesetzt werden kann.

Zu den Filarmicrometern sind 9 Oculare:

	Vergr.	Feld.		Vergr.	Feld.
I.	138	11'9	VI.	858	2'1
II.	207	9,0	VII.	1169	1,9
III.	309	6,7	VIII	1458	1,2
IV.	412	4,0	IX.	1822	1,1
V.	708	3,1			

Die Vergröfserungen sind mit dem bekannten *Ramsden*schen Apparate bestimmt.

Nr. IV. = 412 ist die schwächste Vergröfserung, die bei den Micrometermessungen der Doppelsterne gebraucht wird.
Nr. VI. = 858 ist die am häufigsten angewandte.
Nr. VIII. = 1458 wird in günstigen Fällen mit Erfolg benutzt.
Nr. IX. = 1822 ist bisher nicht bei Messungen angewandt worden.

Der Sucher hat 3,0 Zoll Oeffnung und 45,5 Zoll Brennweite.

Pendeluhr von *Hauth*.

Der grofse Refractor ist bisher vorzugsweise zur Fortführung der Messungen der Doppelsterne benutzt worden, indem Herr *O. Struve* theils Doppelsterne, an denen eine Bewegung erkannt oder vermuthet worden, regelmäfsig verfolgt, theils die Messungen anderer Doppelsterne wiederholt, um die Pulkowaer Messungen mit den Dorpatern vergleichbar zu machen und neue Bewegungen aufzufinden. Hier zur Probe einige mit VI = 858 oder stärkerer Vergröfserung von *O. Struve* gemachte Micrometermessungen:

ζ Cancri die beiden nächsten.		
1840,27	0"96	4°7
29	0,88	5,6
29	0,73	5,5
29	0,96	5,2
29	0,96	5,7
31	0,99	8,0
31	0,99	8,3
Mittel 1840,29	0,924	6,14

ξ Ursae majoris.		
1840,34	2"28	156°1
35	2,23	155,3
41	2,20	156,7
42	2,28	155,2
43	2,22	155,0
44	2,26	154,5
1840,40	2,254	155,47

γ Virginis.		
1840,42	1"46	25°4
43	1,29	25,4
44	1,27	25,0
47	1,30	25,7
50	1,24	25,6
Mittel 1840,45	1,312	25,42

η Coronae.		
1840,47	0"45	138°3
49	0,55	135,1
51	0,54	135,8
54	0,51	140,0
57	0,57	133,4
1840,52	0,524	136,52

Folgende Zusammenstellung der am Refractor in Dorpat und zuletzt in Pulkowa gemachten Messungen von γ Virginis nach den jährlichen Mitteln scheint besonders interessant:

γ Virginis.

Epoche.	Distanz.	Richtung.
1825,32	2"373	277°55'
1828,38	2,070	271 30
1829,39	1,782	268 17
1831,36	1,492	260 55
1832,32	1,262	253 30
1833 37	1,056	245 32
1834,38	0,912	231 40
1835,38	0,514	195 29

Epoche.	Distanz.	Richtung.
1836,41	0″257	151°34′
1837,41	0,585	77 55
1838,43	0,801	51 5
1840,45	1,312	25 42

In 15,13 Jahren ist an diesem Sternenpaare eine Stellungsänderung von 252° 13′ bei ihrem Durchgange durch das Perihelium beobachtet worden.

Zwei interessante Phänomene haben sich schon aus den Pulkowaer Beobachtungen mit dem großen Refractor dargestellt.

ω Leonis war 1825 bis 1833 doppelt, ward aber immer schwieriger zu beobachten wegen fortschreitender Annäherung. 1838 war er in Dorpat einfach, vielleicht mit einer sehr schwachen Spur von Difformität. 1840 wurde in Pulkowa schon wieder das getrennte Sternenpaar gesehen.

Für Nr. 2173 Str. war aus Messungen von 1829 bis 1832 für 1830,84 die Relation: Distanz = 0″622, Richtung = 323°8 gefunden worden, wobei die Sterne etwas ungleich aber ausgezeichnet gelb oder golden erschienen. In den Jahren 1836 und 1837 wurde in Dorpat von Herrn Staatsrath *v. Struve* der Stern einfach mit großer Intensität der gelben Farbe gesehen. In Pulkowa sah *O. Struve* die getrennten Sterne ohne alle Schwierigkeit und maß für 1840,54 die Distanz 0″57 und die Richtung = 178°3. Der Winkelunterschied von 145°5 zeigt, daß zwischen 1832 und 1840 eine fast centrale Bedeckung der beiden Sterne statt gefunden hat.

VI. Das Heliometer, im optischen Institute zu München ausgeführt von *Merz* und *Mahler*.

Aufgestellt im östlichen kleineren Drehthurme. Beobachter: *Fuss*.

Aufstellung wie bei dem großen Refractor auf einem aus Granit gehauenen Stative.

Oeffnung des Objectivs 7,5 Zoll. Brennweite 10 Fuſs. Im Ganzen ist das Instrument nach dem berühmten Königsberger Heliometer gearbeitet. Ihm eigen ist es, daß durch Anbringung eines kleinen Fernrohrs am Ocularende die Ablesung der Micrometerschrauben und mit Hülfe eines Spiegels auch die des Positionskreises vom Beobachter gemacht werden kann, ohne daß er seinen Ort zu verändern braucht, und daß es gleichfalls nicht nöthig ist, die Richtung des Fernrohrs bei den Ablesungen zu ändern.

Obgleich das Instrument schon aufgestellt ist, so werden die Beobachtungen an demselben erst dann angefangen werden, wenn die Untersuchungen der übrigen Instrumente ganz vollendet sind, weil dieser Apparat vor andern ein eigenthümliches Studium erfordert. Inzwischen hat Herr *G. v. Fuss* eine wichtige Reductionsarbeit ausgeführt, nämlich alle Sterne, die in *Hardings* Atlas bis zur 7ten Größe und zwischen dem Nordpol und — 15° südl. Declination sind, nach diesen Charten bestimmt und deren Position auf 1840 reducirt; ein Catalog, der als Grundlage der Arbeiten am Meridiankreise dienen soll.

An jedem dieser Instrumente sind nach der Aufstellung mehrere zu größerer Sicherheit und Bequemlichkeit der Beobachtungen dienende Veränderungen vorgenommen worden, die in der eigenen mechanischen Werkstatt der Sternwarte von den Herren *Pohrt* und *Wetzer* ausgeführt worden.

In einem der 8 innern Pfeiler des heizbaren Mittelsaales der Sternwarte, welche das Gewölbe tragen, auf dem der große Refractor ruht, ist eine durch Glasthüren verschließbare Nische angebracht, in der die nach Sternzeit gehende Normaluhr von *Kessels*, die noch in diesem Jahre erwartet wird, aufgestellt werden soll. Da in dieser Nische, der sie umgebenden großen Mauermasse wegen, nur sehr langsame Temperaturänderungen vorgehen können, so wird die in ihr befindliche Uhr zur Controlle des Ganges der übrigen Uhren innerhalb der täglichen Perioden dienen können. Die Vergleichung der übrigen ebenfalls nach Sternzeit gehenden Uhren mit der Normaluhr wird durch ein nach mittlerer Zeit gehendes Chronometer ausgeführt.

Im westlichen kleineren Thurme befindet sich ein Cometensucher aus München von 3,8 Zoll Oeffnung parallactisch aufgestellt.

Außerhalb der eigentlichen Sternwarte sind auf dem sie zunächst umgebenden Rasenplätzen nach SO., SW., NW und NO. vom Centro der Sternwarte aus, 4 kleinere Beobachtungshäuschen aufgerichtet, drei runde, mit auf Rollen und Eisenbahnen beweglicher Bedachung von 11 Fuſs innerem Durchmesser, und ein viereckiges von 12 Fuſs innerem Durchmesser mit einem Meridiandurchschnitte. Sie sollen zur Aufstellung kleinerer Instrumente dienen, theils um darin berichtigt und geprüft zu werden, theils um den sich bei der Sternwarte aufhaltenden jungen Astronomen und Officieren Gelegenheit zu geben, sich im Beobachten zu üben. In dem viereckigen Häuschen wird ein 4füſsiges Durchgangsinstrument von *Ertel* aufgestellt. Es schien zweckmäſsig, diese Uebungslocale gänzlich von der eigentlichen Sternwarte zu sondern. —

Alle Längenmaſse sind in Russischen Fuſsen und Zollen angegeben, die bekanntlich mit den Englischen identisch sind.

S.

Gang des Chronometers Kessels 1314.

Der vortreffliche Chronometer Kessels 1314, dessen schon mehrmals in den Astr. Nachr. Erwähnung geschehen, erfordert nach der Meinung des Künstlers jetzt besondere Aufmerksamkeit, da er nun so lange gegangen, dafs ein Verderben des Oels zu befürchten und deshalb Reinigung im nächsten Frühjahr nöthig seyn könnte. Dies gab Veranlassung, die Beobachtungen der letzten Jahre zusammenzustellen, deren Ergebnisse hier folgen.

Der Chronometer hat in dieser Zeit gröfstentheils ruhig gestanden und ist nur zuweilen eine Viertelstunde lang in der Stadt hin und hergetragen worden. Sein Stand gegen mittlere Zeit wurde je nach Bedürfnifs durch correspondirende Sonnenhöhen bestimmt. Die Unsicherheit solcher Bestimmung schwankt nach vieljährigen Erfahrungen zwischen 0"1 und 0"4. Vergleichungen mit einer Pendeluhr nahm ich freilich auch von Zeit zu Zeit vor; sie konnten aber zu dieser Prüfung des Chronometers nicht dienen, da bis jetzt noch die Mittel fehlen, die Pendeluhr auf eine schärfere Weise mit dem Himmel zu vergleichen. Erst im künftigen Jahre, wenn das jetzt im Bau begriffene Local vollendet und ein kleines Passagen-Instrument aufgestellt seyn wird, darf ich hoffen, regelmäfsig fortlaufende Zeitbestimmungen zu erhalten.

Meine bisherigen isolirten Beobachtungen waren folgende:

			K. 1314.	M. Z.
1.	1838	Jul. 14.	0h 13' 9"16	0h 5' 24"82
2.		Aug 12.	0 13 48,36	0 4 48,36
3.		Octbr. 1.	0 1 15,70	23 49 46,17
4.	1839	März 9.	0 32 15,23	0 10 52,37
5.		März 13.	0 31 29,25	0 9 48,75
6.		April 11.	0 25 3,49	0 1 10,80
7.		April 16.	0 24 8,36	23 59 53,13
8.		Jul. 14.	0 37 8,94	0 5 24,03
9.		Sept. 26.	0 29 49,62	23 51 28,97
10.	1840	Febr. 14.	1 6 34,18	0 14 32,44
11.		Mai 28.	1 0 39,85	23 56 56,90
12.		Aug. 1.	1 17 36,21	0 5 59,19
13.		Sept. 21.	1 10 51,33	23 52 55,60

Verwandle ich die Angaben des Chronometers in Decimalbrüche des Tages, ziehe die erste von allen übrigen ab, und bezeichne den Rest, die Zeit von Anfang, mit Z, benenne überdies die Differenz $M.Z - K$, den Stand des Chronometers mit dem Buchstaben s, und suche den jedesmaligen mittleren Gang g durch Division der Unterschiede dieser Gröfsen, so habe ich folgende Tafel:

	z	s	g
1.	0,0000	— 7' 44"34	— 2,609
(2.)	29,0005	— 9 0,00	— 2,991
3.	78,9918	— 11 29,53	— 3,731
4.	238,0133	— 21 22,86	— 4,411
(5.)	242,0128	— 21 40,50	— 4,559
(6.)	271,0083	— 23 52,69	— 4,509
(7.)	276,0077	— 24 15,23	— 5,052
8.	365,0167	— 31 44,91	— 5,348
9.	439,0116	— 38 20,65	— 5,823
10.	580,0371	— 52 1,74	— 6,743
11.	684,0330	— 63 42,95	— 7,292
12.	749,0448	— 71 37,02	— 7,427
(13.)	800,0401	— 77 55,73	

Mit Ausnahme des letzten g, welches etwas kleiner ist, als nach den vorhergehenden zu erwarten war, zeigt sich hier eine so überaus regelmäfsige Zunahme des mittleren Ganges, dafs es der Mühe werth schien zu versuchen, in wie weit sich wohl das Gesetz dieser Zunahme darstellen liefse.

Zu dem Ende machte ich einen Auszug aus der vorigen Tafel, indem ich die eben schon eingeklammerten Beobachtungen wegliefs, die g aufs Neue berechnete, und daneben diejenigen Zeiten ansetzte, die dem arithmetischen Mittel der Beobachtungszeiten entsprechen. Dies gab:

	z	g
1.		
3.	39,4959	— 2,851
4.	158,5026	— 3,731
8.	301,5150	— 4,898
9.	402,0142	— 5,348
10.	509,5244	— 5,823
11.	632,0351	— 6,743
12.	716,5389	— 7,292

Die Differenzen der g dividirt durch die Differenzen der z stellen dann offenbar die mittlere tägliche Veränderung des mittleren täglichen Ganges dar, entsprechend den Zeiten, die wieder das Mittel aus obigen Mitteln sind, nämlich:

z	$\frac{\Delta g}{\Delta z}$
98,9992	— 0,0073945
230,0088	— 0,0081600
351,7646	— 0,0044776
455,7692	— 0,0044181
570,7797	— 0,0075095
674,2670	— 0,0064967

Hieraus ergiebt sich nun deutlich, dafs die Beschleunigung des täglichen Ganges im Allgemeinen, wenn gleich nicht constant, doch sehr regelmäfsig war. Zugleich aber zeigt sich die Richtigkeit von Herrn *Kessels* Warnung: aufzumerken, ob sich

der Gang nicht jetzt ändern werde; denn nehme ich die letzte Beobachtung hinzu, so kommt noch

745,5407 — 0,0023274

was offenbar auf eine eintretende Abänderung in der bisherigen Folge hindeutet, und zu weiterer Untersuchung auffordert.

Die Gleichförmigkeit in dem Gange des Chronometers forderte zu dem Versuche auf, eine Formel aufzustellen, nach welcher sich der mittlere Gang für beliebige Zwischenzeiten berechnen liefse. Ich fand näherungsweise:

$$g = -2{,}204 - 0{,}0144634\,z + 0{,}0000247044\,z^2 - 0{,}00000002033\,z^3$$

und bedürften darnach die berechneten g der Correctionen:

— 0,113
+ 0,226
— 0,022
— 0,055
+ 0,026
— 0,133
+ 0,072

eine Uebereinstimmung, welche, selbst abgesehen davon, dafs sie durch eine genauere Rechnung wahrscheinlich noch bedeutend vergröfsert werden könnte, bei diesen grofsen Zwischenzeiten von mehreren Monaten gewifs befriedigend genannt zu werden verdient.

Zur endlichen Prüfung, was sich denn wohl für die Genauigkeit einer Zeitangabe erwarten liefse, welche für eine Zwischenzeit blofs interpolirt wäre, gebrauchte ich die oben nicht mitbenutzten Beobachtungen, und fand, indem ich mittelst jener Näherungsformel jedesmal von der vorigen und der folgenden ausging, aus beiden Resultaten das Mittel nahm und dieses mit dem beobachteten Stande verglich, folgende an den berechneten Stand anzubringende Correctionen:

2.	— 1″02
5.	+ 1,89
6.	+ 4,33
7.	+ 5,20

wodurch also die Thatsache festgestellt war, dafs man mit diesem Chronometer die Zeit auf beiläufig 4ˢ immer sicher hat, wenn man ihn auch nur alle Vierteljahr mit dem Himmel vergleicht.

Marburg, den 23sten Septbr. 1840.

Gerling.

Schreiben des Herrn Professors *Bache* an den Herausgeber.

Philadelphia 1840. July 6.

Having learned in answer to an inquiry, addressed to Mr. *Meyerstein* and Professor *Gauss* that I may forward magnetic observations to the Professor through you, I take the liberty to trouble you with the inclosed requesting you will forward it to Göttingen. The paper contains the observations of the declinometer for August and November of 1839 and February 1840. I have now an observatory under way at the Giraud College, mounted with Prof. *Gauss's* instruments and with the vertical force instrument of Prof. *Lloyd*, making the bi-hourly observations and monthly term observations in concert with the British philosophers: the necessary meteorological instruments are also provided. There is a second observatory acting in part in the same concert, namely that of Mr. *Bud* at Cambridge Massachusetts. The Philosophical society of our City has addressed Congrefs on the subject of making a national co-operation in the great scheme now in progress, the result of this application is however yet doubtful: it has the support in Congress of ex-President *Adams* and in the government of the enlightened secretary of war Mr. *Poinselt*.

Knowing the interest which you take in the extension of science I have thought these particulars might not be out of place.

A. D. Bache.

Inhalt.

Altona 1840. November 12

// ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 412.

Schreiben des Herrn Professors *v. Boguslawski*, Directors der Sternwarte in Breslau, an den Herausgeber.

Breslau 1840. Octbr. 18.

Das schon seit längerer Zeit zu astronomischen Beobachtungen äußerst ungünstige Wetter hat mir gewissermaaßen Gelegenheit bieten wollen, meine Versäumnisse einzuholen, was aber demungeachtet noch nicht vollständig geschehen ist. Mir bleibt daher um so mehr das Bedauern, daſs zwischen Sept. 28 und Oct. 3 völlig trüber Himmel verhindert hat, den eigentlichen Tag der gröſsten Lichtstärke Mira's wirklich zu beobachten, während mir jetzt nur übrig bleibt, Zeit und das Lichtmaximum durch Rechnung zu finden. Jene liegt offenbar dem Sept. 28 näher, als dem Oct. 3. Die diesjährige Beobachtungsreihe umfaſst bis jetzt die Tage: Aug. 23. 24. 25. 26. 28. 30. 31, Sept. 1. 2. 3. 5. 9. 12. 17. 18. 21. 22. 23. 24. 28, Oct. 3. 6. 10. 13. Es bedarf nur noch der Bestimmung einiger Constanten durch Beobachtungen, um die vorjährige und diesjährige Reihe reduciren, und den Gang der Lichtstärke numerisch darstellen zu können. Man kann jedoch schon sehen, daſs die Resultate, welche Herr Professor *Argelander* im vorigen Jahre durch Vergleichungen mit bloſsen Augen gefunden und in Nr. 398 der Astr. Nachr. dargelegt hat, in allen Stücken mit den hiesigen Ermittelungen harmoniren werden. Mira ist in diesem Jahre bei Weitem nicht so hell geworden, als im vorigen; in welchem Verhältniſs wird die Reduction ergeben.

An Sternschnuppenbeobachtungen wird wohl am 12ten und 13ten Novbr. d. J. eben so wenig zu denken seyn, als am 10ten August, höchstens am 13ten Novbr. Abends eine Stunde lang vor Aufgang des Mondes. — Ich habe Ihnen über dieses November-System wieder einen neuen Fund zu melden: eine Beobachtung, die fast 1000 Jahre zurückdatirt. Herr Dr. *Jacobi*, Privatdocent an unserer Universität im Fache der Geschichte, ein Freund meines Sohnes, hat, nun auch aufmerksam geworden, in *Pertz* Monumentis Germaniæ I. 369 nachstehende merkwürdige Stelle beachtet. Die Annales Fuldenses erzählen daselbst ad annum 855:

> Mense vero Octobri, xvj Kal. Novembres (i. e. October 17 a. St.) per totam noctem igniculi, instar spiculorum, occidentem versus per aerem densissime ferebantur.

Nimmt man hiernach an, die Haupterscheinung habe um Mitternacht Fuldaer mittl. Zeit statt gefunden, und stellt man sie mit der Beobachtung *A. v. Humboldts* 1799 Nov. 11 so zusammen, wie in Nr. 391 der Astr. Nachr. die von meinem Sohne aufgefundene Prager Beobachtung von 1366 Oct. 21 a. St., so werden die daselbst aufgeführten Resultate nur um Kleinigkeiten geändert, die neuesten Beobachtungen aber noch viel besser dargestellt. Man erhält dadurch die jährliche Fortrückung des Oppositionspunktes in der Nähe des niedersteigenden Knotens $= + 1'428$ geocentrischer Länge, mithin die jährliche Verspätigung der ☋ $= 34^m00$, woraus die synodische Umlaufszeit $365^d\,6^h\,22^s79$, die tropische $365^d\,6^h\,57^s57$, und die siderische $365^d\,6^h\,37^s38$ in rückläufiger Bewegung folgt, so wie die halbe groſse Axe der Bahn $= 1{,}0000357$, etwa nur um 720 geogr. Meilen gröſser, als die der Erdbahn. Hiernach stellen sich die berechneten Erscheinungen zu den beobachteten folgendermaaſsen:

Berechnete mittl. Altonaer Zeit u. Länge der ☋					Beobachtet.			
855 a. St.	Oct.	16.	12^h0	27° 31′5	Oct. 16.	12^h0		*Pertz* Monum. Germaniæ I. 369.
1366 ——	—	24.	13,5	39 41,2	— 21.	15,7		Script. rer. Bohem. II. 389.
1799 n. St.	Nov.	11.	20,9	49 59,5	Nov. 11.	20,9		*A. v. Humboldt* Reise etc. II. 284.
1832 ——	—	12.	15,5	50 46,7	— 12.	13,5	}	Ermittelung und Zusammenstellung von Herrn Geh. Rath *Bessel* in den Astr. Nachrichten Bd. XVI. Nr. 381. p. 350.
1833 ——	—	12.	21,8	50 48,1	— 12.	21,5	}	
1834 ——	—	13.	4,2	50 49,5	— 13.	22,0	}	
1836 ——	—	12.	16,9	50 52,4	— 13.	16,0	}	Anm. 1836 Nov. 12 war es in Breslau die ganze Nacht hindurch trübe.
1838 ——	—	13.	5,6	50 55,2	— 13.	15,5	}	
1839 ——	—	13.	11,9	50 56,7	— 13.	12,5		Beobachtet zu Breslau.

Künftig aber:
Berechnete mittl. Altonaer Zeit und Länge der ☊.

1840 n. St.	Nov. 12.	18^h3	50° 58′1	Drei Tage nach dem Vollmond; ☾ Aufg. Nov. 13. $7^h\ 12^m$.
1841 ——	—— 13.	0,6	50 59,5	Am Tage nach dem Neumonde.
1842 ——	—— 13.	7,0	51 0,9	Drei Tage nach dem ersten Viertel; ☾ Unterg. $15^h\ 16^m$.

Den Unterschied von drei Tagen im Jahre 1366 darf man wohl nur als eine bloſse Perturbationsfolge ansehen; oder er hat vielleicht einen ähnlichen Grund, wie der eine Tag Unterschied im Jahre 1836.

Zu den in der Anlage zusammengestellten Sternbedeckungen, welche hier von 1839 Oct. 29 bis 1840 April 11 beobachtet worden sind, füge ich noch als Nr. 205 von mir die Beobachtung des Eintritts eines Sterns 8^r Gr. in den dunkeln Mondrand 1840 Mai 3. $9^h\ 20^m\ 27^s45$ mittlerer oder $12^h\ 11^m\ 32^s81$ Breslauer Sternzeit am 4½ Fh. mit 36maliger Vergröſserung. Die Zeitbestimmung war durch Culminationsbeobachtung von α Virginis gesichert und (wie gewöhnlich immer) durch Beobachtung des Polarsterns in beiden Lagen des nivellirten Passage-Instruments. Der bedeckte Stern steht: in *Bessels* Z. Nr. 507 1832 Febr. 1. $5^h\ 33^m\ 39^s20$ und Nr. 523 1832 Febr. 23. $5^h\ 34^m\ 26^s20$, so wie auch in der Hist. Cél. p. 143 1795 Febr. 16. III. $5^h\ 31\ \ 49^s3$.

v. Boguslawski.

Sternbedeckungen beobachtet zu Breslau von 1839 October 29 bis 1840 April 11.

Nr.	1839 u. 1840.	Breslauer mittlere Zeit.	Breslauer Sternzeit.	Bedeckter Stern.	Gröſse.	Phase.	Fernrohr.	Vergröss.	Bemerkungen.	Beobachter.	Zeit best. durch
182	October 29	$12^h 17^m 35^s97$	$2^h 47^m 57^s87$	83 q Cancri	6	E. h.	Fh.	162	nicht ganz zu verbürgen.	*v. Boguslawski.*	α Arietis.
183		12 53 58,45	3 24 26,32			A. d.	Fh.	72	gute Beobachtung.	*Bgl.*	α Ceti
		12 54 59,55	3 25 27,88				fh.	64	um 0°4 bis 0°8 unsicher u. vermuthl. um 1^m gefehlt.	*Ballo.*	η Tauri.
184	December 11	4 25 4,76	21 43 41,00	49 δ Capric.	3.4	E. d.	H.	50	wegen Wolken sehr unsicher.	*Bgl.*	β Aquarii. α ——
		4 25 6,22	21 43 42,46				fh.	64	desgleichen.	*Ballo.*	ϑ ——
185	December 12	7 50 31,47	1 13 38,02	176 Aquarii	7	E. d.	Fh.	162	ausgezeichnet gute Beobachtung.	*Bgl.*	α Arietis.
		7 50 32,31	1 13 38,86				fh	144		*Ballo.*	
186	Januar 11	4 47 58,60	0 8 51,96	63 δ Piscium	5	E. d.	H.	50	plötzlich; gute Beob.	*Bgl.*	
		4 47 58,21	0 8 51,58				fh.	144		*Ballo.*	
		4 48 0,09	0 8 53,46				fh.	40	durch Störung ungenau.	*Wiedemann.*	α Arietis.
187		5 50 57,46	1 12 1,13			A. h.	H.	70	anscheinend gute Beobachtung.	*Bgl.*	
		5 50 55,86	1 11 59,55				fh.	40	gute Beobachtung.	*Wdm.*	
188	Januar 13	8 51 48,15	4 21 14,65	34 μ Arietis	6	E. d.	Fh.	72	sehr genaue Beob.	*Bgl.*	
		8 51 48,75	4 21 15,25				fh.	40	sehr genau.	*Wdm.*	α Tauri
		8 51 48,42	4 21 14,92				fh.	64	der Stern verschwand plötzlich.	*Ballo.*	α Orionis
190	Januar 14	10 8 {12,62 / 2,62}	5 41 {48,23 / 38,20}	19 (e Plejad.)	5	E. d.	Fh.	48	etwas unsicher, weil eben das Fernr. bewegt werden muſste.	*Bgl.*	
		10 8 1,48	5 41 37,06				fh.	144	gute Beobachtung.	*Ballo.*	β Orionis.
191		10 20 0,24	5 53 37,79	18 (m Plej.)	7	E. d.	Fh.	48	sehr genaue Beob.	*Bgl.*	β Tauri.
192		10 26 35,69	6 0 14,32	21 (k Plej.)	7	E. d.	Fh.	48	ebenfalls wegen Bewegung des Fernrohrs unsicher.	*Bgl.*	δ Orionis. μ Gemin. ε Canis minoris.
193		10 32 24,88	6 6 4,46	22 (l Plej.)	7	E. d.	Fh.	48	sehr genaue Beob.	*Bgl.*	
194		11 3 19,88	6 37 4,54	19 e (Plej.)	5	A. h.	Fh.	48	nach Umständen gut.	*Bgl.*	
195		11 4 0,29	6 37 45,06	(147) (Plej.)	7.8	E. d.	Fh.	48	ziemlich gute Beob.	*Bgl.*	
		11 4 0,68	6 37 45,45			E. d.	fh.	144	um 0°8 ungenau.	*Ballo.*	

Nr.	1839 u. 1840.	Breslauer mittlere Zeit.	Breslauer Sternzeit.	Bedeckter Stern.	Grösse.	Phase.	Fernrohr.	Vergröss.	Bemerkungen.	Beobachter.	Zeit best. durch
196	Januar 16	7h 18m 19s89	2h 59m 20s72	(236) Tauri	7	E. d.	H.	50	plötzlich: sehr genaue Beobachtung.	*Bgl.*	α Tauri.
		7 18 21,51	2 59 22,34				fh.	144	nach Umständen gut.	*Ballo.*	
		8 45 33,25	4 26 4[illegible],41	136 C Tauri	4	E. d.	fh.	40		*Wdm.*	
197		12 25 37,09	8 7 27,40	(287) Aurigæ	7	E. d.	Fh.	48	nach Umständen gut.	*Bgl.*	
198	Februar 14	11 11 53,51	8 47 52,85	77 k Gemin.	4	E. d.	H.	50	plötzlich; sehr genaue Beobachtung.	*Bgl.*	α Hydræ.
199		12 6 52,46	9 43 0,83			A. h.	H.	140	anscheinend gute Beobachtung.	*Bgl.*	
200	März 15	8 38 55,16	8 12 46,00	32 α Leonis	1	E. d.	H.	50	sehr genaue Beob.	*Bgl.*	α Orionis. γ Dracon.
		8 38 55,52	8 12 46,36				fh.	64	gute Beobachtung.	*Ballo.*	
		8 38 55,30	8 12 46,19				fh.			*Wdm.*	
201		9 47 37,95	9 21 40,07			A. h.	H.	70	hinter dünn. Wolken; doch anscheinend ziemlich gute Beob.	*Bgl.*	
		9 47 57,58	9 21 59,76				fh.			*Wdm.*	
202	April 7	7 15 56,07	8 20 14,01	(287) Aur.	7	E. d.	H.	50	sehr genaue Beob.	*Bgl.*	α u. β Gem. α Cygni. α Hydræ. α Leonis.
		7 15 55,25	8 20 13,18				fh.	144	gute Beobachtung.	*Ballo.*	
203	April 10	12 16 58,44	13 33 55,47	78 Cancri	7	E. d.	fh.	64	Beob. wegen Wolken um einige Secunden ungenau.	*Ballo.*	α Hydræ. α Virginis.
204	April 11	11 10 26,17	12 31 8,83	27 ν Leonis	5.6	E. d.	H.	50	sehr scharfe Beob.; kurz vorher nahm das Licht des Sterns etwas ab.	*Bgl.*	α u. β Virginis. β Leonis.
		11 10 28,47	12 31 11,14				fh.	64		*Riemann.*	

Anm. Die Bedeutung der Abkürzungen ist Astr. Nachr. Bd. 17. Nr. 387. pag. 43 und 44 angegeben.
Nr. 189. 1840 Jan. 13. 43 μ Arietis A. h. ist durch (noch unreducirte) Messungen bestimmt worden.

Schreiben des Herrn *Fr. Fischer* an den Herausgeber.

Apenrade 1840. October 2.

Herr Professor und Ritter *Hansen*, in seiner Berechnung der Sternbedeckungen (Astr. Nachr. Nr. 394) hat bei Anführung meiner Beobachtung der Bedeckung von ε Gemin. 1835 Aug. 19 das Zweifelzeichen verwechselt. Nicht der Austritt, sondern der Eintritt ist unsicher (vid. Astr. Nachr. Nr. 346), und da dieser in Rechnung genommen worden, ist auch ein abweichendes Resultat erhalten.

In diesem Jahre sind mir bis jetzt folgende Sternbedeckungen gelungen:

1840 Januar 14.	e Plejadum	Eintr.	9h 21′ 15″2	Apenr.	M. Z.
	c ———	Eintr.	9 50 45,3	——	——
März 15.	α Leonis	Eintr.	8 1 39,5	——	——
		Austr.	9 4 59,5	——	——

Von correspondirenden Beobachtungen sind mir zur Zeit nur die von Herrn *Rümcker* in Hamburg angestellten bekannt. Ich habe, den Nautical-Alm. anwendend, berechnet:

e Plejad.	Hamburg	Eintr.	39′ 16″45	+ 1,66 s	— 6,39 ζ
		Austr.	(43 34,4 als zu spät beob. angeführt.)		
	Apenrade	Eintr.	37 30,26	+ 1,66 s	— 2,92 ζ
c ——	Hamburg	Eintr.	39 58,76	+ 1,66 s	— 0,90 ζ
		Austr.	(40 33,06 auch zu spät beob.)		
	Apenrade	Eintr.	37 34,28	+ 1,66 s	— 0,68 ζ
a Leonis	Hamburg	Eintr.	40 13,86	+ 1,81 s	+ 0,58 ζ
		Austr.	40 3,62	+ 1,81 s	— 1,02 ζ
	Apenrade	Eintr.	38 1,68	+ 1,81 s	+ 0,77 ζ
		Austr.	37 59,82	+ 1,81 s	— 1,22 ζ

Die merkwürdige Feuerkugel, welche am 8ten Januar im ganzen Lande bemerkt worden ist, habe ich nicht gesehen, wohl aber vom Zimmer aus die durch dieselbe verursachte Erleuchtung äußerer Gegenstände, so wie ich auch die mehrere Minuten später erfolgte Detonation hörte. Die Zeit der Erscheinung hier war ungefähr 7h 50′; leicht hätte ich sowohl diese als das Interval zwischen der Erscheinung und der Detonation genau bestimmen können, wenn ich nicht, durch frü-

heres Feuerwerk in einem benachbarten Garten irre gemacht, die Erscheinung als solches ansah, und erst bei dem rollenden Getöse aufmerksam wurde. Indem ich mich aber später an mehrere Stellen hinbegab, wo glaubwürdige Personen dies Meteor erlöschen sahen, habe ich folgende ziemlich zuverlässige Data erforscht. Die Kugel erschien in der Gegend bei α und β Gemin., zog in der Zeit von mehreren Secunden von dort dem Zenith nahe vorbei, und erlosch in der Nähe von ζ Cygni. Dieser letzte Punct ist als sehr zuverlässig anzusehen, d. h. nach Verhältnifs der bei solchen Erscheinungen zu gewinnenden Genauigkeit, indem die Angaben mehrerer Personen, die an verschiedenen, nicht sehr von einander entfernten Puncten das Verschwinden beobachteten, völlig übereinstimmend diese Stelle angaben; dagegen ist der Anfangspunct sehr unbestimmt. Der scheinbare Durchmesser wird, etwas verschieden, dem des Vollmondes gleich angegeben. Die Kugel erschien zuerst ganz rund, ohne Schweif; dieser entwickelte sich aber bald, erschien in blutrothem Lichte, Funken sprühend und war 1½ Grad lang. Das Licht der Kugel war hellgelblich und ruhig, das des Schweifes mehr zitternd und wallend. — Indem ich eine Zeitungsnachricht mit zu Hülfe nahm, der zufolge dies Verschwinden der Kugel in Altona beobachtet worden war, und den dort angegebenen, durchaus irrigen Stern α Ophiuchi mit α Lyra, als dem einzigen Stern 1r Gröfse in der bezeichneten Himmelsgegend, vertauschte, fand ich für den Ort, wo das Meteor im Zenith zerplatzte, die Polhöhe 55°4, Länge 1°9 westlich von hier. Höhe der Kugel beim Zerspringen 20 Meilen. Es ist also keine Hoffnung vorhanden, Bruchstücke von derselben zu finden. Einzelne Nachrichten, die ich aus der Gegend von Ribe und von Fanöe erhielt, lassen die Kugel westlich von diesen Oertern zerspringen, was mit den aus der genannten Berechnung erhaltenen Resultaten übereinstimmt.

Fr. Fischer.

The Moons Right Ascension, Declination and Horizontal Parallax for the time of her transit over the meridian of Altona for the year 1841 with the logarithms of coefficients for facilitating the reduction to other Meridians.

(Beschlufs.)

July.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
1	17h 12' 24"88	8,58908	0,9575n	6,28n	54' 22"5	6,3115n	0,550	−27° 0' 43"2	8,09145n	3,5235	6,10n	14' 49"0[illegible]
2	18 8 0,11	8,58252	1,7590n	6,22n	54 7,5	6,1427n	0,618	−26 37 21,6	8,64669	3,5026	7,02n	14 44,9
3	19 2 11,43	8,56729	1,9624n	5,96n	53 58,6	5,8417n	0,582	−24 55 16,3	8,87828	3,4497	7,22n	14 42,5
4	19 54 8,70	8,54660	2,0137n	4,37n	53 55,5	3,2396n	0,625	−22 3 20,6	9 14922	3,3682	7,29n	14 41,7
5	20 43 34,53	8,52475	1,9710n	5,84	53 58,7	5,8697	0,646	−18 13 22,2	9,24783	3,2615	7,29n	14 42,6
6	21 30 42,68	8,50602	1,8320n	6 08	54 8,5	6,1923	0,701	−13 37 53,[illegible]	9,31025	3,1292	7,25n	14 45,2
7	22 16 10,66	8,49396	1,5089n	6,18	54 25,7	6,3826	0,695	− 8 28 49,5	9,34968	2,9575	7,21n	14 49,9
8	23 0 51,31	8,49120	1,0165	6,25	54 50,4	6,5267	0,775	− 2 57 8,4	9,37250	2,6910	7,21n	14 56,6
9	23 45 48,17	8,49938	1,7684 ,	6,29	55 23,9	6,6404	0,745	+ 2 46 42,5	9,38115	1,6[illegible]98	7,27n	15 5,8
10	0 32 13,22	8,51908	2,0476	6,32	56 5,7	6,7253	0,724	+ 8 31 35,6	9,37470	2,6817	7,37n	15 17,2
11	1 21 25,07	8,54952	2,2196	6,30	56 55,3	6,7882	0,618	+14 4 10,4	9,34822	3,0706n	7,50n	15 30,7
12	2 14 43,42	8,58801	2,3249	6,10	57 51,0	6,8262	0,331	+19 6 58,6	9,28994	3,3237n	7,61n	15 45,8
13	3 13 13,44	8,62914	2,3544	5,71n	58 49,7	6,8301	0,201n	+23 16 51,6	9,17255	3,5135n	7,67n	16 1,8
14	4 17 13,61	8,66462	2,2590	6,49n	59 46,0	6,7901	0,729n	+26 5 30,5	8,91374	3,6471n	7,59n	16 17,2
15	5 25 36,16	8,68517	1,8372	6,71n	60 34,2	6,6837	1,005n	+27 4 36,5	7,34029n	3,7154n	7,13n	16 30,3
16	6 35 38,07	8,68498	1,8426n	6,67n	61 7,5	6,4455	1,120n	+25 56 17,0	8,96583n	3,7075n	7,32	16 39,4
17	7 44 1,41	8,66547	2,2204n	6,38n	61 21,3	5,5478	1,166n	+22 42 52,2	9,23897n	3,6184n	7,67	16 43,2
18	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
19	8 48 25,71	8,63445	2,2834n	5,04	61 13,5	6,3248n	1,131n	+17 47 3,2	9,36807n	3,4403n	7,75	16 41,0
20	9 48 9,95	8,60159	2,2172n	6,21	60 45,7	6,6285n	1,041n	+11 42 39,5	9,42920n	3,1301n	7,71	16 33,5
21	10 43 50,92	8,57437	2,0567n	6,33	60 1,7	6,7631n	0,830n	+ 5 4 12,8	9,44924n	2,2146n	7,61	16 21,6
22	11 36 42,27	8,55680	1,7674n	6,32	59 7,6	6,8192n	0,406n	− 1 38 52,1	9,44069n	2,8790	7,49	16 6,7
23	12 28 5,53	8,54991	0,9290n	6,24	58 9,6	6,8288n	9,867	− 8 3 33,7	9,40893n	3,1659	7,39	15 50,9
24	13 19 14,79	8,55252	1,4909	6,10	57 12,6	6,8043n	0,534	−13 52 5,4	9,35418n	3,3078	7,30	15 35,4
25	14 11 8,44	8,56179	1,7410	5,74	56 20,6	6,7502n	0,701	−18 50 14,9	9,27114n	3,3996	7,23	15 21,2

May.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
26	15h 4' 21"80	8,57374	1,7704	5,48n	55' 36"0	6,6704n	0,760	−22° 46' 7"0	9,14529n	3,4642	7,13	15' 9"1
27	15 59 0,27	8,58388	1,6004	6,06n	54 59,9	6,5673n	0,750	−25 29 45,4	8,93[illegible]04n	3,5054	6,91	14 59,2
28	16 54 35,86	8,58817	0,2808	6,22n	54 32,2	6,4341n	0,748	−26 54 4,4	8,47765n	3,5216	5,82	14 51,7
29	17 50 13,45	8,58418	1,6314n	6,21n	54 12,8	6,2553n	0,701	−26 56 7,1	8,43026	3,5096	6,88n	14 46,4
30	18 44 48,20	8,57184	1,8990n	6,03n	54 0,9	5,9826n	0,671	−25 38 7,6	8,90602	3,4686	7,16n	14 43,1
31	19 37 26,97	8,55336	1,9875n	5,47n	53 56,0	5,2[illegible]10n	0,625	−23 7 13,5	9,10648	3,4007	7,26n	14 41,8

August.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
1	20 27 43,23	8,53239	1,9767n	5,63	53 57,4	5,7070	0,597	−19 34 1,1	9,22247	3,3040	7,29n	14 42,2
2	21 15 40,00	8,51288	1,8816n	5,98	54 4,7	6,0700	0,582	−15 10 42,6	9,29526	3,1799	7,28n	14 44,2
3	22 1 44,46	8,49835	1,6670n	6,12	54 17,7	6,2636	0,582	−10 9 42,0	9,34109	3,0144	7,26n	14 47,7
4	22 46 40,49	8,49153	0,9705n	6,19	54 36,4	6,3970	0,582	− 4 42 55,0	9,36778	2,7611	7,25n	14 52,8
5	23 31 23,21	8,49429	1,5179	6,24	55 0,8	6,4981	0,582	+ 0 58 12,8	9,37883	2,0609	7,27n	14 59,5
6	0 16 55,64	8,50751	1,8993	6,27	55 30,9	6,5834	0,611	+ 6 42 7,0	9,37467	2,5917n	7,33n	15 7,7
7	1 4 26,79	8,53103	2,1072	6,27	56 7,1	6,6585	0,618	+12 16 6,0	9,35255	2,9969n	7,42n	15 17,5
8	1 55 8,59	8,56321	2,2376	6,17	56 49,4	6,7167	0,525	+17 25 3,0	9,30480	3,2431n	7,52n	15 29,1
9	2 50 6,36	8,60037	2,3026	5,62	57 36,7	6,7581	0,406	+21 50 3,9	9,21393	3,4289n	7,59n	15 42,0
10	3 49 58,99	8,63644	2,2795	6,17n	58 27,6	6,7762	9,127	+25 8 2,6	9,03471	3,5708n	7,59n	15 55,8
11	4 54 28,71	8,66362	2,0935	6,55n	59 18,6	6,7594	0,459n	+26 53 42,6	8,55427	3,6636n	7,41n	16 9,7
12	6 1 58,01	8,67500	1,1404n	6,64n	60 5,2	6,6904	0,843n	+26 45 46,5	8,68102n	3,6971n	4,84n	16 22,4
13	7 9 48,38	8,66829	1,9683n	6,52n	60 41,5	6,5315	1,014n	+24 35 31,6	9,11992n	3,6627n	7,44	16 32,3
14	8 15 26,10	8,64732	2,1810n	6,07n	61 2,5	6,1391	1,109n	+20 32 9,1	9,30797n	3,5544n	7,67	16 38,0
15	9 17 24,40	8,61989	2,1895n	5,82	61 4,5	5,9747n	1,136n	+15 0 13,9	9,40471n	3,3542n	7,72	16 38,6
16	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
17	10 15 36,23	8,59387	2,0849n	6,22	60 46,4	6,5021n	1,074n	+ 8 32 3,1	9,44930n	2,9705n	7,69	16 33,6
18	11 10 48,32	8,57466	1,8687n	6,28	60 10,7	6,7000n	0,963n	+ 1 40 16,2	9,45818n	2,3574	7,61	16 23,9
19	12 4 10,08	8,56466	1,4105n	6,24	59 21,4	6,7975n	0,718n	− 5 6 17,9	9,43837n	3,0697	7,51	16 10,5
20	12 56 52,41	8,56370	1,1620	6,12	58 24,3	6,8325n	9,972n	−11 24 3,8	9,39404n	3,2835	7,41	15 54,9
21	13 49 54,73	8,56966	1,6156	5,89	57 25,7	6,8247n	0,345	−16 54 21,8	9,32077n	3,3991	7,30	15 39,0
22	14 43 56,29	8,57904	1,6910	5,06n	56 30,3	6,7841n	0,659	−21 22 34,2	9,20932n	3,4702	7,16	15 23,9
23	15 39 8,43	8,58765	1,5475	5,97n	55 41,6	6,7109n	0,794	−24 37 36,2	9,03371n	3,5125	6,92	15 10,6
24	16 35 10,88	8,59156	0,4419	6,17n	55 2,1	6,6013n	0,835	−26 32 0,9	8,70300n	3,5289	6,01	14 59,8
25	17 31 16,38	8,58816	1,5834n	6,18n	54 32,7	6,4500n	0,826	−27 2 43,6	7,88092	3,5195	6,82n	14 51,8
26	18 26 25,39	8,57696	1,8676n	6,03n	54 13,3	6,2234n	0,813	−26 11 32,0	8,79754	3,4839	7,11n	14 46,5
27	19 19 46,33	8,55973	1,9699n	5,60n	54 3,5	5,7999n	0,750	−24 4 47,4	9,04983	3,4242	7,22n	14 43,9
28	20 10 50,34	8,53958	1,9730n	5,47	54 2,1	5,4827	0,718	−20 52 6,3	9,18787	3,3413	7,26n	14 43,5
29	20 59 36,04	8,52021	1,8957n	5,92	54 8,4	6,0481	0,625	−16 44 50,9	9,27395	3,2343	7,27n	14 45,2
30	21 46 25,68	8,50495	1,7182n	6,07	54 21,0	6,2482	0,529	−11 54 54,1	9,32924	3,0927	7,26n	14 48,6
31	22 31 58,17	8,49642	1,2734n	6,14	54 38,7	6,3656	0,479	− 6 34 8,2	9,36308	2,8826	7,27n	14 53,4

September.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam.
1	23 17 3,24	8,49643	1,2909	6,19	55 0,9	6,4464	0,394	− 0 54 24,9	9,37968	2,4348	7,29n	14 59,5
2	0 2 37,89	8,50593	1,7862	6,22	55 26,8	6,5037	0,331	+ 4 51 59,6	9,38001	2,4157n	7,34n	15 6,6
3	0 49 43,97	8,52484	2,0170	6,21	55 55,9	6,5507	0,310	+10 31 46,2	9,36227	2,9376n	7,41n	15 14,5
4	1 39 24,98	8,55189	2,1580	6,13	56 28,0	6,5853	0,148	+15 49 46,0	9,32083	3,1986n	7,48n	15 23,2
5	2 32 39,26	8,58417	2,2330	5,75	57 2,3	6,6141	0,206	+20 28 12,2	9,24305	3,3822n	7,53n	15 32,6
6	3 30 5,32	8,61684	2,2302	5,93n	57 38,9	6,6367	9,940	+24 6 29,5	9,09888	3,5200n	7,53n	15 42,6
7	4 31 39,67	8,64354	2,1014	6,40n	58 16,8	6,6473	9,370	+26 22 34,1	8,78570	3,6149n	7,41n	15 52,9
8	5 36 17,58	8,65813	1,6357	6,55n	58 54,9	6,6352	0,249n	+26 56 51,0	8,17082	3,6612n	6,89n	16 3,3
9	6 41 58,86	8,65751	1,6900n	6,49n	59 30,3	6,5807	0,618n	+25 38 14,4	8,97359n	3,6528n	7,16	16 12,9
10	7 46 30,69	8,64340	2,0505n	6,20n	59 59,5	6,4580	0,826n	+22 28 54,3	9,22266n	3,5864n	7,51	16 20,9

September.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a′	log b′	log c′	Semidiam.
11	8h48′20 61	8,62155	2,1142n	4,89	60 18,7	6,1791	0,953n	+17°44′20″1	9,35281n	3,4550n	7,63	16′26″1
12	9 47 0,98	8,59893	2,0444n	6,08	60 24,6	5,3307n	1,033n	+11 49 8,4	9,42266n	3,2275n	7,66	16 27,7
13	10 42 58,44	8,58115	1,8550n	6,22	60 14,6	6,3206n	1,027n	+ 5 11 54,8	9,45289n	2,7230n	7,64	16 25,0
14	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
15	11 37 9,62	8,57132	1,4331n	6,22	59 48,9	6,5794n	0,950n	− 1 38 39,0	9,45243n	2,7359	7,59	16 18,0
16	12 30 39,77	8,57005	1,1155	6,13	59 10,0	6,7119n	0,782n	− 8 15 56,8	9,42436n	3,1714	7,52	16 7,4
17	13 24 27,93	8,57577	1,6175	5,89	58 21,4	6,7758n	0,449n	−14 16 38,4	9,36739n	3,3558	7,43	15 54,1
18	14 19 15,70	8,58530	1,7130	4,56n	57 28,5	6,7933n	8,604n	−19 21 13,5	9,27473n	3,4598	7,30	15 39,7
19	15 15 17,76	8,59445	1,5959	5,95n	56 35,6	6,7715n	0,542	−23 14 28,8	9,12873n	3,5188	7,08	15 25,3
20	16 12 16,09	8,59908	0,8189	6,18n	55 47,7	6,7119n	0,707	−25 46 2,5	8,87762n	3,5433	6,44	15 12,2
21	17 9 22,94	8,59628	1,5645n	6,21n	55 7,4	6,6150n	0,830	−26 51 10,1	8,18038n	3,5373	6,79n	15 1,3
22	18 5 35,62	8,58532	1,8766n	6,08n	54 37,1	6,4593n	0,871	−26 30 59,1	8,62761	3,5034	7,11n	14 53,0
23	18 59 58,00	8,56781	1,9890n	5,68n	54 17,8	6,2034n	0,865	−24 51 46,2	8.97416	3,4459	7,22n	14 47,8
24	19 51 57,35	8,54698	1,9984n	5,42	54 9,4	5,5618n	0,835	−22 3 12,2	9,14172	3,3689	7,25n	14 45,5
25	20 41 30,09	8,52662	1,9282n	5,91	54 11,2	5,8831	0,790	−18 16 28,0	9,24304	3,2738	7,24n	14 45,9
26	21 28 57,72	8,51017	1,7659n	6,07	54 22,2	6,2439	0,712	−13 42 57 5	9,30877	3,1563	7,23n	14 48,9
27	22 14 59,17	8,50035	1 3893n	6,15	54 40,9	6,4040	0,589	− 8 33 47,0	9,35129	2,9951	7,24n	14 54,0
28	23 0 24,54	8,49897	1,1308	6,19	55 5,4	6,4929	0,449	− 3 0 3,2	9,37589	2,7149	7,28n	15 0,7
29	23 46 10,45	8,50694	1,7357	6,21	55 34,1	6,5443	0,224	+ 2 46 27,6	9.38403	1,0434n	7,35n	15 8,5
30	0 33 17,71	8,52417	1,9822	6,20	56 5,3	6,5666	9,729	+ 8 32 30,2	9,37421	2,8020n	7,42n	15 17,0

October.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a′	log b′	log c′	Semidiam.
1	1 22 47,91	8,54941	2,1282	6,11	56 37,3	6,5673	9,604n	+14 2 31,5	9,34150	3,1381n	7,49n	15 25,8
2	2 15 37,16	8,57985	2,2047	5,74	57 6,7	6,5507	0,056n	+18 58 6,4	9,27541	3,3480n	7,54n	15 34,3
3	3 12 22,37	8,61089	2,2041	5,88n	57 38,4	6,5184	0,241n	+22 58 7,8	9,15293	3,4958n	7,53n	15 42,4
4	4 13 1,48	8,63653	2,0805	6,36n	58 5,6	6,4793	0,188n	+25 40 26,8	8,90793	3,5941n	7,40n	15 49,8
5	5 16 35,56	8,65087	1,6381	6,52n	58 30,4	6,4290	0,357n	+26 45 43,2	7,92376	3,6426n	6,93n	15 56,6
6	6 21 13,19	8,65072	1,6424	6,48n	58 51,9	6,3645	0,317n	+26 2 47,0	8,83191n	3,6387n	7,05	16 2,4
7	7 24 48,44	8,63740	2,0270n	6,21n	59 10,2	6,2744	0,489n	+23 32 33,8	9,14357n	3,5828n	7,43	16 7,4
8	8 25 50,20	8,61614	2,1021n	4,52n	59 23,9	6,1029	0,604n	+19 27 45,9	9,29749n	3,4754n	7,55	16 11,2
9	9 23 47,68	8,59362	2,0420n	6,04	59 31,6	5,6763	0,718n	+14 8 52,5	9,38332n	3,3050n	7,58	16 13,3
10	10 19 3,36	8,57555	1,8606n	6,22	59 31,5	5,7310n	0,808n	+ 7 59 48,0	9,42817n	3,0118n	7,58	16 13,2
11	11 12 31,67	8,56544	1,4370n	6,24	59 21,9	6,2323n	0,847n	+ 1 25 6,4	9,44306n	1,7624n	7,57	16 10,6
12	12 5 18,90	8,56437	1,2038	6,18	59 1,9	6,4675n	0,843n	− 5 11 6,0	9,43173n	2,9428	7,55	16 5,2
13	12 58 28,83	8,57129	1,6988	6,01	58 31,7	6,6001n	0,707n	−11 25 37,2	9,39345n	3,2431	7,51	15 56,9
14	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
15	13 52 51,26	8,58326	1,8261	5,33	57 53,9	6,6765n	0,574n	−16 56 47,0	9,32278n	3,4029	7,44	15 46,6
16	14 48 50,73	8,59595	1,7790	5,89n	57 10,7	6,7114n	9,905n	−21 25 21,5	9,20674n	3,4973	7,29	15 34,9
17	15 46 16,72	8,60458	1,4410	6,22n	56 26,2	6,7082n	0,105	−24 36 13,6	9,01300n	3,5460	6,94	15 22,7
18	16 44 21,78	8,60525	1,3436n	6,30n	55 43,6	6,6694n	0,582	−26 20 13,8	8,61475n	3,5554	6,45n	15 11,1
19	17 41 54,17	8,59635	1,8522n	6,21n	55 6,6	6,5834n	0,760	−26 35 16,5	8,28864	3,5292	7,09n	15 1,1
20	18 37 42,46	8,57905	2,0152n	5,91n	54 38,1	6,4392n	0,822	−25 26 54,2	8,87251	3,4733	7,25n	14 53,3
21	19 30 59,13	8,55676	2,0499n	4,95	54 19,5	6,1833n	0,875	−23 4 31,7	9,08549	3,3949	7,28n	14 48,2
22	20 21 30,94	8,53377	1,9991n	5,89	54 12,0	5,3066n	0,887	−19 40 21,4	9,20524	3,3003	7,26n	14 46,2
23	21 9 35,54	8,51417	1,8630n	6,09	54 15,9	6,0343	0,851	−15 26 24,8	9,28106	3,1911	7,21n	14 47,2
24	21 55 52,29	8,50116	1,5744n	6,17	54 30,4	6,3524	0,804	−10 33 45,4	9,33099	3,0585	7,19n	14 51,2
25	22 41 13,63	8,49697	0,4762	6,21	54 54,4	6,5161	0,734	− 5 12 37,7	9,36277	2,8662	7,22n	14 57,7
26	23 26 39,83	8,50282	1,6690	6,24	55 26,4	6,6082	0,542	+ 0 26 41,2	9,37914	2,4427	7,29n	15 6,4
27	0 13 15,94	8,51886	1,9642	6,24	56 3,6	6,6552	0,288	+ 6 12 40,7	9,37934	2,4568n	7,39n	15 16,6
28	1 2 9,33	8,54408	2,1322	6,19	56 43,6	6,6694	9,303n	+11 51 13,7	9,35915	3,0008n	7,49n	15 27,5
29	1 54 23,92	8,57584	2,2275	5,94	57 23,3	6,6484	0,357n	+17 4 29,4	9,30944	3,2758n	7,57n	15 38,3
30	2 50 47,46	8,60953	2,2476	5,68n	57 59,7	6,5966	0,550n	+21 30 32,1	9,21136	3,4612n	7,59n	15 48,2
31	3 51 29,61	8,63867	2,1522	6,36n	58 30,8	6,5021	0,729n	+24 44 43,6	9,01805	3,5843n	7,49n	15 56,7
	4 55 37,84				58 54,1			+26 24 3,6				16 3,0

November.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam
1	4h 55' 37"84	8,65632	1,7843	6,56n	58' 54"1	6,3468	0,734n	+26° 24' 3"6	8,50376	3,6487n	7,12n	16' 3"0
2	6 1 14,39	8,65801	1,6030	6,56n	59 9,2	6,1089	0,718n	+26 13 46,4	8,66562n	3,6528n	7,00	16 7,2
3	7 5 54,06	8,64424	2,0709	6,33n	59 16,5	5,6433	0,677n	+24 12 49,9	9,07947n	3,5980n	7,45	16 9,2
4	8 7 44,07	8,62033	2,1681	6,42n	59 16,8	5,4868n	0,566n	+20 34 0,2	9,25832n	3,4889n	7,57	16 9,2
5	9 5 59,67	8,59376	2,1251	6,04	59 11,6	5,9415n	0,474n	+15 38 39,5	9,35433n	3,3235n	7,57	16 7,8
6	10 0 59,26	8,57115	1,9739	6,25	59 1,9	6,1336n	0,428n	+ 9 50 48,1	9,40542n	3,0694n	7,54	16 5 2
7	10 53 30,46	8,55682	1,6539	6,29	58 48,1	6,2690n	0,484n	+ 3 33 35,6	9,42667n	2,4970n	7,51	16 1,4
8	11 45 12,34	8,55258	0,5938	6,26	58 29,8	6,3742n	0,454n	— 2 51 31,9	9,42402n	2,6959	7,49	15 56,4
9	12 36 50,26	8,55800	1,6658	6,15	58 7,2	6,4606n	0,507n	— 9 4 21,1	9,39808n	3,1081	7,48	15 50,3
10	13 29 35,62	8,57071	1,8745	5,85	57 39,9	6,5326n	0,429n	—14 45 17,1	9,34483n	3,3121	7,46	15 42,8
11	14 24 10,05	8,58662	1,9110	5,46n	57 8,6	6,5814n	0,273n	—19 35 17,9	9,25416n	3,4402	7,39	15 34,3
12	15 20 42,57	8,60061	1,7772	6,14n	56 34,5	6,6076n	9,905n	—23 17 4,0	9,10336n	3,5191	7,22	15 25,0
13	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
14	16 18 41,12	8,60761	1,0737	6,33n	55 59,3	6,6045n	0,030	—25 37 10,1	8,82535n	3,5546	6,65	15 15,4
15	17 16 55,98	8,60435	1,6724n	6,33n	55 25,6	6,5741n	0,345	—26 28 44,2	7,68906n	3,5484	6,90n	15 6,2
16	18 14 1,93	8,59052	1,9806n	6,16n	54 55,3	6,5052n	0,615	—25 52 56,1	8,72923	3,5045	7,23n	14 58,0
17	19 8 48,26	8,56883	2,0770n	5,61n	54 31,1	6,3732n	0,745	—23 57 59,0	9,01936	3,4290	7,32n	14 51,4
18	20 0 39,63	8,54379	2,0676n	5,71	54 15,1	6,1223n	0,808	—20 56 16,4	9,16506	3,3305	7,31n	14 47,0
19	20 49 39,01	8,52021	1,9753n	6,05	54 8,7	5,0297n	0,879	—17 1 11,6	9,25244	3,2156	7,25n	14 45,3
20	21 36 18,78	8,50213	1,7809n	6,17	54 13,5	6,0806	0,871	—12 25 5,0	9,30841	3,0843	7,19n	14 46,6
21	22 21 29,27	8,49253	1,2832n	6,23	54 29,4	6,3929	0,855	— 7 18 39,8	9,34451	2,9198	7,16n	14 50,9
22	23 6 11,61	8,49329	1,4172	6,26	54 56,0	6,5663	0,830	— 1 51 33,5	9,36577	2,6508	7,20n	14 58,2
23	23 51 33,41	8,50525	1,8758	6,29	55 32,6	6,6768	0,734	+ 3 46 33,3	9,37324	0,2883	7,29n	15 8,1
24	0 38 47,31	8,52810	2,0975	6,28	56 17,2	6,7400	0,489	+ 9 24 26,0	9,36443	2,7632n	7,42n	15 20,3
25	1 29 7,67	8,56007	2,2344	6,19	57 6,4	6,7664	9,905	+14 47 28,1	9,33244	3,1335n	7,54n	15 33,7
26	2 23 42,04	8,59736	2,3024	5,65	57 56,7	6,7553	0,406n	+19 36 11,9	9,26266	3,3728n	7,61n	15 47,4
27	3 23 11,08	8,63372	2,2803	6,18n	58 43,3	6,7015	0,707n	+23 25 57,7	9,12294	3,5411n	7,62n	16 0,1
28	4 27 17,46	8,66103	2,0896	6,56n	59 22,3	6,5931	0,887n	+25 49 34,5	8,80568	3,6458n	7,43n	16 10,7
29	5 34 21,42	8,67199	0,9435	6,66n	59 49,9	6,3816	0,978n	+26 24 15,9	8,22860n	3,6828n	5,83n	16 18,2
30	6 41 38,88	8,66407	2,0099n	6,54n	60 3,5	5,8731	0,975n	+25 0 40,6	8,99159n	3,6491n	7,42	16 22,0

December.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log α	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam
1	7 46 29,94	8,64104	2,2139n	6,09n	60 3,1	5,9055n	0,919n	+21 47 22,4	9,22433n	3,5470n	7,62	16 21,8
2	8 47 24,05	8,61096	2,2221n	5,84	59 50,4	6,3127n	0,785n	+17 6 48,3	9,33992n	3,3770n	7,64	16 18,4
3	9 44 13,91	8,58216	2,1223n	6,24	59 28,6	6,4692n	0,625n	+11 26 48,5	9,39860n	3,1146n	7,59	16 12,4
4	10 37 48,80	8,56061	1,9070n	6,32	59 0,5	6,5435n	0,338n	+ 5 14 4,3	9,42271n	2,5788n	7,52	16 4,8
5	11 29 23,46	8,54939	1,4304n	6,30	58 29,1	6,5707n	9,729	— 1 8 23,3	9,42205n	2,6093	7,46	15 56,2
6	12 20 17,28	8,54900	1,3418	6,24	57 56,8	6,5727n	9,303	— 7 20 54,0	9,39985n	3,0450	7,42	15 47,4
7	13 11 42,59	8,55788	1,7806	6,07	57 24,7	6,5700n	8,826	—13 5 52,9	9,35436n	8,2494	7,40	15 38,7
8	14 4 35,82	8,57270	1,9093	5,53	56 52,8	6,5598n	9,940	—18 6 43,1	9,27840n	3,3834	7,38	15 30,0
9	14 59 27,17	8,58875	1,8855	5,87	56 22,1	6,5443n	9,671	—22 7 31,6	9,15517n	3,4758	7,29	15 21,6
10	15 56 9,56	8,60064	1,6373	6,25n	55 52,2	6,5282n	0,069	—24 54 15,7	8,94174n	3,5309	7,03	16 13,5
11	16 53 54,01	8,60385	1,0546n	6,35n	55 24,0	6,5005n	0,105	—26 17 5,0	8,43443n	3,5474	6,03n	15 5,8
12	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌	☌
13	17 51 21,20	8,59618	1,8370n	6,29n	54 57,8	6,4571n	0,357	—26 12 48,2	8,51310	3,5240	7,09n	14 58,7
14	18 47 8,04	8,57859	2,0355n	6,02n	54 35,0	6,3742n	0,542	—24 45 52,9	8,93878	3,4633	7,29n	14 52,4
15	19 40 16,26	8,55473	2,0847n	4,31n	54 17,3	6,2396n	0,601	—22 6 53,1	9,12176	3,3712	7,34n	14 47,6
16	20 30 26,05	8,52937	2,0434n	5,89	54 5,6	5,9800n	0,701	—18 29 23,3	9,22558	3,2534	7,31n	14 45,4
17	21 17 52,92	8,50712	1,9187n	6,11	54 1,4	4,5407	0,804	—14 7 8,9	9,28937	3,1134	7,25n	14 43,3
18	22 3 17,13	8,49167	1,6614n	6,19	54 6,6	6,0679	0,830	— 9 12 27,0	9,32916	2,9418	7,19n	14 44,7
19	22 47 33,57	8,48561	0,4877n	6,24	54 21,9	6,3820	0,875	— 3 55 53,3	9,35258	2,6973	7,16n	14 48,9
20	23 31 45,96	8,49053	1,6441	6,28	54 48,3	6,5646	0,843	+ 1 33 3,8	9,36282	2,0719	7,20n	14 56,1

December.

Date.	Rightascens.	log a	log b	log c	Hor. Par.	log x	log β	Declination.	log a'	log b'	log c'	Semidiam
21	0h 17′ 4″57	8,60697	1,9759	6,30	55′ 25″1	6,6860	0,822	+ 7° 4′ 48″4	9,35961	2,5213n	7,30n	15′ 6″1
22	1 4 44,64	8,53428	2,1661	6,29	56 11,7	6,7707	0,718	+12 27 59,5	9,33904	2,9654n	7,43n	15 18,8
23	1 56 2,91	8,57020	2,2853	6,16	57 6,0	6,8196	0,439	+17 27 44,8	9,29165	3,2379n	7,56n	15 33,6
24	2 52 6,17	8,61019	2,3350	4,76	58 4,3	6,8322	9,780n	+21 43 58,8	9,19640	3,4415n	7,63n	15 49,5
25	3 53 26,32	8,64708	2,2830	6,34n	59 1,6	6,8023	0,662n	+24 51 13,6	8,99819	3,5894n	7,60n	16 5,1
26	4 59 24,91	8,67218	2,0177	6,63n	59 52,1	6,7206	0,905n	+26 22 9,7	8,38219	3,6778n	7,33n	16 18,9
27	6 7 54,04	8,67880	1,3512n	6,67n	60 30,6	6,5464	1,074n	+25 56 2,1	8,78517n	3,6947n	6,94	16 29,3
28	7 15 52,23	8,66612	2,1102n	6,48n	60 51,7	6,1299	1,109n	+23 28 26,4	9,15266n	3,6353n	7,56	16 35,1
29	8 20 45.78	8,63994	2,2413n	5,78n	60 53,8	5,9254n	1,088n	+19 14 32,8	9,31600n	3,4963n	7,70	16 35,7
30	9 21 26,34	8,60925	1,2110n	6,06	60 37,8	6,4473n	1,011n	+13 42 53,8	9,39760n	3,2604n	7,69	16 31,3
31	10 18 8,13	8,58212	2,0759n	6,29	60 6,7	6,6311n	0,830n	+ 7 25 37,6	9,43265n	2,8076n	7,62	16 22,8
	11 11 53,35				59 25,5			+ 0 51 55,0				16 11,6

Briefe des Herrn Dr. *Bremicker* und Herrn *Galle* an den Herausgeber.

Ich habe die Ehre, Ihnen die Anzeige zu machen, dafs ich gestern Abend um 8h 25′ einen schwachen Nebel etwas südlich von ο Draconis entdeckte, welchen ich heute um dieselbe Zeit aus seinem Fortrücken unter den Fixsternen als Cometen erkannte. Am gestrigen Tage war es mir, nur mit einem Cometensucher ausgerüstet, und eine halbe Stunde von der Sternwarte wohnend, nicht möglich, über den Character dieses Nebels zu entscheiden, da es schon 20 Minuten später, nachdem ich ihn zuerst gesehen, völlig bewölkt war.

Aus den so eben gemachten Beobachtungen mit dem grofsen Refractor der hiesigen Sternwarte ergab sich durch die Kreise dieses Instruments, mit deren Hülfe der Comet mit ο Draconis verglichen wurde, und nach einer vorläufigen Reduction, die Position

10h 17′ 46″ M. Berl. Zeit. AR. = 18h 41′ 7″ Decl. + 60° 55′

mit der täglichen Veränderung von + 67′ in AR. und + 4′ in Decl.; beides im Bogen.

Die genaue Vergleichung des Cometen mit einem Sterne 7r Gr. am Faden-Micrometer des grofsen Refractors ist noch nicht reducirt, und Herr *Galle*, welcher so eben damit beschäftigt ist, hat mir versprochen, um alle Zögerung zu verhüten, die erhaltenen genaueren Resultate sofort Ihnen mitzutheilen.

Berlin, den 27sten October 1840, 11 Uhr Abends.

Bremicker.

Ich beehre mich, Ihnen die gestern und vorgestern gewonnenen Beobachtungen des von Herrn Dr. *Bremicker* entdeckten 4ten diesjährigen Cometen zu übersenden, welches folgende sind:

	M. Berl. Zt.	AR. Com.	Decl. Com.
Oct. 27.	10h 17′ 46″	280° 16′ 37″7	+ 60° 35′ 34″8
28.	8 25 11	281 21 42,4	+ 60 56 5,8

Die erstere habe ich in Gemeinschaft mit Herrn Dr. *Bremicker*, die letztere in Gemeinschaft mit Herrn Professor *Encke* angestellt. Sie sind mit dem Fadenmicrometer des Refractors gemacht und beruhen beide auf der Vergleichung mit einem Stern 6r Gr., der sich in *Lalande's* Observations à l'école militaire 1789 gefunden hat.

Berlin, den 29sten October 1840.

G. Galle.

Elemente des Cometen von Herrn Observator *Petersen* am 3ten November erhalten.

Zeit des Perihels 1840 Nov. 15,9154 mittl. Alt. Zt.
log q............0,160785
π............25° 17′ 0″
☊..........248 31 55
i............57 29 50
direct.

Diese Elemente sind aus den Berliner Beobachtungen Octbr. 27. 28 und *Rümckers* Octbr. 31 ohne Abb. und Parall. berechnet und geben die Länge und Breite der mittl. Beob. auf ein paar Secunden genau.

S.

Altona 1840. November 19.

// ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 413.

Schreiben des Herrn Majors *Davis* an den Herausgeber.

London 1840. April 28. (Hiebei vier Kupfertafeln.)

Sir.

I trust the object of this letter will prove my excuse for intruding on your valuable time, but presuming the subject to be one in which you will feel an interest, I venture to hope the accompanying plates will not be unacceptable to your Astronomical Magazine. Being stationed with my Regiment at Armagh during the last summer (1839) enjoying the privilege of the acquaintance of Professor *Robinson*, of the observatory, I had an opportunity of drawing, with the aid of that gentleman's admirable instruments, the cluster of spots that in the end of the month of August and commencement of September attracted the attention of observers from their unusual size and number on the Sun's surface.

The obscurity which still envelops the causes of the Phenomena renders, it is presumed, any remarks on the subject not wholly uninteresting. Indeed if constant drawings were made and the natural history as it were of individual spots carefully chronicled following them through their daily changes of form and situation on the Sun's surface, very interesting data might be obtained on which to found some theory to account for the causes which operate to produce them. Dr. *Wilson's* observations went a great way to prove, that they are cavities in the luminous atmosphere surrounding the body of the Sun, and the changes of appearance in the spots (the originals of the engravings I have the honour to send) in every way confirmed his theory, in my humble opinion, as the true one.

With the utmost diffidence I would venture to subjoin some relation of appearance displayed by the spots as they appeared to me during the course of observation and without any comment leave it to you to judge of them as you think fit.

In plate 1, on the 30th August the spots were of such unusual size as to attract the attention of Dr. *Robinson* and were seen distinctly with the naked eye through light clouds. The Sun in the neighbourhood of the spots and generally in the vicinity of the equatorial parts' displayed that peculiar apparent irregularity of surface similar to the appearence of a sand ripple mark. The umbra presented that flat uniform tint very like the zenith sky when seen thro' small sharp openings in bright clouds, and the outward edges of the penumbra generally desplayed bright streaky furrows, as if the surface of an elastic luminous matter removed from the surface of the umbra, was heaped up and of a higher level in the vicinity of the spots. The Penumbra was very various in tint and presented frequently very strange appearances. I allude to the inner ragged edges of the part of the spots which were frequently projected in long bridges over the surface of the umbra, which was frequently closed and obscured by this process and reformed by the reversion of it. In plates 2 und 3 this course is very visible and the change in form No. 2 plate (3) on the 3rd of Sept. where the form I allude to is withdrawing is very striking. Dr. *Robinson* assured me he had observed a bridge of the same kind shot across the umbra of a spot in the space of a few minutes, the distance from side to side of the umbra occupying a space equal to some thousands of miles of the Sun's surface. I confess from what I have seen I cannot but follow the theory of the working of elastic vapours on the luminous atmosphere of the Sun, as a very probable one, and in most of the drawings I have fancied I could trace some appearance to favour the impression. Thus the smaller spots are connected with the same cause that produces the larger ones and in figure 1, plate (3) 1, 2 and 3, plate (4) something like a perspective view of this may be observed.

H. S. Davis,
Major. H. R. M. 52 Regiment.

N. S. In Bezug auf die schönen dieser Nummer beigegebenen Abbildungen der Sonnenflecken, die ich der Güte des Herrn Majors *Davis* verdanke, ersuche ich die Leser dieses Blattes, welche es unter Kreuzband zugesandt erhalten, mir gefälligst eine Buchhändler-Addresse aufzugeben, damit sie ihre Platten in besserem Zustande erhalten, als es bei dieser Versendungsart möglich ist. Ich behalte deshalb die Platten für Postversendungen einstweilen zurück.

S.

Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Hamburg 1840. Novbr. 6.

Neuer Beobachtungen der verglichenen Sterne wegen habe ich kleine Veränderungen an den hier zusammengestellten Beobachtungen des Cometen angebracht.

	Mittl. Hamb. Zeit.	Scheinb. AR. des Com.	Scheinb. Decl. des Com.	
Oct. 31.	8h 38' 36"88	19° 0' 42"750	60° 55' 30"57	gut.
Nov. 1.	6 53 8,48	19 5 42,584	60 54 37,90	wolkig.
— 2.	10 28 10,97	19 12 4,840	60 52 8,93	wolkig.
— 3.	7 2 12,97	19 16 59,837	60 50 41,12	gut.
— 4.	14 0 22,54	19 24 38,831	60 46 0,7	wolkig.

Die Beobachtungen vom 5ten Novbr. sind noch nicht reducirt, weil ich den verglichenen Stern noch nicht beobachtet habe. Die scheinbaren Oerter der übrigen Sterne sind für den Vergleichungstag.

	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
Oct. 31.	18h 58' 17"32	61° 11' 45"21
	19 5 6,12	61 3 7,42
Nov. 3.	19 16 0,39	60 40 11,79
— 4.	19 21 57,13	60 53 40,31

Elemente ohne Rücksicht auf Parallaxe.

T Novbr. 13,376506 mittl. Greenw. Zeit.
π 21° 35' 47,5 } vom mittlern Equin. 1840.
☊ 248 39 17,5 }
log q 0,1758596
i 58 32 43 direct.

Ich bin so frei Ihnen zugleich hiemit meine letzten spärlichen Sternbedeckungen zuzustellen.

			Mittl. Hamb. Zeit.	
1840 April 11.	ν Leonis	Eintritt	10h 34' 58"29	
			58,4	*Funk.*
— 22.	τ Sagittarii	—	16 13 20,77	
			20,6	*Funk.*
Mai 4.	Anon.	—	10 30 16,97	
			16,8	*Funk.*
Juni 3.	η Cancri	—	9 48 30,98	
			31,0	*Funk.*
Aug. 24.	* Cancri	—	16 13 35,8	
			35,4	*Funk.*
— 24.	* Cancri	—	16 16 7,9	
			7,4	*Funk.*
Oct. 16.	η^1 Geminor.	—	12 5 45,0	
— 16.	η^2 Gemin.	Austritt	13 3 18,55	

Herr *Funk* hat am 5ten April noch die Eintritte zweier anonymer Sterne beobachtet

9 32 24,8
10 6 40,0

Rümcker.

Schreiben des Herrn Hofraths *Schwabe* an den Herausgeber.

Dessau 1840. November 13.

Ich erlaube mir die Bitte, folgende astronomische Instrumente in den Astr. Nachr. zum Verkaufe anzuzeigen. Sie gehörten dem unlängst in Seyda bei Wittenberg verstorbenen Superintendenten *Camenz*. Der Diaconus *Stick* in Seyda giebt darüber nähere Auskunft.

1. Ein *Fraunhofer*scher Tubus von 6 Fuſs Brennweite und 52 Linien Oeffnung mit Zubehör............550 Thaler.
2. Ein *Fraunhofer*scher Kometensucher von 24 Zoll Brennweite und 34 Linien Oeffnung..............35 Thaler.
3. Ein *Fraunhofer*sches Filar-Micrometer.......30 Thaler.
4. Ein Tubus von 4 Fuſs Brennweite und 33 Linien Oeffnung, dessen Objectiv von *Fraunhofer* ist. 100 Thaler.
5. Ein Zugfernrohr von *Ramsden* von 30 Zoll Brennweite, 22 Linien Oeffnung..........................35 Thaler.

In diesem Jahre sind die Sonnenflecke sehr beachtenswerth, besonders zeichnet sich einer durch eine ungewöhnliche Beständigkeit aus, indem derselbe am 10ten November zum achten Male eintrat. Sein erster Eintritt geschah am 5ten Mai, den 16—17ten November wird er ungefähr in der Mitte der Sonne stehen, den 22sten d. M. austreten und wenn er ferner beständig bleibt, den 7ten December zum neunten Mal am östlichen Sonnenrande erscheinen. Eine nähere Nachricht darüber behalte ich mir für meinen Jahresbericht vor.

S. H. Schwabe.

Schreiben des Herrn Professors *Encke* an den Herausgeber.

Berlin 1840. Novbr 21.

Den Cometen haben wir fleifsig beobachtet, und da vielleicht der Mangel an Sternen, die nur in den Pariser Mémoires, nicht in der Hist. cél. beobachtet sind, andere Beobachter in der ersten Zeit abhalten kann, gleich Resultate zu erhalten, so setze ich Ihnen die Beobachtungen und Elemente her. Die benutzten Sterne sind wahrscheinlich sehr nahe richtig, denn zwei derselben hat Herr *Galle* hier beobachtet und fast genau das Resultat seiner Reductionen der Pariser Beobachtungen erhalten. Auch scheint die Zone, aus der sie genommen sind, gut beobachtet, denn eine von mir berechnete Tafel darüber giebt mit 12 Piazzischen Sternen gute Uebereinstimmung. Wäre es nicht der Mühe werth, diese Zonenbeobachtungen, die nicht allen Astronomen zugänglich sind, besonders abdrucken zu lassen und mit Tafeln ähnlich wie Ihre vortrefflichen für die Hist. cél. zu versehen? Bei den hohen Declinationen fehlt eine andere Reihe und ich bin mehreremale schon genöthigt gewesen mit Zeitverlust Sterne aus diesen Memoires zu nehmen.

Folgende Elemente sind an die Beobachtungen vom 27sten Octbr., 3ten und 12ten Novbr. angeschlossen mit Rücksicht auf alle Correctionen.

Durchgang.	Novbr. 14,02994 Berlin. mittl. Zeit.	
Länge des Perihels	22°24′55″8	M. Aeq. 1841
☊	248 39 49,9	
Neigung	58 19 24,9	
Log. kleinst. Abstand	0,172843	Rechtläufig.

Die Beobachtungen und die Vergleichungen mit den Elementen sind folgende:

	M. Berl. Zt.	AR Com.	Decl. Com.	Rechn. — Beob. ΔAR.	Δδ
Oct 27	10ʰ 17′ 46″	280° 16′ 33″4	+60° 55′ 33″4	— 0″3	— 0″1
28	8 25 11	281 21 38,1	60 56 4,4	+ 9,8	+ 0,7
29	8 25 41	282 35 21,9	60 56 17,1	—10,7	+ 0,5
30	6 54 24	283 45 38,6	60 56 12,4	+13,0	— 3,0
	8 10 40	283 49 44,2	60 56 8,5	+ 9,6	— 1,3
31	8 8 25	285 8 1,1	60 55 32,0	— 1,2	— 2,1
Nov. 1	7 49 8	286 27 37,9	60 54 28,4	+ 3,7	— 4,4
2	9 22 31	287 56 25,3	60 52 37,3	+ 3,6	— 3,3
3	7 34 59	289 16 0,4	60 50 34,6	+ 4,1	— 8,3
9	12 26 35	299 4 30,1	60 17 38,4	+ 7,6	+ 1 7
11	7 27 8	302 11 11,0	60 0 44,7	+ 8,2	— 0,4
12	8 34 55	304 3 20,3	59 48 52,6	— 0,8	— 2,0

Bei der Vergleichung hat Herr *Galle* auf alle Correctionen Rücksicht genommen.

Der Comet wird noch längere Zeit sichtbar bleiben, vielleicht sind deshalb die gewöhnlichen Constanten für die rechtwinklichten Coordinaten bezogen auf den Aequator Manchem angenehm. Es wird

$$x = [9,7850539] \sin(v + 97°\ 6'\ 28''8)$$
$$y = [9,9987755] \sin(v + 12\ 43\ 10,1)$$
$$z = [9,9010431] \sin(v + 105\ 59\ 41,5)$$

wo die [ ] Logarithmen bedeuten.

Encke.

Marche du chronomètre Nr. 31 de *Hauth*, marchant un mois, appartenant à Son Excellence, Monsieur l'Amiral *de Greig*.

L'an 1840. vieux style.	Avance journalière du chronomètre par rapport au tems moy. sol.	Différence de la marche moyenne.
Depuis le 6 Avril jusqu'au 9	+ 0″65	— 0″30
9 — — 20	+ 0,52	— 0,43
20 — — 22	+ 0,77	— 0,18
22 — — 25	+ 0,54	— 0,41
25 — — 29	+ 0,83	— 0,12
29 — — 2 Mai	+ 0,67	— 0,28
2 Mai — 6	+ 1,31	+ 0,36
6 — — 11	+ 1,66	+ 0,71
11 — — 17	+ 1,69	+ 0,74
17 — — 20	+ 0,70	— 0,25
20 — — 25	+ 0,68	— 0,27
25 — — 1 Juin	+ 0,81	— 0,14
Depuis le 1 Juin — 6	+ 1,32	+ 0,37
6 — — 9	+ 1,22	+ 0,27
9 — — 13	+ 1,06	+ 0,11
	Différence moyenne	+ 0″015

Depuis le 6 Avril jusqu'au 13 Juin, c'est-à-dire en 68 jours, le chronomètre Nr. 31 de *Hauth* a gagné sur le tems moyen solaire + 1′ 48″4. Donc son Avance journalière moyenne a été dans cet intervalle de tems = + 0″954. On trouve dans la dernière colonne la différence journalière moyenne et actuelle; cette différence de l'Avance a été pour la plupart au

dessous d'un quart de seconde, seulement deux fois elle a monté jusqu'à 0"71 et 0"74.

v. Wisniewski.

Der vorstehende Gang eines von Herrn *Hauth* in Petersburg verfertigten Chronometers, der, so viel ich weifs, der erste ist, der einen Monat hindurch in einem Aufzuge geht, ist mir von dem Herrn Admiral *Greig* zur Bekanntmachung in diesen Blättern mitgetheilt worden. Die Beobachtungen sind von Herrn *v. Wisniewski* auf der Sternwarte der kaiserlichen Academie in St. Petersburg gemacht.

S.

Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Hamburg 1840. Nov. 30.

Zuvörderst theile ich Ihnen folgende scharf beobachtete Sternbedeckungen mit.

1840 Nov. 15. 7 Leonis Austritt 12^h 3' 15"4 Hamb. m. Zt.
—— 16. 48 Leonis Austritt 17 24 47,7 —— ——

Wie Herr *Fischer* in Nr. 412 dieser Blätter dazu gekommen ist aus meinen am 14ten Januar beobachteten Sternbedeckungen unrichtige Resultate zu ziehen, kann ich nicht recht begreifen. Es scheint mir die von Herrn *Steczkowski* in Nr. 408 bekannt gemachten Berechnungen dieser Beobachtungen, aus denen ihre Genauigkeit hinlänglich erhellt, hätten ihn aufmerksam machen und veranlassen können seine Rechnungen nachzusehen. Wahrscheinlich hat er die Sterne verwechselt, wenigstens wird dies dadurch wahrscheinlich, dafs er den Austritt von e Plejad. als von mir zu spät bezeichnet anführt, was, wie Jeder in Nr. 396 der Astr. Nachr. nachsehen kann, keinesweges der Fall ist. Dagegen habe ich den Austritt von c Plejad. am angeführten Orte als bedeutend zu spät bezeichnet. Worin nun auch Herrn *Fischers* Fehler liegen mag, so wird er in seinem eigenen Interesse wohl thun seine Rechnungen zu wiederholen. Ich füge noch die bisher nicht publicirten von Herrn *Funk* in Hamburg angestellten Beobachtungen dieser Bedeckungen hinzu.

m.	Eintritt	9^h48' 21"9	M. Z.
b.	——	9 51 30,9	——
c.	——	10 2 10,8	——

Zur Zeit des Austritts von c und e Plejadum war es bewölkt, dennoch halte ich den letzten Austritt für sehr scharf beobachtet.

Da aufser von Apenrade und Hamburg auch von Cracau und Greifswald Beobachtungen dieser Bedeckungen in den Astron. Nachrichten enthalten sind, und mehr zu erwarten stehen, so könnten bei ihrer Berechnung die folgenden Meridianbeobachtungen des Mondes und einiger der Plejaden am 14ten Januar, wie auch dem vorhergehenden und folgenden, so wie auch am 15ten März, an welchem α Leonis bedeckt wurde, von Nutzen seyn.

	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.	
Janr. 13.	1^h58' 10"812	22° 42' 20"37	α Arietis.
	2 22 3,361	16 59 43,27	ψ Arietis.
	2 29 5,165	18 52 14,90	☾ I. Unt. Rd. für. Refr. aber nicht für Parall. corrig.
	2 33 22,161	19 19 42,54	μ Ariet.
	2 53 56,176	———	α Ceti.
	3 2 30,507	19 7 12,57	δ Arietis.
	3 14 53,410	24 9 20,00	g Arietis.

Mit Annahme des Axenverhältnisses $\frac{302,9}{301,8}$ ergiebt sich hieraus die wahre Declination des Monds-Mittelpuncts 19° 42' 4"6 zur Zeit der Culmination.

Janr. 14.	1^h58' 10"573	22° 42' 20"11	α Arietis.
	3 14 53,414	24 9 21,60	g Arietis.
	3 30 29,280	23 32 23,76	☾ I Unterer Rand.
	3 35 19,484	23 47 3,06	g Plejadum.
	3 37 59,734	23 47 29,83	Plejadum.
	3 39 51,673	23 53 25,31	Plejadum.
	3 55 16,170	21 38 31,96	A¹ Tauri.
	3 55 53,740	———	A² Tauri.
	4 16 46,080	22 26 52,20	ν Tauri.
	4 26 46,193	16 11 3,58	Aldebaran.

woraus sich 24° 18' 24"4 für wahre Declination des Mondes zur Culminationszeit ergiebt.

Janr. 15.	3^h35' 19"540	23° 47' 2"17	Plejadum.
	3 37 59,672	23 47 28,98	Plejadum.
	3 40 26,246	23 51 36,59	Anon.
	3 55 16,025	21 38 31,26	A¹ Tauri.
	4 16 46,188	22 26 51,88	ν Tauri.
	4 26 46,412	16 11 2,24	Aldebaran.
	4 36 36,781	26 34 40,96	☾ I Unterer Rand.
	5 4 54,950	———	α Aurigae.
	5 16 12,951	28 28 5,95	β Tauri.
	5 28 23,630	30 23 35,05	l Aurigae.

woraus sich 27° 18' 3"16 für die Mondes-Declination ergiebt. Diese 3 Declinationen stimmen beinahe vollkommen mit den Mondstafeln. Obige Plejaden-Oerter ergeben sich aus dem *Bessel*schen Verzeichnifs Nr. 387 der Astr. Nachr., so wie Herr *Steczkowski* sie angegeben hat.

	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.	
1840 März 15.	9ʰ22′37″524	23°40′ 9″01	λ Leonis.
	9 36 47,969	24 30 25,67	ε Leonis.
	9 42 50,069	25 8 53,45	g Leonis.
	9 51 47,464	8 48 25,62	π Leonis.
	9 59 53,183	———	α Leonis.
	10 1 18,767	12 29 2,87	☾ I Oberer Rand.
	10 6 39,735	12 27 52,53	Anon.
	10 11 57,640	12 9 7,77	Anon.

	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.	
1830 März 15.	10ʰ18′45″133	12° 7′36″20	Anon.
	10 24 25,235	10 7 32,62	ρ Leonis.

Hieraus ergiebt sich die wahre Declination des Mondes 12ʰ 50′ 47″8. Der Nautical Almanach giebt sie 6″ südlicher. Der von mir beobachtete Eintritt und Austritt von α Leonis ist auf ½ Secunde richtig.

C. Rümcker.

Sternbedeckungen in Nordamerika beobachtet.

Diese Sternbedeckungen sind aus den Proceedings der American Philosophical Society genommen. Sie sind eine Fortsetzung von früheren in diesen Proceedings bekannt gemachten Beobachtungen, welche, sobald ich sie erhalte, nachgeliefert werden sollen.

Da die europäischen Beobachtungen schon in diesen Blättern abgedruckt sind, habe ich sie nicht wiederholt. Sie nehmen die fehlenden Nummern im Originale ein.

Nach welchem Gesetze die Gewichte der Längenbestimmungen des Capitols angegeben sind, erhellt nicht. Vielleicht ist darüber etwas in dem früheren Aufsatze gesagt. *S.*

Mr. *Walcker*, from the Committee on making and collecting observations of Celestial Phenomena, reported, in part, that they had received observations of Lunar Occultations of the Fixed Stars, which are given in the mean time of the respective places of observation, being a continuation of the list published in Nr. 6, page 71 and 72, of the Society's Proceedings; and, on motion, the Report was accepted.

No.	Date	Star		h m s		Place	Observer
	1838.						
48.	Nov. 13.	α Virgin.	Im.	19 31 8,55	d. l.	Hudson Obs.	*Loomis.*
58.	„ „	„	Im.	16 25 37,94	d. l.	Dover,	*Blickensderfer.*
	1839.						
61.	Jan. 10	π Virg.	Im.	18 19 19,00	d. l.	Southwick,	*Holcomb.*
62.	„ „	„	Em.	18 34 15,00	d. l.	„	„
63.	Jan. 21.	π Pisc.	Im.	6 18 58,44	d. l.	Philad. Obs.	*W.* and *K.*
64.	„	„	Im.	6 31 44,00	d. l.	Southwick	*H.*
65.	April 19.	c Gemin.	Im.	7 17 35,38	d. l.	Hudson Obs.	*L.*
66.*	„	„	Em.	8 25 35,42	b. l.	„	„
67.	„	„	Im.	7 55 51,65	d. l.	Philad. Obs.	*W.* and *K.*
68.	„	„	Im.	7 58 46,10	d. l.	Princeton, N.J.	*A.*
69.*	„	„	Em.	8 57 43,20	b. l.	„	„
70.	„	„	Im.	8 9 42,90	d. l.	Southwick	*H.*
71.	„	„	Im.	8 20 31,90	d. l.	Dorchester	*Bond.*
72.	„	„	Im.	8 20 31,70	d. l.	„	„
	1839.						
73.	April 17.	c Gemin.	Im.	8 20 33,96	d. l.	Boston	*Paine.*
74.	20.	γ Cancri	Im.	10 6 3,13	d. l.	Hudson Obs.	*L.*
75.*	„	„	Em.	10 53 51,08	b. l.	Hudson Obs.	*L.*
76.	„	„	Im.	10 44 24,80	d. l.	Dorchester	*B.*
77.	„	„	Im.	10 44 24,70	d. l.	„	„
78.	„	„	Im.	10 44 21,70	d. l.	Boston	*P.*
79.	25.	91 Virg.	Im.	8 13 47,20	d. l.	Philad. Obs.	*W. P.* a. *K.*
80.	„	50 „	Im.	8 25 59,50	d. l.	„	„
81.	June 20.	68 i „	Im.	7 46 28,80	d. l.	Washington	*Gilliss.*
82.	„	„ „	Im.	7 57 42,88	d. l.	Philad. Obs.	*W.* and *K.*
83.	„	„ „	Im.	8 11 57,25	d. l.	Southwick	*H.*
84.	June 23.	b Scorpii	Im.	8 39 53,90	d. l.	Washington	*G.*
85.	„	„	Im.	8 50 52,07	d. l.	Philad. Obs.	*W.* and *K.*
86.	30.	D Aquarii	Im.	10 58 50,54	d. l.	„	„
87.	July 6.	b Plejad.	Im.	15 29 49,49	b. l.	„	*W.*
88.*	„	„	Im.	15 29 43,49	b. l.	„	*R.*
89.	„	„	Em.	16 24 6,99	d. l.	„	„
90.	„	„	Em.	16 14 7,10	d. l.	Washington	*G.*
91.*	„	Anon. 7th mag.	Im.	15 55 4,49	b. l.	Philad. Obs.	*W.*
92.*	„	„	Im.	15 55 4,07	b. l.	„	*R.*
93.	„	d „	Im.	16 0 21,49	b. l.	„	*W.*
94.	„	„ „	Im.	16 0 18,69	b. l.	„	*R.*
95.	„	„ „	Im.	15 32 34,56	b. l.	Hudson Obs.	*L.*
96.	„	„ „	Em.	16 22 28,85	b. l.	„	„
97.	„	c „	Im.	16 14 45,29	b. l.	Philad. Obs.	*W.*
98.	„	„ „	Im.	16 14 44,29	b. l.	„	*R.*
99.	Jul. 6.	Anony. 7th mag.	Im.	16 5 49,10	b. l.	Washington	*G.*
100.	„	„	Em.	16 33 41,10	d. l.	„	„
101.	„	η „	Im.	16 30 24,79	b. l.	Philad. Obs.	*W.*
	„	„ „	Im.	16 30 26,49			
102.	„	„ „	Im.	16 30 24,49	b. l.	„	*R.*
	„	„ „	Im.	16 30 25,79			
103.	„	„ „	Im.	16 20 17,40	b. l.	Washington	*G.*
104.	July 14.	59 c Leonis	Im.	8 2 44,25	d. l.	Philad. Obs.	*W.*
105.	Sep. 14.	τ Scorpii	Im.	6 19 51,92	d. l.	„	*K.*
106.	„	„	Im.	6 19 51,72	d. l.	„	*W.*

1839.				h m s			
107.	April 26.	γ Cancri	Em.	7 47 5,84	b.l.	Philad. Obs.	*W.*
108.	„	„	Im.	6 42 13,71	d.l.	Dorchester	*B.*
109.	20.	42 Aquarii	Im.	12 24 39,75	d.l.	Philad. Obs.	*K.*
110.	„	„	Im.	12 24 40,15	d.l.	„	*W.*
111.	„	„	Im.	12 45 12,40	d.l.	Boston	*P.*
112.	26.	b Plejadum	Im.	9 41 49,68	b.l.	Philad. Obs.	*W.*
113.	„	„ „	Im.	9 41 49,18	b.l.	„	*M.*
114.	„	„ „	Em.	10 32 4,73	d.l.	„	*W.*
115.	„	„ „	Em.	10 32 7,97	d.l.	„	*K.*
116.	„	„ „	Em.	10 32 5,78	d.l.	„	*R.*
117.	„	„ „	Em.	10 32 5,13	d.l.	„	*M.*
118.	„	„ „	Im.	9 54 6,00	b.l.	Southwick	*H.*
119.	„	„ „	Em.	10 53 6,90	d.l.	Boston	*P.*
120.	„	„ „	Em.	10 22 52,60	d.l.	Washington	*G.*
121.	„	g „	Im.	9 45 5,88	b.l.	Philad. Obs.	*M.*
122.	„	„ „	Em.	10 39 57,09	d.l.	„	*W.*
123.	„	„ „	Em.	10 39 57,67	d.l.	„	*K.*
124.	„	„ „	Em.	10 39 58,95	d.l.	„	*R.*
125.	„	„ „	Em.	10 39 57,04	d.l.	„	*M.*
126.	„	„ „	Em.	11 1 45,27	d.l.	Boston	*P.*
127.	„	„ „	Em.	10 30 20,20	d.l.	Washington	*G.*
128.*	„	e „	Im.	10 6 37,75	b.l.	Philad. Obs.	*K.*
129.	„	„ „	Im.	10 6 39,61	b.l.	„	*R.*
130.	„	„ „	Im.	10 6 42,35	b.l.	„	*M.*
131.	„	„ „	Em.	10 49 58,93	d.l.	„	*W.*
132.	„	„ „	Em.	10 49 59,52	d.l.	„	*K.*
133.	„	„ „	Em.	10 50 0,36	d.l.	„	*R.*
134.	„	„ „	Em.	10 49 59,33	d.l.	„	*M.*
135.	„	„ „	Em.	11 12 36,43	d.l.	Boston	*P.*
136.	„	„ „	Im.	9 57 40,60	b.l.	Washington	*G.*
137.	„	„ „	Em.	10 39 59,40	d.l.	„	„
139.	„	c „	Im.	10 9 11,23	b.l.	Philad. Obs.	*W.*
140.	„	„ „	Im.	10 9 11,83	b.l.	„	*M.*
141.*	„	„ „	Im.	10 9 7,40	b.l.	„	*R.*
142.	„	„ „	Em.	11 6 34,69	d.l.	„	*W.*
143.	„	„ „	Em.	11 6 35,04	d.l.	„	*R.*
144.	„	„ „	Em.	11 6 35,29	d.l.	„	*M.*
145.	Sep. 26.	e Plejad.	Im.	10 22 2,00	b.l.	Southwick	*H.*
146.	„	„	Em.	11 28 58,98	d.l.	Boston	*P.*
147.	„	„	Im.	9 59 56,20	b.l.	Washington	*G.*
148.	„	„	Em.	10 56 42,40	d.l.	„	„
155.	Oct. 14.	τ Sagitt.	Im.	8 21 56,26	d.l.	Roscoe, O.	*Blickensderfer.*
156.	17.	δ Capric.	Im.	8 28 11,50	d.l.	Philad. Obs.	*W.*
157.*	Oct. 17.	δ Cancri	Im.	8 40 10,52	d.l.	New Haven	*Mason*
158.*	„	„	Em.	9 32 1,04	b.l.	„	„
159.	„	„	Im.	8 18 19,10	d.l.	Washington	*G.*
162.	28.	γ Cancri	Im.	14 8 30,10	d.l.	Washington	*G.*
163.	Dec. 12.	κ Aquarii	Im.	9 22 24,02	b.l.	Philad Obs.	*W.*
164.	„	„	Im.	9 22 24,45	b.l.	„	*R.*
165.	„	„	Im.	8 25 48,24	b.l.	New Haven	*Mason*
166.	„	„	Im.	8 25 48,39	b.l.	„	*Bradley*
167.	„	„	Em.	9 31 57,38	d.l.	„	*Mason*
168.	„	„	Em.	9 31 57,78	d.l.	„	*Bradley*
169.	„	88 Aquar.	Im.	9 33 36,20	d.l.	Philad. Obs.	*W.*
170.	„	„	Im.	9 33 38,45	d.l.	„	*R.*
171.	„	„	Im.	9 43 26,84	d.l.	New Haven	*Mason*
172.	„	„	Im.	9 43 26,89	d.l.	„	*Bradley*
173.	July 6.	b Plejad.	Em.	15 56 22,65	d.l.	Hudson Obs.	*L.*
174.	„	η „	Im.	16 2 21,67	b.l.	„	„

The longitudes and latitudes of the American places of observation, as far as they can be determined from a reduction of these and former American observations, have been furnished by Messrs. *Walker* and *Kendall*, as follows.

Place of observation.	N. Latitude. ° ′ ″	Longit. from Philad. Obs. m s	Longitude west from Greenwich. h m s
Boston State House	42 21 22,7	E. 16 24,77	4 44 17,13
„ Paine's House	42 20 56	E. 16 25,10	4 44 16,80
Dorchester, Bond's priv. Obs.	42 19 15	E. 16 24,09	4 44 17,81
Southwick, Holcomb's „	42 0 41	E. 9 24,83	4 51 17,07
Yale College, New Haven....	41 17 58	E. 8 51,00	4 51 50,90
City Hall, New York.......	40 42 40	E. 4 37,54	4 56 4,36
Brooklyn, Blunt's private Obs.	40 42 0	E. 4 41,90	4 56 0,00
Nassau Hall, Princeton College	40 20 50	E. 2 3,70	4 58 38,20
Alexander's House „	40 20 56	E. 2 4,00	4 58 37,90
Philadelphia, High School Obs.	39 57 8	0	5 0 41,90
„ State House....	39 56 57,9	E. 2,86	5 0 39,04
Washington, Capitol........	38 53 23	W. 7 24,10	5 8 6,00
„ Marine Obs.....	38 53 31	W. 7 24,18	5 8 6,08
Hudson Observatory.......	41 14 37	W. 25 5.56	5 25 47,46
Dover, Ohio..............	40 30 52	W. 25 14,02	5 25 55,92

The details of the computations on which these results are based, are too extensive for the limits of this Report. These separate results for the longitude of the Capitol, on account of its importance as being our prime meridian, are here appended.

No.	Date.	Object Observed.	Compared with	Relative Weight.	Resulting Lon. from Greenwich. h m s
1	1791 April 3	Annular Eclipse	Corr. Obs. European Observatories........................	3	5 8 5,38
2	1793 Jan. 21	Occ'n α Tauri	Merid. ,, ,, ,, ...	0	5 7 53,08
3	1804 Oct. 20	,, η ,,	,, ,, ,, ,, ...	1	5 8 6,88
4	1811 Sept. 17	Solar Eclipse	Corr. ,, Salem, Massachusetts........................	1,5	8,78
5	1813 Jan. 12	Occ'n γ Tauri	,, ,, European Observatories........................	0	27,48
6	1831 Febr. 12	Solar Eclipse	,, ,, Dorchester Observatory........................	2	7,82
7	1836 May 15	,, ,,	,, ,, European ,, ...	0	13,64
8	1838 Sept. 18	Annular Eclipse	,, ,, Philadelphia, Princeton, Southwick and Brooklyn	3	2,97
9	1839 June 20	Im. 68 i Virginis	,, ,, Philadelphia Observatory........................	1	6,68
10	June 23	Im. 1 h Scorpii	,, ,, ,, ,,	0	12,99
11	July 6	Em. b Plejadum	,, ,, ,, ,, and Hudson Obs........	1,5	4,84
12	,,	Im. c ,,	,, ,, ,, ,, ,,	0,3	11,66
13	,,	Im. η ,,	,, ,, ,, ,, ,,	1,5	6,10
14	Sept. 26	Em. b ,,	,, ,, ,, ,, and Boston	0,6	1,38
15	,,	Im. c ,,	,, ,, ,, ,, and Southwick and Breslaw Obs.	0,6	9,87
16	,,	Em. ,, ,,	,, ,, ,, ,, and Boston............	1,5	4,00
17	,,	Em. g ,,	,, ,, ,, ,, ,, ...	1,5	5,86
18	,,	Em. c ,,	,, ,, ,, ,, ,, ...	1,5	6,71
19	Oct. 17	Im. δ Capricorni	,, ,, ,, ,, ,, ...	1,0	5,02
20	1840 April 19	Im. τ Scorpii	,, ,, ,, ,, ...	0,7	3,10
	,,	Em. ,, ,,	,, ,, ,, ,, ...	0,7	4,97
21	May 16	Im. μ Cancri	,, ,, ,, ,, ...	1,0	8,47
				23,9	138,07

Marine Obs. Mean of 21 results according to weights.................................... $5^h\ 8^m\ 5^s78$
Capitol.. 5,72
Marine Obs. Mean of 6 results by transport'n of chron's, by R. T. Paine, between Washington, Philad. and Boston 6,32
Whence longitude of the Capitol.. 5 8 6,0

Note by the Committee.

The observations at the

Hudson Observations are made by.......Prof. *E. Loomis.*
Washington Marine Obs.............Lieut. *S. M. Gilliss.*
Boston,............................*R. T. Paine*, Esq.
Dorchester Obs.....................*Wm. Cranch Bond.*
Southwick Mass.....................Mr. *A. Holcomb.*
Princeton,.........................Prof. *S. Alexander.*
Dover, Ohio,.......................Mr. *J. Blickensderfer, jr.*
Brooklyn, Obs......................Mr. *E. Blunt.*
New Haven,..........Mr. *E. P. Mason* and Mr. *Bradley.*
Philadelphia Obs.......W. is for Mr. *S. C. Walker.*
,, K. ,, Prof. *E. O. Kendall.*
,, R. ,, *Wm. H. C. Riggs.*
Philadelphia Obs. M. is for Mr. *E. P. Mason.*
,, P. ,, *R. T. Paine*, Esq.

The numbers which have an asterisk (*) prefixed to them are considered by the observers as somewhat doubtful, from brightness of the moon's limb or other causes. The European observations have been selected from those published in *Schumacher's* Astronomische Nachrichten, on account of their coincidence in date with the American observations. The immersion and emersion of ϖ Piscium, January 10th, 1839, took place both at the moon's dark limb. At the immersion of η Plejadum, July 6th, 1839, the star appeared to hang on the moon's bright limb about 1,7s; or rather, the star appeared to have a sensible disc taking that time to imerge.

Jupiterstrabanten-Verfinsterungen auf der Altonaer Sternwarte beobachtet von Herrn Observator *Petersen.*

		Mittl. Zeit.	
1837 Febr. 10.	Austritt I	$8^h\ 16'\ 14'',1$	Luft etwas neblicht, vielleicht deswegen und weil der Trabant so nahe an Jupiter austrat, etwas zu spät. Fernrohr Nr. 8a.
	Austritt II	10 8 3,5	Luft gut. Doch vielleicht etwas zu spät, weil auch dieser Trabant sehr nahe an Jupiter austrat. Fernrohr Nr. 3.
	Austritt IV	11 29 36,1	Luft schön, Beobachtung sehr gut. Fernrohr Nr. 3.
Febr. 12.	Austritt III	8 32 40,8	Luft etwas neblicht, doch waren die Streifen ziemlich deutlich; Beobachtung gut. Fernrohr Nr. 8a.
Febr. 24.	Austritt I	12 3 58,9	Luft schön, Beobachtung sehr gut. Fernrohr Nr. 3.
März 19.	Austritt I	12 16 7,5	Luft stark undulirend, doch die Streifen ziemlich deutlich. Fernrohr Nr. 8a.

Das Fernrohr Nr. 3 ist ein Fraunhofer von 37 Linien Oeffnung und 48 Zoll Brennweite. Nr. 8a ist ein Dollond der Royal Astronomical Society gehörend. Vergl. Astr. Nachr. Bd. 14 pag. 328.

Plejadenbedeckung 1840 Februar 7.

Auf der Altonaer Sternwarte wurden die Eintritte folgender Sterne, (mit Ausnahme des mit einem * bezeichneten, der nur auf $0''5$ sicher ist) scharf beobachtet. Die Zeitmomente sind Altonaer m. Z.

	Petersen.	*Clausen.*	*Nehus.*
g Plejadum	$8^h46'54''35$		
e ———	9 0 21,72	$9^h\ 0'22''14$	
c ———	— 16 32,35	— 16 31,79	$9^h16'31''65$
Anonyma (6)	— 22 21,29		
*Anonyma (6.7)	— 24 37,72		

Von der Hamburger Sternwarte hat Herr Director *Rümcker* mir folgende Beobachtungen mitgetheilt. Die Zeitmomente sind Hamburger mittlere Zeit.

		Rümcker.	*Weyer.*	*Funck.*
g Plejadum	E.	$8^h47'\ 4''5$	$8^h47'\ 3''7$	$8^h47'\ 4''1$
	A.	9 48 1,5		
e ———	E.	9 0 31,3	9 0 30,2	9 0 31,6
	A.			10 14 23,6
c ———	E.	9 16 41,7	9 16 41,2	9 16 42,2
	A.	10 18 39,5		
a) Anonyma	E.	9 22 30,7	9 22 30,2	9 22 31,1
Anonyma	E.			9 48 20,1

a) Ist derselbe Stern, der auch in Altona beobachtet wurde.

S.

Schreiben des Herrn Professors *Mädler*, Directors der Dorpater Sternwarte, an den Herausgeber.

Dorpat 1840. Novbr. $\frac{13}{25}$.

Gern hätte ich gewartet, bis ich Ihnen einen irgend erheblichen Beitrag für die A. N. senden konnte, allein die Witterung ist im höchsten Grade ungünstig gewesen. Am 2ten Oct. kam ich hier an und am 11ten ward mir die Sternwarte übergeben; allein der ganze October und November waren anhaltend trübe. Nur vom 28ten Octbr. bis 4ten Novbr. konnte ich in theilweis heitern Tagen und Nächten einige Beobachtungen anstellen. Schon am 6ten erhielt ich Nachricht von dem in Berlin entdeckten Cometen, doch erst am 20sten erlaubte der Himmel ihn aufzusuchen; und kaum war dies gelungen, so trat wieder Trübung ein.

Er erschien als eine nur wenig länglichte Nebelmasse von etwa $2\frac{1}{2}'$ Durchmesser mit einem etwas excentrischen Kerne, und war schon im Sucher des Refractors gut sichtbar. Sollten mehr und bessere Beobachtungen gelingen, so werden Sie dieselben ungesäumt erhalten. Einstweilen setze ich einige Doppelstern-Beobachtungen im Detail her.

Octbr. 28. 14^h10 Stzt. γ Leonis.

	$170°36'$	37^R938	
	171 42,5	37,927	38,309
	170 33	37,936	38,316
			38,311
	170 57,2		
Parallel =	186 17,0	0^R1891	
		Distanz = $3''397$.	
Position	$105°19'8$.		
Therm.	$+5°0$ R.		

Oct. 29. $8^h50'$ Stz. Castor. Dämmerung.

	$203°35'$
	204 52
	205 15
	203 43
	204 15
	203 40
	204 13,3
Par. =	186 16
Pos. =	252 2,7.

$12^h10'$ Stz Castor. Heller Tag.

$203°\ 7'$	38,345	37,690
203 25	38,358	37,683
204 3	38,353	37,686
203 4	38,364	37,679
204 46	38,353	37,680
203 29	0^R3355	
186 16	Distanz = $5''139$.	
Pos = $252°47'$		
Therm. $+0°8$ R.		

Oct. 30. $12^h0'$ Stz. Castor.

	202 40′	37,755	38,382
	204 46	37,759	38,397
	203 2	37,763	38,395
	204 10	37,769	38,396
	202 59	37,761	38,392
	203 31,4	0^R3155	
Par. =	186 16	Dist. = $4''833$.	
Pos. =	$252°44'6$		
Therm.	$-1°5$ R.		

Nov. 1. $10°0$ ξ Urs. maj.

	$123°43$	37,875	38,205
	124 26	37,869	38,201
	123 57	37,864	38,211
	125 18	0 1681	
	124 28		
	124 22	Dist. = $2''586$.	
Par.	186 16,5		
Pos.	151 54,5		
Therm.	$-2°9$ R.		

Mädler.

Inhalt.

Altona 1841. Januar 16. (Hiezu vier Kupfertafeln.)

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 414.

Schreiben des Herrn *Airy*, Directors der Greenwicher Sternwarte, an den Herausgeber.

Royal Observatory Greenwich 1840. Decbr. 24.

Dear Sir.

I sent off yesterday, to go by one of the Hamburgh steamboats, a packet containing some copies of the curves representing our observations of the Meridional Magnet at every 5 minutes on the 4 days of the year indicated by Mr. *Gauss*. I have no doubt of the accuracy of these observations for differential results: but they are perhaps not good for absolute determinations of magnetic declination: however this is unimportant for the purpose for which they were made.

Those engravings are to be inserted in the volume of Greenwich Observations for 1839. The whole of this volume is printed, and you will without doubt receive copies in a short time.

I am happy to announce that the Reductions of the Greenwich Observations of Planets from 1750 to 1830 are now very nearly finished. I am now aranging them in the form in which I hope ultimately to print them. I propose that it should consist of the following parts.

An Introduction, containing a description of the methods used through the work.

A Book of Clock Errors, containing the Times of Transit of the Stars used for correcting the Transit-Clock, the Tabular Right Ascensions of the Stars, and the Clock-Error deduced from each. The imperfect transits have been completed from the best intervals of wires that I could procure. The Transits are corrected for the large instrumental errors noted in *Maskelyne's* time. The places of the principal stars have been taken from the Tabulæ Regiomontanæ: when it was necessary to use other stars, their places in the Fundamenta have been adopted (obtaining the proper motion from comparison with *Piazzi's* or *Pond's* Catalogues, and computing to the second power of precession) and effecting the reduction by means of Log *A, B, C, D*, in the Tabulæ Regiomontanæ. As a general rule, three stars are used for each observation of a planet.

A Book of Index Errors, containing the Index Errors of the Iron Quadrant in 1750, 1751, 1752; the Index Errors of the Brass Quadrant in 1824; and the Index Error of *Troughton's* Circle, when one Circle only was used without observations by reflexion. These have been found by correcting the observations by *Bessel's* Refraction and comparing them with the places in the Tabulæ Regiomontanæ.

For other observations with the Brass-Quadrant, *Olufsen's* numbers of correction have been used, and my colatitude is applied. For observations with the Two Circles, the zenith points found from reflexion observations are used, and my colatitude is applied. In all cases, three determinations of Index Error or Zenith point are used for each planet, if possible.

A Book of Observed Geocentric Places, containing the Clock time of Transit, the names of the stars used for Clock Error, the Clock Rate employed, the correction for semidiameter, the inferred AR. of Center, the Greenwich Mean Polar Time, the Circle or Quadrant reading, the elements for computing the refraction, the refraction and parallax, the Semidiameter and the inferred *NPD* of center; also the obliquity and the Longitude and Ecliptic Polar Distance computed from the AR. and *NPD*. The principal difficulty has been in selecting Clock Rate. The Semidiameter and Horizontal Parallaxes have sometimes been taken from the Coimbra Ephemeris, sometimes computed from the Log. distances (found in another part of the work) and sometimes from micrometer-measures. The refration by *Bessels* tables. The obliquity from *Carlini's* Solar Tables.

A Book of Computed Tabular Geocentric Places, containing the Heliocentric Longitude, Latitude, and Distance, of the Sun and the Planet, for the time of observation and for that time increased by $\frac{1}{10}$ day; also the inferred Geocentric Longitude, Latitude or *EPD*, and distance of the Planet, for the time of observation, for that time increased by $\frac{1}{10}$ day, and for the time altered by the quantity proper for computing aberration. The Earths place is computed from *Carlini's* Tables, with no alteration except the introduction of my long equation; the places of Mercury, Venus and Mars from *v. Lindenau's* Tables, introducing my long equation for Venus, and increasing the mass of Jupiter by $\frac{1}{60}$th part for Mars; the places of Jupiter, Saturn and Uranus, from *Bouvard's* new Tables, increasing for the two latter the mass of Jupiter by $\frac{1}{50}$th part, and altering the epoch so as to make the effect of the long equation the same for 1840 as in *Bouvard's* Tables.

A Book of Comparison of the observed and computed places in longitude and *EPD*, exhibiting the apparent error of Tables for each observation; then the observations as

grouped and the mean error for the mean of each group is taken; for the *EPD*, the Geocentric Error is converted at once into Heliocentric Error: [for the longitude, the coefficients are investigated which enter into the following equation.

Error of geocentric longitude $= Ax$ error of earth's radius vector $+ Bx$ error of earth's longitude $+ Cx$ error of planet's radius vector $+ Dx$ error of planets heliocentric longitude.

This last part only is not quite finished.

For the small planets, I can proceed no further than the computation of observed geocentric longitude and *EPD*. Indeed I am not able to compute these for want of the following distances, which I have not yet found

Distance of Ceres, 1802, 1803, 1804, 1811, 1812, 1814, 1817, 1818, 1821.

Distance of Juno, 1804, Sept. 25 to Nov. 26.

Distance of Vesta, 1807 April 27 to May 20.

If you can send me these distances, or the distances of the planets from the Sun, or the Heliocentric Places in Longitude and *EPD* for these times, I shall be much obliged to you.

G. B. Airy.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Hansteen*, Directors der Sternwarte in Christiania, an den Herausgeber.

1840. Decbr. 20.

Ich habe in den letzten 3 Jahren täglich den Barometer- und Thermometerstand auf der hiesigen Sternwarte um 2^h, 4^h. 10^h, 19^h, 21^h beobachtet und zuletzt auch um 0^h und 7^h. Mein Barometer ist ein *Pistor*sches Heber-Barometer von 6 Linien innerer Oeffnung mit Microscopen. Wenn ich die Barometerhöhen nach der bekannten periodischen Reihe

$$\beta = \mu + \alpha_1 . sin\,(a_1 + t) + \alpha_2 . sin\,(a_2 + 2t)$$

(wo μ der mittlere Barometerstand und t der Stundenwinkel der Sonne ist) berechne, so finde ich, dafs hier unter dem 60sten Breiten-Grade das Barometer in 8 Monaten, wie gewöhnlich, 2 tägliche Maxima und 2 tägliche Minima hat, dafs aber in den 4 Sommermonaten das nächtliche Minimum verschwindet, weil beide Maxima in der kurzen Nacht von 5 bis 6 Stunden zusammenfallen. Aus *Lohmanns* 10jährigen Beobb. in Dresden erhellt, dafs beide Minima dort noch das ganze Jahr hindurch statt finden. Das eine Minimum mufs also in einer gröfsern Breite verschwinden, z. B. in Copenhagen, was ganz interessant zu untersuchen wäre. Das Minimum, welches bei Tage eintrifft, ist dagegen hier in Christiania so wenig unter dem Maximum, dafs man mit grofser Wahrscheinlichkeit annehmen darf, dafs es näher an dem Polarkreise Breiten giebt, wo es ganz verschwindet, und wo demnach beide Maxima des Nachmittags zusammen fallen, ebenso wie sie im Sommer in der Nacht zusammenfallen. Es kann auf den ersten Anblick befremden, dafs das Maximum des Nachmittags eintrifft, also zu einer Zeit, wo sonst das Minimum statt zu haben pflegt, aber nach dem vorhergehenden ist alles in derOrdnung.

Die mittlere Barometerhöhe hier in Christiania ergiebt sich, nachdem alle Reductionen, selbst die wegen der gröfseren Intensität der Schwere hier, angebracht sind, sowohl aus diesen als aus anderen Beobb., auch aus Beobb. Anderer mit anderen Instrumenten, etwa 1 Linie kleiner als in Paris. Die mittlere Temperatur hier finde ich aus 6jährigen Beobb. (in 1827 und 1828 ward das Thermometer jede Stunde Tag und Nacht hindurch auf zwei Wachthäusern abgelesen) etwa ¾ Grad tiefer als man gewöhnlich annimmt.

Hansteen.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn *Santini*, Directors der Sternwarte in Padua, an den Herausgeber.

Padova 1840. Decbr. 8.

Ritornando ora alla Cometa, ricevutone appena l'avviso cominciai a ricercarla in sere imperfettamente serene; ma parte per il chiaro di Luna, parte per lo stato torbido dell' Atmosfera non mi riusci di incontrarla, che alla sera del giorno 22 di Novembre. Essa era sommamente debole, difficile ad osservarsi, non presentando l'aspetto che di un semplice ammasso di vapori debolmente illuminato. Le poche osservazioni, che ho potuto farne siestendono fino al 27 di Novembre, alla quale epoca dovetti trasportarmi a Venezia per alcuni giorni; ora i vapori di questa stazione, ed il chiaro di Luna non mi lasciano sperare di poterla più osservare. Le seguenti osservazioni sono fatte alla Machina paralattica con il micrometro a spranghe metalliche, che si adopera senza illuminazione del Campo.

1840.	T. Medio in Padova.	AR. app. di Cometa.	Declin. bor. di Cometa.	Osserv.	Stelle die confronto.
Novembre 23	9h 3′ 6″5	21h 40′ 12″78	55° 54′ 37″1	*Santini*	385. XXI Piazzi.
24	7 26 8,1	21 47 24,58	55 25 1,8	*Santini.*	373 — 385. XXI.
—	7 51 5,4	21 47 31,92	55 24 31,8	*Santini.*	——— ———
25	7 1 33,4	21 54 57,55	54 51 45,1	*Santini.*	54 — 92. XXI. P.
—	7 32 4,9	21 55 4,13	54 50 47,1	*Santini.*	——— ———
—	8 5 56,2	21 55 6,19	54 49 4,1	*Conti.*	——— ———

1840.	T. Medio in Padova.	AR. app. di Cometa.	Declin. bor. di Cometa.	Osserv.	Stelle di confronto.
Novembre 26	7ʰ13′ 13″7	22ʰ 2′ 35″76	54° 15′ 23″4	*Santini.*	54—92. XXII. P.
—	7 36 40,5	22 2 41,47	54 15 9,5	*Santini.*	——— ———
—	7 58 32,0	22 2 43,06	54 14 6,5	*Conti.*	——— ———
27	7 33 31,0	22 10 12,29	53 36 56,0	*Santini.*	92—137. XXII. P.
—	7 56 38,6	22 10 16,95	53 35 40,8	*Conti.*	——— ———
—	8 8 34,7	22 10 26,32	53 36 23,8	*Santini.*	——— ———

Dietro i dati delle osservazioni, del giorno 28 Ottobre fatta in Berlino dal Sig^r Dr. *Galle* trasmessimi da V. S., del giorno 12 Novembre fatta in Vienna, e riferiti nella Gazzetta di Vienna del giorno 14, e dal medio delle due superiori posizioni del giorno 24 Novembre, ho tentato di determinarne l'orbita parabolica, seguendo il comodissimo metodo di *Olbers*, dietro le tracce esposte nella mia Astronomia.

Facendo uso di tavole a cinque cifre, ho ottenuto i seguenti risultati, che rappresentano le posizioni fondamentali entro gli errori probabili delle osservazioni.

Passaggio al perielio 1840 a giorni 320,24525 T. M. in Berlino.
Longitudine del perielio.... 23° 42′5
del Nodo.....248 47,7
Inclinazione .... 58 5,05; moto diretto.
Log. di distanza perielia = 0 16984; dist. perielia = 1,4786.

Le posizioni estreme, essendo per lo spirito stesso del metodo, esattamenta rappresentate dagli elementi, si allontanano essi da quella di mezzo nel modo seguente.

Longitudine calcolata = 352° 5′4; Latit. calcol. = 73° 37′0
osservata = 352 10,9 ; osserv. = 72 34,4
Diff. + 5′5 ; — 2,6

Quindi la distanza nella sfera del luogo osservato dal calcolato è = 2′9 circa. Avvertirò, che nella riduzione delle osservazioni, non si è avuto riguardo alla paralasse, ma bensì alla rifrazione.

Abbiamo qui potuto osservare eziandio la seconda Cometa scoperta verso il principio dell' anno dal Sig^r *Galle*, è di cui ci favorì la notizia con apposita circolare. Le osservazioni si estendono dai 22 di Febbrajo sino al 29 di Marzo, fatte per la massima parte dal mio Collega Sig^r Dr *Carlo Conti*, che mi prenderò la libertà di inviarle in altra occasione.

Giovanni Santini.

Schreiben des Herrn *Koller*, Directors der Sternwarte in Kremsmünster, an den Herausgeber.

Kremsmünster 1840. Decbr. 11.

Meinen verbindlichsten Dank für Ihre gütige Mittheilung der Entdeckung eines neuen Cometen durch Herrn Dr. *Bremicker*. Der Adjunct der hiesigen Sternwarte, *A. Reselhuber*, fand ihn am ersten Abende, wo der spätere Aufgang des Mondes es erlaubte, nämlich am 12ten Novbr. auf, und übernahm die Beobachtungen desselben.

1840	Mittl. Kremsm. Zeit.	AR. adp. Com.	Nördl. Decl. des Cometen.	Vergl.-Sterne.
Nov. 12	6ʰ 51′ 26″79	20ʰ 15′ 42″77	59° 50′ 6″0	α Cygni.
13	6 16 40,78	20 22 44,77	59 37 23,4	α Cygni.
		42,41	26,1	α Cephei.
17	6 24 47,00	20 52 46,19	58 31 27,2	α Cephei.
		47,76	38,6	α Cygni.
		48,00	8,2	*6.7 Gr.
18	6 40 31,71	21 0 34,91	58 10 31,4	η Cephei.
		34,44	18,0	51 Ceph.
		34,58	10,2	α Cephei.
19	6 16 22,83	21 8 14,43	57 48 20,4	η Cephei.
		15,43	0,8	α Cephei.
21	6 52 47,97	21 23 58,44	56 56 51,9	α Cephei.
		56,22	58,0	194 Cph.
		60,49	5 3,8	13 Hev.
Nov. 25	6ʰ 22′ 6″14	21ʰ 54′ 37″27	54° 52′ 37″0	α Cephei.
26	6 18 13,50	22 2 20,53	54 16 31,2	α Cephei.
		17,11	36,9	ζ Cephei.
		16,88	38,0	ε Cephei.
27	6 32 27,65	22 8 48,58	53 38 57,1	ε Cephei.
		49,72	57,4	ζ Cephei.
		50,86	56,1	α Cephei.
28	6 38 11,76	22 17 20,33	52 59 35,2	α Cephei.
		19,50	34,6	δ Cephei.
		20,98	37,7	3 Lacert.
		17,88	35,2	ε Cephei.
29	9 2 27,18	22 25 29,78	52 13 54,2	α Caphei.
		28,84	68,6	3 Lacert.
Decbr. 4	7 8 10,10	23 5 16,10	48 12 4,3	α Cassiop.
		16,44	—— ——	8 Andr.

Die scheinbaren Positionen der Fundamentalsterne wurden aus *Encke's* Jahrbuch, die übrigen aus *Piazzi* genommen; der Stern 6.7 Gr., der am 17ten Novbr. als Vergleichsstern diente, wurde am Meridiankreise bestimmt. Die Beobachtung von Nov. 25 wurde durch Nebel unterbrochen. Am 4ten Dec. stand

der Comet nahe am Horizonte, wurde durch die an selbem lagernde Nebelschicht sehr geschwächt, daher seine Pointirung sehr schwierig. Aus den Beobachtungen von Nov. 13, 17 und 21 suchte ich seine parabolischen Elemente und fand:

Durchgangszeit: 1840 Nov. 13,88645 m. Z. K.
π .... 22° 21′ 18″6
☊ 248 40 10
i 58 16 31
log q 0,17226
Direct.

Ich kann diese Elemente nur als genähert betrachten, da aus ihnen die mittlere Beobachtung gerechnet, die Länge um 96″7 größer und die Breite 16″1 kleiner giebt, als sie beobachtet wurde. Zugleich nehme ich mir die Freiheit, Ihnen die Beobachtungen des 2ten und 3ten *Galle*schen Cometen zu übersenden, die ich am hiesigen Aequatoreale gemacht habe.

Beobachtungen des 2ten *Galle*schen Cometen.

1840	Mittl. Kremsm. Zeit.	AR. adp. Com.	Decl. adp. Com.	Vergleich-stern.
Febr. 11	17h 40′ 19″03	23h 48′ 1″11	+51° 39′ 41″1	α Cassiop.
12	7 17 34,47	23 52 19,43	51 5 4,9	α Cassiop.
	16 33 35,85	23 55 8,93	50 41 38,6	α Cassiop.
	17 30 24,47	23 55 20,56	50 38 32,9	α Cassiop.
22	7 17 2,92	0 48 50,50	41 8 47,9	α Cassiop.
23	7 10 6,70	0 53 6,03	40 13 52,2	α Cassiop.
		7,41	54,0	α Cassiop.
24	7 29 14,66	0 57 10,97	39 18 29,2	α Cassiop.
		12,75	38,1	α Androm.
26	7 23 14,86	1 4 44,05	37 32 58,8	α Androm.
		43,11	61,5	α Androm.
		43,89	73,0	τ Androm.
27	7 28 4,18	1 8 13,89	36 41 28,7	α Androm.
		18,03	34,9	α Cassiop.
		15,38	37,1	τ Androm.
28	7 45 54,65	1 11 41,15	35 50 27,4	α Androm.
		42,50	33,4	α Arietis.
		40,89	33,2	β Androm.
29	7 17 17,21	1 14 53,06	35 2 31,7	α Androm.
		52,78	41,1	β Androm.
März 1	7 47 55,10	1 18 4,42	34 12 28,0	α Androm.
		5,06	25,1	α Arietis.
		5,06	33,0	β Androm.
2	7 41 8,25	1 21 4,58	33 26 34,2	α Arietis.
		4,73	27,7	α Androm.
		5,08	30,1	β Androm.
3	7 35 59,75	1 23 58,78	32 40 25,7	α Androm.
		59,34	25,0	α Aurigæ.
4	7 47 8,72	1 26 50,69	31 54 68,5	α Arietis.
		50,10	45,7	α Androm.
		49,45	62,6	β Androm.
5	7 31 37,42	1 29 28,11	31 11 20,5	α Arietis.
		27,67	7,3	α Androm.
		28,99	29,8	β Androm.

1840	Mittl. Kremsm. Zeit.	AR. adp. Com.	Decl. adp. Com.	Vergleich-sterne.
März 6	7h 40′ 38″96	1h 32′ 5″64	+30° 28′ 9″8	α Androm.
		6,95	12,0	β Androm.
		7,79	9,7	α Arietis.
		7,30	11,6	α Triang.
7	7 43 38,75	1 34 35,76	29 45 53,7	α Androm.
		36,40	68,6	β Androm.
		37,12	45,6	α Triang.
		36,88	59,3	α Arietis.
8	7 43 13,77	1 37 7,52	29 4 58,1	α Triang.
		7,57	56,9	α Arietis.
		7,54	69,0	β Androm.
9	7 48 14,97	1 39 32,16	28 24 16,0	α Arietis.
		32,61	11,4	α Triasg.
20	7 58 51,07	2 1 50,44	21 54 19,7	α Tauri.
23	8 1 23,73	2 6 59,07	20 22 34,5	α Arietis.
		60,05	39,8	α Tauri.
25	7 44 2,57	2 10 14,89	19 23 49,1	α Orionis.
		17,34	35,7	α Tauri.
	8 7 17,25	2 10 14,46	— — —	α Orionis.
		16,89	— — —	α Tauri.
	8 18 30,66	2 10 16,77	19 23 22,3	α Orionis.
		19,22	8,9	α Tauri.
27	7 55 3,54	2 13 24,76	18 26 48,2	α Arietis.
		24,22	55,5	α Tauri.
31	8 11 38,01	2 19 25,95	16 39 26,1	α Arietis.
		25,17	14,4	α Tauri.
April 1	8 16 23,05	2 20 50,37	16 13 23,7	α Arietis.
		49,06	10,2	α Tauri.

Aus den Beobachtungen von Febr. 23, März 1 und 9 wurden folgende parabolischen Elemente des Cometen gefunden:

Zeit des Durchgangs 1840 März 12,47744 m. Z. K.
π .... 80° 49′ 17″2
☊ 236 42 42,9
i 59 0 57,0
log q .... 0,08686.
Retrograd.

Diese Elemente gehen für die Zeit der mittleren Beobachtung die Länge um 43″4 und die Breite um 4″2 zu groß.

Den dritten von Herrn *Galle* am 6ten März entdeckten Cometen sah ich nur zweimal, am 23sten und 26sten März. Trübe Witterung des Morgens vereitelte alles frühere Auffinden desselben. Am 23sten konnte ich nur eine genäherte Position desselben erhalten; ich fand nämlich um 16h 28′ 45″ Sternzeit seine

AR. = 23h 10′ 43″
Decl. = +23° 53′4.

Eine vollständige Beobachtung gelang mir am 26:

Sternzeit.	AR. Com.	Decl. Com.	
16h 38′ 35″63	23h 27′ 10″22	+22° 21′ 46″8	Vergl.stern α Pag.
	9,55	28,2	—— α Androm.

M. Koller.

Schreiben des Herrn *Bianchi*, Directors der Sternwarte in Modena, an den Herausgeber.

Modène 1840. Decbr. 22.

Après mes lettres du 23 Juillet, 12 Septembre et 26 Octobre de l'année ci-devant, que vous avez eu la bonté de publier dans votre Journal (Nr. 383. 406. 407) je n'ai pas oublié mes promesses d'en poursuivre le sujet, c'est-à-dire de reprendre à l'opportunité les recherches et la détermination des réfractions relatives: c'est pour cette raison que je profitai, or il y a un an, de deux nuits en Décembre les plus belles et favorables à la double observation méridienne des étoiles circumpolaires, qui me servent à comparer les refractions aux mêmes hauteurs et avec l'interval de douze heures. Je ne songeai pas cette fois à prier de leurs observations correspondantes les astronomes de Milan, de Padoue et de Palerme, parce-que dans ce genre de questions si on ne peut pas combiner à recueillir une longue suite d'observations simultanées on n'en sauroit il peut-être fonder aucun résultat sûr et décisif, et d'ailleurs, pour une première indication des phénomènes, il me parût que les comparaisons des quantités de réfraction déja obtenues en même tems et en des lieux différents, et qui viennent d'avoir été publiées, étaient plus que suffisantes à ce but. Au lieu de cela, et même pour y suppléer je tachai de multiplier les points de mes observations, ou les étoiles observées dans le méridien au dessus et au dessous du pole; et je crus d'y reussir à l'aide des sept-étoiles du chariot ou de la grande Ourse, avec leurs opposées de Cassiopée, que j'avais bien remarquées au paravant. C'est ainsi qu'en vous adressant ici le résultat de cette dernière opération je m'en acquitte avec vous de ma parole, ou de la tache que je m'imposai moi même à la fin de ma lettre 23 Juillet (A. N. Nr. 383. p. 382), de vouloir bien tirer les réfractions rélatives par chacune des sept étoiles de la GrandeOurse. Voici pourtant le cadre de ces observations.

Soir.

1839 Jours.	Etoiles.		Haut. Nord par la moy. de quatre vern.	Niveau du cercle.	Baromètre.	Thermométre R. Intér.	Thermométre R. Extér.	Hauteur corrigée du niveau.	Réfraction de la table *Carlini*.	Hauteur vraie instrumentale.	Declinaison des étoiles.
Décem. 17	α Ourse	i	17° 18′ 28″25	−3″84	27p 10l0	+ 5°6	+ 5°9	17° 18′ 24″41	− 3′ 6″39	17° 15′ 18″02	62° 36′ 32″80
	Cassiop. de 6me	s	71 52 43,50	− 0,84	......	......	......	71 52 42,66	− 0 19,21	71 52 23,45	62 46 21,77
thérm. à	Et. de 8.9	i	41 9 29,25	− 2,64	......	......	......	41 9 26,61	− 1 7,08	41 8 19,53	86 29 34,31
l'air libre	de 6.	s	48 13 51,25	− 1,68	......	......	......	48 13 49,57	− 0 52,40	48 12 57,17	86 25 48,05
+4°6 R.	γ Ourse	i	9 19 18,50	− 3,96	......	......	......	9 19 14,54	− 5 44,41	9 13 30,13	54 34 44,91
	σ Cassiop.	s	79 46 49,00	− 0,12	......	......	......	79 46 48,88	− 0 10,58	79 46 38,30	54 52 6,92
Hygrom.	β Cassiop.	s	76 22 41,00	+ 0,24	......	......	......	76 22 41,24	− 0 14,22	76 22 27,02	58 16 18,20
de *Sauss.*	δ Ourse	i	12 38 4,50	− 3,60	......	......	......	12 38 3,90	− 4 17,04	12 33 46,86	57 55 1,64
77,0.	η Cassiop.	s	77 40 48,00	+ 1,56	......	......	......	77 40 49,56	− 0 12,84	77 40 36,72	56 58 8,50
	ε Ourse	i	11 32 54,75	− 3,36	27 10,4	+ 5,7	+ 5,7	11 32 51,39	− 4 40,89	11 28 10,50	56 49 25,28
	α Phœnicis		177 33 18,50	+ 2,40	27 10,3	+ 5,7	+ 5,9	177 33 20,90	+16 35,81	177 49 56,71	43 11 11,49A
	Polaire	s	46 12 0,50	− 1,20	......	......	......	46 11 59,30	− 0 56,37	46 11 2,93	88 27 42,29
Décem. 30	β Ourse	i	11 57 23,09	− 8,40	......	......	......	11 57 14,60	− 4 34,61	11 52 39,99	57 13 54,77
	Cassiop. de 6me	s	76 56 30,75	− 3,72	28 2,7	+ 5,8	+ 6,0	76 56 27,03	− 0 13,80	76 56 13,23	57 42 31,99
therm. à	γ Ourse	i	9 19 21,25	− 6,96	......	......	......	9 19 14,29	− 5 49,13	9 13 25,16	54 34 39,94
l'air libre	σ Cassiop.	s	79 46 46,50	− 3,36	......	......	......	79 46 43,14	− 0 13,50	79 46 29,64	54 52 15,58
+4°3R.	β Cassiop.	s	76 22 40 50	− 3,12	......	......	......	76 22 37,38	− 0 14,42	76 22 22,96	58 16 22,26
	δ Ourse	i	12 38 6,50	− 6,84	28 2,8	+ 5,7	+ 5,9	12 37 59,66	− 4 20,24	12 33 39,42	57 54 54,20
Hygrom.	η Cassiop.	s	77 40 44,50	− 1,92	......	......	......	77 40 42,58	− 0 13,00	77 40 29,58	56 58 15,64
de *Sauss.*	ε Ourse	i	11 32 55,50	− 6,48	......	......	......	11 32 49,02	− 4 44,35	11 28 4,67	56 49 19,45
63,0.	Cassiop. 7.8	s	78 51 25,00	− 1,92	......	......	......	78 51 23,08	− 0 11,73	78 51 11,35	55 47 33,87
	ζ Ourse prec.	i	10 29 24,75	− 6,48	......	......	......	10 29 18,27	− 5 12,16	10 24 6,11	55 45 20,89
	φ Androm.	s	84 45 43,25	− 1,92	......	......	......	84 45 41,33	− 0 5,29	84 45 36,04	49 53 9,18
	η Ourse	i	4 55 31,25	− 6,60	28 2,9	+ 5,6	+ 5,6	4 55 24,65	−10 16,96	4 45 7,69	50 6 22,47
	α Phœnic.		177 32 54,00	− 1,80	28 2,8	+ 5,7	+ 6,0	177 32 52,70	+16 45,10	177 49 37,80	43 10 52,58A
	Polaire		46 11 55,00	− 4,08	......	......	......	46 11 50,92	− 0 57,05	46 10 53,87	88 27 51,35
Matin.											
Decem. 17	α Ourse	s	72 2 31,00	+ 2,52	......	......	......	72 2 33,52	− 0 19,13	72 2 14,39	62 36 30,83
	Cassiop.	i	17 28 16,50	− 0,36	27 10,3	+ 4,7	+ 4,9	17 28 16,14	− 3 5,59	17 25 10,55	62 46 25,33
Therm. à	Et. de 8.9.	s	48 10 1,75	+ 0,72	......	......	......	48 10 2,47	− 0 52,81	48 9 9,66	86 29 35,56
l'air libre	de 6.7.	i	41 5 40,75	+ 0,48	......	......	......	41 5 41,23	− 1 7,61	41 4 33,62	86 25 48,40
+ 1°9R.	γ Ourse	s	80 4 7,50	+ 3,00	......	......	......	80 4 10,50	− 0 10,33	80 4 0,17	54 34 45,05

1839 Jours.	Etoiles.		Haut. Nord par la moy. de quatre vern.	Niveau du cercle.	Baro-mètre.	Thermomètre R. Intér.	Thermomètre R. Extér.	Hauteur corrigée du niveau.	Réfraction de la table *Carlini*.	Hauteur vraie instrumentale.	Déclinaison des étoiles.
Decem. 17	σ Cassiop.	i	9° 36′ 33″50	— 1,56	....	......	......	9° 36′ 31″94	— 5′ 36″51	9° 30′ 55″43	54° 52′ 10″21
	β Cassiop.	i	12 59 19,25	— 1,68	....	......	......	12 59 17,57	— 4 10,95	12 55 6,62	58 16 21,40
Hygr. de	δ Ourse	s	76 43 52,75	+ 1,92	....	......	......	76 43 54,67	— 0 13,91	76 43 40,76	57 55 4,46
Sauss.	η Cassiop.	i	11 41 40,00	— 1,68	....	......	......	11 41 38,34	— 4 38,38	11 36 59,96	56 58 14,74
74,5.	ε Ourse	s	77 49 26,50	+ 3,12	27P 10l 3	+ 4°5	+ 4°9	77 49 29,62	— 0 12,73	77 49 16,89	56 49 28,33
	μ Centaur.		172 40 25,75	+ 4,68	27 10,3	+ 4 6	+ 4,9	172 40 30,43	+ 7 13,87	172 47 44,30	38 8 59,08A
	Polaire	i	43 7 32,50	+ 0,24	27 10,3	+ 4,5	+ 4,8	43 7 32,74	— 1 2,96	43 6 29,78	88 27 44,56
Decem. 30	β Ourse	s	77 24 58,75	— 0,84	....	......	......	77 24 57,91	— 0 13,33	77 24 44,58	57 14 0,64
Therm. à	Cassiop.	i	12 25 49,25	— 4,44	28 3 0	+ 5,1	+ 5,3	12 25 44,81	— 4 25,35	12 21 19,46	57 42 34,24
l'air libre	γ Ourse	s	80 4 14,50	— 0,84	....	......	......	80 4 13,66	— 0 10,46	80 4 3,20	54 34 42,02
+ 1°3 R.	σ Cassiop.	i	9 36 44,50	— 4,44	28 3,0	+ 4,8	+ 4,9	9 36 40,06	— 5 40,59	9 30 59,47	54 52 14,25
Hygrom.	β Cassiop.	i	12 59 30,00	— 5,04	....	......	......	12 59 24,96	— 4 14,44	12 55 10,52	58 16 25,30
de *Sauss.*	δ Ourse	s	76 44 1,00	— 1,32	....	......	......	76 43 59,68	— 0 14,11	76 43 45,57	57 54 59,65
81,0.	η Cassiop.	i	11 41 50,25	— 5,28	....	......	......	11 41 44,97	— 4 42,29	11 37 2,68	56 58 17,46
l'air, quoi-	ε Ourse	s	77 49 35,25	— 0,60	....	......	......	77 49 34,65	— 0 12,91	77 49 21,74	56 49 23,48
que serein,	Cassiop.	i	10 31 38,75	— 5,28	....	......	......	10 31 33,47	— 5 12,69	10 26 20,78	55 47 35,56
est très hu-	ζ Ourse prec.	s	78 53 34,75	— 1,44	....	......	......	78 53 33,31	— 0 11,75	78 53 21,56	55 45 23,66
mide et on a	φ Androm.	i	4 42 45,25	— 5,76	....	......	......	4 42 39,49	—10 41,09	4 31 58,40	49 53 13,18
par la plu- viomètre	η Ourse	s	84 32 24,25	— 0,96	28 2,8	+ 4,6	+ 4,9	84 32 23,29	— 0 5,69	84 32 17,60	50 6 27,62
10pouces	μ Centaur.		172 40 30,25	+ 0,12	28 2,8	+ 4,7	+ 4,7	172 40 30 37	+ 7 20,22	172 47 50,59	38 9 5,37A
d'eau.	Polaire		43 7 42,00	— 300	....	......	......	43 7 39,00	— 1 3,87	43 6 35,13	88 27 49,91

La hauteur du pôle sur le cercle, que j'ai employée pour tirer des hauteurs vraies des étoiles leurs déclinaison est = 44° 38′ 45″22 et résulte par la moyenne demi-somme des hauteurs inférieures et supérieures de la pôlaire et des deux autres étoiles près du pôle observées le 17 Décembre et que j'ai reportées dans le tableau ci-dessus. Et on peut voir aisement que les quatres valeurs de cette demi-somme s'accordent assez bien entr'elles. J'ai jugé même à propos de rapporter ici à coté des observations et sous la date respective du jour le degré du thermomètre à l'air libre aussi que celui de l'hygromètre, pour en mettre sous les yeux toutes les circonstauces qui peuvent influer sur les différences des réfractions. On voit en effet que la hauteur du baromètre a été très-différente du 17 au 30 Décembre, et que l'hygromètre ne fit qu'un très-petit, mouvement en montant du soir au matin du jour 17, tandis au contraire qu'il changea beaucoup en descendent du soir au matin du 30; ce qui pourrait bien produire une variation dans les résultats que nous cherchons. Maintenant par la comparaison des hauteurs inférieures des étoiles apparentes ou non corrigées de la réfraction, avec les déclinaisons respectives déduites pour le même jour des hauteurs vraies supérieures, je trouve les différences entre les réfractions observées et les correspondantes de la table de *Carlini*, comme il suit:

17 Décembre.

Soir. Etoiles.	Haut. app.	Réfr. obs.	Réfr. calc.	o — c.	Matin. Etoiles.	Haut. app.	Refr. obs.	Réfr. calc.	a — c.	matin-soir, Refr.
γ Ourse	9° 19′	5′ 44″27	5′ 44″41	— 0″14	σ Cassiopée	9° 37′	5′ 39″80	5′ 36″51	+ 3″29	+ 3″43
ε Ourse	11 33	4 37,84	4 40,89	— 3,05	η Cassiop.	11 42	4 44,62	4 38,38	+ 6,24	+ 9,29
δ Ourse	12 38	4 14,22	4 17,04	— 2,82	β Cassiop.	12 59	4 14,15	4 10,95	+ 3,20	+ 6,02
α Ourse	17 19	3 8,36	3 6,39	+ 1,97	Cassiop.	17 28	3 9,15	3 5,59	+ 3,56	+ 1,59
									Moyenne =	+ 5,08

30 Décembre.

Soir. Etoiles.	Haut. app.	Réfr. obs.	Réfr. calc.	o — c.	Matin. Etoiles.	Haut. app.	Refr. obs.	Réfr. calc.	a — c.	matin-soir, Refr.
η Ourse	4 56	10 11,81	10 16,96	— 5,15	φ Androm.	4 32	10 45,09	10 41,09	+ 4,00	+ 9,15
γ Ourse	9 19	5 47,05	5 49,13	— 2,08	σ Cassiop.	9 37	5 39,26	5 40,59	— 1,33	+ 0,75
ζ Ours. præc.	10 29	5 9,39	5 12,16	— 2,77	Cassiop.	10 32	5 14,38	5 12,69	+ 1,69	+ 4,46
ε Ourse	11 33	4 40,32	4 44,45	— 4,03	η Cassiop.	11 42	4 44,11	4 42,29	+ 1,82	+ 5,85
β Ourse	11 57	4 28,74	4 34,61	— 5,87	Cassiop.	12 26	4 27,60	4 25,35	+ 2,25	+ 8,12
δ Ourse	12 38	4 14,79	4 20,24	— 5,45	β Cassiop.	12 59	4 17,48	4 14,44	+ 3,04	+ 8,49
									Moyenne =	+ 6,14

Pour les deux étoiles australes, α du Phènix et μ Centaure j'en prends la déclinaison du Catalogue de *Piazzi*, et en y appliquant précession aberration et nutation je trouve pour le 25 Décembre 1839 la déclinaison apparente.

de α Phènix $= 43° 10' 30''06$, de μ Centaure $= 38° 8' 56''04$.

Et par cela on obtient.

Soir: α Phènix.

	Haut. app.	Réfr. obs.	Réfr. calc.	o — c.
Déc. 17	2° 27'	15' 54"38	16' 35"81	— 41"43
30		16 22,58	16 45,10	— 22,55

Matin: μ Centaure.

	Haut. app.	Réfr. obs.	Réfr. calc.	o — c.
Déc. 17	7 19	7 10,83	7 13,87	— 3,04
30		7 10,89	7 20,22	— 9,33

Si nous nous arretons à présent sur ces comparaisons et résultats, nous pouvons en conclure à ce qu'il me semble: 1°. que la différence ou l'excès de la réfraction du matin sur celle du soir, pour la même hauteur à peu-près et dans l'hiver, est desormais un fait bien constaté; parce que toutes les observations des étoiles circumpolaires, qui sont les plus propres à l'indiquer, et que nous avons examinées jusqu'ici, nous l'ont toujours devoilé, plus ou moins en quantité mais constamment dans le signe: 2°. que mes dernières observations des sept étoiles de la grande Ourse avec ses opposées ou correspondentes de Cassiopée confirment elles aussi la remarque (A. N. Nr. 407. p. 357) d'une espèce d'oscillation ou alternative entre l'observation et la table des réfractions pour les petites hauteurs; ce qui montre la nécessité de modifier pour ces hauteurs la théorie ou d'y introduire quelque nouvel élément pour l'approcher de l'observation. En effet on voit par chacune des quatre colonnes marquées $o - c$, données par les étoiles circumpolaires et ordonnées selon la hauteur croissante, que les valeurs extrèmes s'accordent, et que par consequence il y a une rétrocession de ces valeurs entre les extrèmes à l'égard de la zone ou hauteur intermédiaire; et sans doute que cela en arrivant quatre fois de suite, ne sauroit-il s'attribuer au hasard et à une combinaison accidentelle des erreurs de l'observation. On pourra plutôt elever le doute si ces conclusions auront lieu de même dans les hautes et les moyennes temperatures; puisque mes observations se rapporterent exclusivement à l'hiver, et cela nécessairement pour la condition des longues nuits, qui permettent de comparer les deux hauteurs méridiennes des étoiles. Voilà pourtant quelque autre observation que j'ai faite de mes circumpolaires:

1839 Jours.	Etoiles.		Haut. Nord par la moy. de quatre vern.	Niveau du cercle.	Baromètre.	Thermomètre R. Intér.	Thermomètre R. Extér.	Hauteur corrigée du niveau.	Réfraction de la table *Carlini*.	Hauteur vraie instrumentale	Déclinaison des étoiles.
Septbr. 5	β Cassiop.	s	76° 23' 7"00	+ 0"36	......	......	......	76° 23' 7"36	— 0' 13"69	76° 22' 53"67	68° 15' 53"63
	δ Ourse	i	12 38 33,50	— 5,64	28' 1"4	+ 16'5	+ 16'1	12 38 27,86	— 4 6,90	12 34 20,96	57 55 33,66
Therm. à	η Cassiop.	s	77 41 14,75	+ 0,12	......	......	......	77 41 14,87	— 0 12,33	77 41 2,54	56 57 44,76
l'air libre	α Ourse	i	11 33 23,50	— 5,64	28 1,5	+ 16,5	+ 16,3	11 33 17,86	— 4 29,64	11 28 48,22	66 00 0,92
+ 15°3 R.	Polaire	s	46 12 35,50	— 2,64	......	......	......	46 12 32,86	— 0 54,12	46 11 38,74	88 27 8,56
Hygr. de	Cassiop.	s	78 51 56,00	+ 0,84	......	......	......	78 51 56,84	— 0 11,10	78 51 45,74	55 47 1,56
Sauss.	ζ Ourse	i	10 29 51,00	— 5,64	28 1,4	+ 16,5	+ 16,6	10 29 45,36	— 4 55,45	10 24 49,91	55 46 2,61
91°0.	ϕ Androm.	s	84 46 11,00	+ 0,48	......	......	......	84 46 11,48	— 0 5,15	84 46 6,33	49 52 40,97
	η Ourse	i	4 55 42,00	— 4,68	28 1,5	+ 16.6	+ 16,7	4 55 37.32	— 9 39,34	4 45 57,98	50 7 10,68
6	δ Ourse	s	76 43 21,50	— 0,84	28 1,7	+ 17,2	+ 17,6	76 43 20,66	— 0 13,26	76 43 7,40	57 55 39,90
	ε Ourse	s	77 48 59,50	— 2,28	......	......	......	77 48 57,22	— 0 12,13	77 48 45,09	56 50 2,21
	Polaire	i	43 7 0,75	— 5,04	28 1,6	+ 17,4	+ 17,9	43 6 55,71	— 0 59,86	43 5 55,85	88 27 8,55
	ζ Ourse	s	78 53 1,00	— 2,64	......	......	......	78 52 58,36	— 0 11,02	78 52 47,34	55 45 69,96
	η Ourse	s	84 31 49,25	— 1,92	......	......	......	84 31 47,33	— 0 5,35	84 31 41,98	50 7 5,32
1840	α Ourse	s	72 2 10,25	+ 5,64	......	......	......	72 2 15,89	— 0 18,53	72 1. 57,36	62 36 49,94
Avril 8	Cassiop.	i	17 27 43,75	+ 2,76	28 2,5	+ 14,0	+ 14,5	17 27 46,51	— 2 59,74	17 24 46,77	62 45 59,47
30	β Ourse	s	77 24 31 50	+ 8,52	......	......	......	77 24 40,02	— 0 12,58	77 24 27,44	57 14 19,86
	Cassiop.	i	12 24 57,25	+ 4,80	28 0,6	+ 15,4	+ 16,3	12 25 2,05	— 4 10,51	12 20 51,54	57 42 4,24
	γ Ourse	s	80 3 49,00	+ 9,00	......	......	......	80 3 58,00	— 0 9,88	80 3 48,12	54 34 59,18
	σ Cassiop.	i	9 35 48,50	+ 4,44	28 0,5	+ 15,3	+ 16,0	9 35 52,94	— 5 21,98	9 30 30,96	54 51 43,66
Mai 3	β Cassiop.	i	12 58 55,00	— 6,60	......	......	......	12 58 48,40	— 4 1,64	12 54 46,76	58 15 59,46
	δ Ourse	s	76 43 48,50	— 2,88	28 0,2	+ 14,3	+ 14,8	76 43 45,62	— 0 13,39	76 43 32,23	57 55 15,07

Hauteur instrumentale du pôle en Sept. 1839 $= 44° 38' 47''30$; et la même en Avril — Mai 1840.

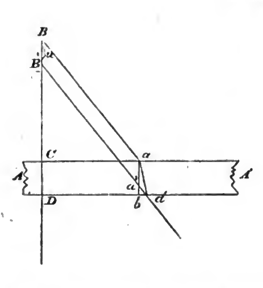
Peut-être que je ne repeterai plus ces observations, si ce n'est pour quelque autre objet de recherches; puisque il me reste à vous entretenir sur les passages méridiennes, ou les ascensions droites, et les déclinaisons de mes étoiles opposées.

Dans une lettre prochaine je vous réunirai pour les réfractions tous les résultats que nous ont donné ces étoiles, et ensuite je rappellerai même d'autres observations, que j'ai faites au but d'en déterminer les réfractions dans les petites hauteurs.

Bianchi.

Beschreibung eines neuen Micrometers.

Von Herrn *Thomas Clausen.*



1. Es sei AA' ein planes Glas, dessen parallele Ebenen auf der Ebene BDb senkrecht sind, dessen Dicke $CD = \Delta$ und Brechungskraft n ist. Ein von dem Puncte B unter dem Winkel $DBa = \mu$ mit der auf die Ebene des Glases senkrechten BD ausfahrender Strahl wird in a nach d gebrochen; so dafs der Winkel dab (ab parallel mit BD) nahe $\frac{\mu}{n}$ ist: und in d wieder so, dafs seine Richtung mit der ersten Ba parallel wird und zurück verlängert die Linie BD in B' trifft. Der Winkel $ba'd$ ist $= DBa = \mu$; $ada' = ba'd - bad = \left(1 - \frac{1}{n}\right)\mu$; folglich nahe $\frac{ad}{aa'} = \frac{\sin ba'd}{\sin ada'} = \frac{n}{n-1}$ oder, da ad nahe $= \Delta$ ist,

$$aa' = \frac{n-1}{n}.\Delta$$

2. Ist nun das Glas AA' parallel mit der Fläche BDd durchschnitten, und dreht man die eine Hälfte $A_{,}A_{,}'$ um eine auf diese Ebene senkrechte Axe, so verrückt sich das Bild des Punctes B durch den ruhenden Theil nach B' (Fig. 2) und durch den bewegten Theil nach $B_{,}$. Die Entfernung dieser Bilder ist, wenn M der Winkel ist, den die beiden Hälften mit einander bilden, $2BB' \sin \frac{1}{2}M = 2\frac{n-1}{n}\Delta \sin \frac{1}{2}M$. Sind demnach zwei Objecte, deren Bilder um diese Gröfse von einander entfernt sind; so coincidiren das Bild des einen durch die eine Hälfte gebrochen, mit dem Bilde des andern durch die andere Hälfte.

Ist die Brennweite des Fernrohrs f, so ist der Winkel der beiden Objecte bei astronomischen Gegenständen, wenn das parallele Glas zwischen Objectiv und Brennpunct steht,

$$\frac{2(n-1)\sin \frac{1}{2}M}{n}.\frac{\Delta}{f+\Delta}.$$

Da $\frac{n-1}{n}$ nahe $\frac{1}{3}$ ist und man M bis 12 Grad oder $\sin \frac{1}{2}M$ bis $\frac{1}{10}$ nehmen kann, so werden die gröfsten mefsbaren Winkel $\frac{1}{15}.\frac{\Delta}{f+\Delta}$ oder nahe $14000''.\frac{\Delta}{f}$. Mit einem Planglas von 2 Pariser Linien Dicke und einem Fernrohr von 3 Fufs Brennweite eine Minute ungefähr. Der Winkel M ist mit diesen Datis 600 mal gröfser, als der Winkel zwischen den beiden Objecten.

Th. Clausen.

Altona 1841. Feburar 4.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 415.

Ueber die Grundformeln der Dioptrik *)

Von Herrn Geheimen-Rath und Ritter *Bessel*.

Herr Professor *Möbius* hat den Nutzen der Einführung der Kettenbrüche in die Dioptrik, in zwei schönen, im 5ten und 6ten Bande von *Crelle's* Journal für reine und angewandte Mathematik erschienenen Abhandlungen verfolgt. Wenn ich dieselbe Materie zum Gegenstande noch eines Aufsatzes mache, so ist der Grund davon nicht sowohl, dafs ich der Theorie selbst wesentlich neue Sätze hinzuzufügen hätte, als dafs ich zu zeigen beabsichtige, dafs alle Elemente der Construction eines Linsensystems, d. h. die beiden Krümmungshalbmesser jeder Linse, ihre Dicke in der Axe, ihr Ort in dem Systeme und das ihrem Glase zugehörige Brechungsverhältnifs, vollständig in die (die Quadrate und Producte der Winkel vernachlässigenden) Formeln aufgenommen werden können, ohne ihre Einfachheit zu vermindern. Meine Formeln sind also, nicht näherungsweise, sondern vollkommen genau, mit jedem aus Glaslinsen zusammengesetzten Instrumente vergleichbar und können, in demselben Sinne genommen, zur Grundlage neuer Constructionen gemacht werden.

1.

Ich werde zuerst die trigonometrischen Formeln anführen, welche einen Strahl, in seinem Durchgange durch eine beliebige Anzahl beliebig gestellter Glaslinsen, deren Axen jedoch zusammenfallen, verfolgen. Ich nehme an, dafs eine Ebene durch den einfallenden Strahl und die Axe gelegt werden könne. Ich werde folgende Bezeichnungen anwenden.

Die Halbmesser der Krümmung der ersten und zweiten Fläche der Linse r, ρ; r_{1}, ρ_{1}; ... r_{1}, ρ_{1}. Die Dicken der Gläser, in der Axe gemessen, $d, d_{1}, \ldots d_{1}$. Die Entfernungen der einander zugewandten Flächen der Linsen, gleichfalls in der Axe gemessen, $e, e_{1}, \ldots e_{1-1}$. Die Brechungsverhältnisse des Glases, woraus die Linsen gemacht sind, $n:1$, $n_{1}:1, \ldots n_{1}:1$. Die den verschiedenen Linsen zugehörigen r nehme ich positiv oder negativ, jenachdem ihre ersten Flächen convex oder concav sind; die ρ als positiv oder negativ, jenachdem die zweiten Flächen concav oder convex sind. Diese Wahl der Zeichen ist so, dafs sowohl die r als auch die ρ positiv sind, wenn die Mittelpunkte der Krümmung der Flächen, wozu sie gehören, von diesen aus nach Innen liegen; negativ wenn sie nach Aufsen liegen.

Ein Strahl macht, vor seinem Eintritte in die erste Linse den Winkel w mit der Axe, im Inneren der Linse den Winkel v, nach seinem Austritte den Winkel ω. Er durchschneidet die Axe vor seinem Eintritte in der Entfernung a von der ersten Fläche; wenn er sich im Inneren der Linse befindet in der Entfernung b von dieser, oder $\beta = b - d$ von der zweiten Fläche; nach seinem Austritte in der Entfernung α von der letzteren. Er trifft die erste Fläche an einem Punkte, zwischen welchem und der Axe, an dem Mittelpunkte ihrer Krümmung, der Winkel t liegt; die zweite an einem Punkte, welchem der ähnlich zu verstehende Winkel τ zugehört. Ich nehme a, b, β, α positiv, wenn die durch sie bestimmten Punkte der Axe, von den betreffenden Flächen der Linse aus, nach Innen liegen, welche Richtung vorher auch für r und ρ als die positive angenommen worden ist.

Diesen Bezeichnungen zufolge ergeben sich alle Umstände des Durchganges des Strahls durch die erste Linse, aus den Formeln:

$$\left.\begin{aligned} r\sin(t-w) &= (a-r)\sin w \\ n\sin(t-v) &= \sin(t-w) \\ (b-r)\sin v &= r\sin(t-v); \quad \beta = b-d \\ \rho\sin(\tau-v) &= (\beta-\rho)\sin v \\ \sin(\tau-\omega) &= n\sin(\tau-v) \\ (\alpha-\rho)\sin\omega &= \rho\sin(\tau-\omega) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots A$$

Wenn zwei der in der ersten Formel vorkommenden Gröfsen a, t, w gegeben sind, so bestimmt diese Formel die dritte; dann giebt die zweite Formel v, die dritte b, die vierte τ,

*) Diese Abhandlung des Herrn Geheimenraths *Bessel* lief schon im December bei mir ein.

S.

die fünfte ω, die sechste α. Offenbar wiederholen sich diese Formeln für eine zweite Linse, für welche nur die Zeichen $r_1, a_1, t_1, w_1, \ldots$ angewandt werden, und zu welcher der Uebergang von der ersten durch die Annahmen

$$a_1 = \alpha - e, \quad w_1 = \omega$$

stattfindet. Man kann dieselben Formeln auch für eine dritte Linse anwenden, wenn man $r_2, a_2, t_2, w_2 \ldots$ schreibt und

$$a_2 = \alpha_1 - e_1, \quad w_2 = \omega_1$$

annimmt. Auf diese Art sind die Formeln A für jede Anzahl von Linsen anwendbar.

2.

Eine besondere Betrachtung verdient der Fall, in welchem die Winkel w, t, v, τ, ω *unendlich klein* sind. Wenn er vorhanden ist, kann man die Formeln A in die folgenden verwandeln:

$$B \ldots \begin{cases} \frac{n}{b} = \frac{1}{a} + \frac{n-1}{r}; \quad a w = r t = b v; \quad \beta = b - d \\ \frac{n}{\beta} = \frac{1}{\alpha} + \frac{n-1}{\rho}; \quad \alpha \omega = \rho \tau = \beta v \end{cases}$$

Geht derselbe Strahl durch eine zweite Linse, so hat man ferner:

$$a_1 = \alpha - e, \quad w_1 = \omega$$

$$B_1 \ldots \begin{cases} \frac{n_1}{b_1} = \frac{1}{a_1} + \frac{n_1-1}{r_1}; \quad a_1 w_1 = r_1 t_1 = b_1 v_1; \quad \beta_1 = b_1 - d_1 \\ \frac{n_1}{\beta_1} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{n_1-1}{\rho_1}; \quad \alpha_1 \omega_1 = \rho_1 \tau_1 = \beta_1 v_1 \end{cases}$$

so wie ähnliche Formeln für alle folgenden Linsen.

Aus der Combination der Formeln

$$a w = r t = b v; \quad \alpha \omega = \rho \tau = \beta v$$
$$a_1 w_1 = r_1 t_1 = b_1 v_1; \quad \alpha_1 \omega_1 = \rho_1 \tau_1 = \beta_1 v_1$$

u. s. w.

für $i+1$ Linsen des Systems erhält man unmittelbar

$$C \ldots \ldots \begin{cases} w_1 = M_1 \cdot w \\ r_1 t_1 = M_1 \cdot a_1 w \\ v_1 = M_1 \cdot \frac{a_1}{b_1} w \\ \rho_1 \tau_1 = M_1 \cdot \frac{a_1 \beta_1}{b_1} w \\ \omega_1 = M_1 \cdot \frac{a_1 \beta_1}{\alpha_1 b_1} w \end{cases}$$

wo M_1, um abzukürzen, für

$$\frac{a \cdot a_1 \cdot \ldots \cdot a_{i-1}}{\alpha \cdot \alpha_1 \cdot \ldots \cdot \alpha_{i-1}} \cdot \frac{\beta \cdot \beta_1 \cdot \ldots \cdot \beta_{i-1}}{b \cdot b_1 \cdot \ldots \cdot b_{i-1}}$$

geschrieben ist. Es geht hieraus hervor, dafs die Gröfsen $a, a_1, a_2, \ldots$; $b, b_1, b_2, \ldots$; $\beta, \beta_1, \beta_2 \ldots$; $\alpha, \alpha_1, \alpha_2, \ldots$ auch sämmtliche Winkel des Strahls mit der Axe, also seinen Weg vollständig bestimmen. Auch für den Fall, in welchem a unendlich grofs und w unendlich klein ist, braucht man keine anderen Formeln, indem die dann stattfindende scheinbare Unbestimmtheit der vorigen verschwindet, wenn man $r t$ für $a w$ schreibt. Ich habe also nur zweckmäfsige Ausdrücke jener Gröfsen aufzusuchen.

Aus den Gleichungen

$$\frac{n_1}{\beta_1} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{n_1 - 1}{\rho_1}$$
$$\frac{n_1}{b_1} = \frac{1}{a_1} + \frac{n_1 - 1}{r_1}$$

folgt:

$$\alpha_1 = \cfrac{1}{\cfrac{1-n_1}{\rho_1} + \cfrac{n_1}{\beta_1}}$$

und da $\beta_1 = -d_1 + b_1$ ist:

$$\frac{n_1}{\beta_1} = \cfrac{1}{-\cfrac{d_1}{n_1} + \cfrac{b_1}{n_1}};$$

ferner

$$\frac{b_1}{n_1} = \cfrac{1}{\cfrac{n_1 - 1}{r_1} + \cfrac{1}{a_1}}$$

und da $a_1 = -e_{i-1} + \alpha_{i-1}$ ist,

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{-e_{i-1} + \alpha_{i-1}}.$$

Für die i^{te} Linse hat man offenbar die ähnlichen Ausdrücke.

$$\alpha_{i-1} = \cfrac{1}{\cfrac{1-n_{i-1}}{\rho_{i-1}} + \cfrac{n_{i-1}-1}{\beta_{i-1}}}$$

$$\frac{n_{i-1}}{\beta_{i-1}} = \cfrac{1}{-\cfrac{d_{i-1}}{n_{i-1}} + \cfrac{b_{i-1}}{n_{i-1}}}$$

$$\frac{b_{i-1}}{n_{i-1}} = \cfrac{1}{\cfrac{n_{i-1}-1}{r_{i-1}} + \cfrac{1}{a_{i-1}}}$$

$$\frac{1}{a_{i-1}} = \frac{1}{-e_{i-2}} + \alpha_{i-2}$$

und wieder ähnliche für jede vorhergehende Linse. Schreibt man also den Kettenbruch

$$\cfrac{1}{\cfrac{1-n_1}{\rho_1}+\cfrac{1}{\cfrac{-d_1}{n_1}+\cfrac{1}{\cfrac{n-1}{r_1}+\cfrac{1}{-e_{i+1}+\cfrac{1}{\cfrac{1-n_{i-1}}{\rho_{i-1}}+\cfrac{1}{\cfrac{-d_{i-1}}{n_{i-1}}+\ldots}}}}}}$$

$$\ldots+\cfrac{1}{\cfrac{1-n}{\rho}+\cfrac{1}{\cfrac{-d}{n}+\cfrac{1}{\cfrac{n-1}{r}+\cfrac{1}{a}}}}$$

so drückt er, ganz genommen, die Gröfse α_1 aus; trennt man von ihm sein erstes Glied, so drücken die übrigbleibenden $\frac{n_1}{\beta_1}$ aus; der nach der Absonderung seiner zwei ersten Glieder übrigbleibende Theil ist $=\frac{b_1}{n_1}$; läfst man die Glieder weg, so erhält man $\frac{1}{a_1}$; die Weglassung von vier Gliedern ergiebt α_{i-1}, u. s. w. Dieser Kettenbruch enthält daher Alles was zur Kenntnifs des Weges eines Strahls durch ein beliebiges System von Glaslinsen erforderlich ist. Er ist der *einfachste* Ausdruck, welchen man dafür geben kann, denn er enthält jede, zur Construction des Linsensystems erforderliche Gröfse *nur einmal.*

3.

Wenn das System, durch welches der Strahl geht, aus $i+1$ Linsen besteht, hat der Kettenbruch $4i+4$ Glieder, welche aus $2i+2$ Krümmungshalbmessern, $i+1$ Dicken, i Entfernungen zwischen den Linsen und der Gröfse a entstehen. Ich werde ihn jetzt durch

$$[4i+3,a]=\frac{1}{(4i+3)}+\frac{1}{(4i+2)}+\frac{1}{(4i+1)}+\ldots$$
$$+\frac{1}{(2)}+\frac{1}{(1)}+\frac{1}{a}$$

bezeichnen. Die hier eingeführten Bezeichnungen bedeuten also:

$$(1)=\frac{n-1}{r}\qquad(5)=\frac{n_{\prime}-1}{r_{\prime}}\ldots\ldots(4i+1)=\frac{n_1-1}{r_1}$$
$$(2)=-\frac{d}{n}\qquad(6)=-\frac{d_{\prime}}{n_{\prime}}\ldots\ldots(4i+2)=-\frac{d_1}{n_1}$$
$$(3)=\frac{1-n}{\rho}\qquad(7)=\frac{1-n_{\prime}}{\rho_{\prime}}\ldots\ldots(4i+3)=\frac{1-n_1}{\rho_1}$$
$$(4)=-e\qquad(8)=-e_{\prime}$$

und man hat, dem vorigen § zufolge:

$$E\ldots\ldots\begin{cases}\alpha_1=[4i+3,a]; & \frac{n_1}{\beta_1}=[4i+2,a]; & \frac{b_1}{n_1}=[4i+1,a]; & \frac{1}{a_1}=[4i,a]\\ \alpha_{i-1}=[4i-1,a]; & \frac{n_{i-1}}{\beta_{i-1}}=[4i-2,a]; & \frac{b_{i-1}}{n_{i-1}}=[4i-3,a]; & \frac{1}{a_{i-1}}=[4i-4,a]\\ & \text{u. s. w.} & & \\ \alpha=[3,a]; & \frac{n}{\beta}=[2,a]; & \frac{b}{n}=[1,a] & \end{cases}$$

Wenn $p, q, r, \ldots z$ beliebige Gröfsen bedeuten und man unter (p), (pq), (pr), u. s. w. folgende Gröfsen versteht:

$$\begin{aligned}(p)&=p\\(pq)&=q(p)+1\\(pr)&=r(pq)+(p)\\(ps)&=s(pr)+(pq)\\&\text{u. s. w.}\end{aligned}$$

so ist der Kettenbruch

$$[p,z]=\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{1}{r}+\ldots$$
$$\ldots+\frac{1}{z}$$

durch diese neuen Bezeichnungen ausgedrückt, bekanntlich

$$[p,z]=\frac{(q,z)}{(p,z)}.$$

Auch kann man die Reihefolge der Elemente, aus welchen eine der so bezeichneten Gröfsen zusammengesetzt ist, nicht nur umkehren, sondern auch jede in Beziehung auf ihre Mitte symmetrische Versetzung mit ihnen vornehmen, ohne dafs die daraus zusammengesetzte Gröfse dadurch geändert wird. Man erhält, z. B., einen und denselben Werth von (p,s) aus den vier Reihefolgen

$$pqrs,\quad prqs,\quad sqrp,\quad srqp\quad,$$

oder einen und denselben von (p, t) aus den folgenden:

$$pqrst, \quad psrqt, \quad tqrsp, \quad tsrqp.$$

Der Grund hiervon ist eine offenbare Folge der Art der Zusammensetzung dieser Gröfsen.

Führt man diese Bezeichnungen in die Formeln E ein, und bemerkt man, dafs das Product der vier Ausdrücke jeder Zeile:

$$\frac{\alpha_1 b_1}{a_1 \beta_1} = [4i+3, a]\ [4i+2, a]\ [4i+1, a]\ [4i, a]$$

ist, so erhält man

$$\frac{\alpha_1 b_1}{a_1 \beta_1} = \frac{(4i-1, a)}{(4i+3, a)}$$

und durch die Substitution dieses Ausdrucks in die Formeln C:

$$F \ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} w_1 = (4i-1, a)\, w \\ r_1 t_1 = (4i, \quad a)\, w \\ n_1 \nu_1 = (4i+1, a)\, w \\ \rho_1 \tau_1 = (4i+2, a)\, w \\ \omega_1 = (4i+3, a)\, w \end{cases}$$

Wenn a unendlich grofs und w unendlich klein ist, werden diese Formeln scheinbar unbestimmt, was jedoch aufhört wenn rt für aw geschrieben wird. Die Einführung derselben Bezeichnungen in die Formeln E verwandelt sie in:

$$G \ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} a_1 = \dfrac{(4i, a)}{(4i-1, a)} \\ b_1 = \dfrac{(4i, a)}{(4i+1, a)}\, n_1 \\ \beta_1 = \dfrac{(4i+2, a)}{(4i+1, a)}\, n_1 \\ \alpha_1 = \dfrac{(4i+2, a)}{(4i+3, a)} \end{cases}$$

Durch diese beiden Systeme von Formeln ist Alles gegeben, was man von dem Wege des Strahls, sowohl im Innern des Linsensystems, als aufserhalb desselben, zu wissen wünschen kann. Die Producte $r_1 t_1$ und $\rho_1 \tau_1$ sind die Entfernungen von der Axe, in welchen der Strahl die beiden Flächen der $i+1^{\text{ten}}$ Linse trifft, und man erhält, indem man $i = 0, 1, 2, 3, \ldots$ annimmt, diese Entfernungen für alle Flächen des Systems. Will man nur den Weg des einfallenden Strahls, mit seinem Wege nach dem Ausgange aus dem Linsensysteme vergleichen, so hat man *nur* mit den Ausdrücken von ω_1 und α_1 zu thun. Aus diesen werde ich jetzt einige Folgerungen ziehen.

4.

Bestimmt man einen Punkt in dem Strahle, nach seinem Durchgange durch die letzte Linsenfläche, durch die von dieser Fläche an gezählte Abscisse ξ und die auf die Axe bezogene Ordinate η, so hat man

$$\eta = (\alpha_1 - \xi)\, \omega_1 = \{(4i+2, a) - \xi(4i+3, a)\}\, w$$

und wenn man die Ausdrücke

$$(4i+2, a) = a(4i+2, 1) + (4i+2, 2)$$
$$(4i+3, a) = a(4i+3, 1) + (4i+3, 2)$$

substituirt und sich erinnert, dafs $aw = rt$ ist,

$$\eta = \{(4i+2,1) - \xi(4i+3,1)\}\, rt + \{(4i+2,2) - \xi(4i+3,2)\}\, w \ldots H$$

Wenn *parallele* Strahlen einfallen, so ist w für alle gleich, aber t hat für jeden von ihnen einen anderen Werth. Trotz dieser Verschiedenheit giebt es einen Punkt, in welchem alle diese Strahlen, nach ihrem Durchgange durch das Linsensystem sich durchkreuzen. Er wird durch die Bedingung bestimmt, dafs das in das veränderliche t multiplicirte Glied des Ausdruckes von η verschwinde, wodurch man die beiden Gleichungen:

$$0 = (4i+2,1) - \xi(4i+3,1)$$
$$\eta = \{(4i+2,2) - \xi(4i+3,2)\}\, w$$

erhält. Man erlangt dadurch die zu dem *Vereinigungspunkte paralleler Strahlen* gehörigen ξ und η, nämlich:

$$\xi = \frac{(4i+2,1)}{(4i+3,1)}$$

$$\eta = \frac{(4i+3,1)(4i+2,2) - (4i+3,2)(4i+2,1)}{(4i+3,1)}\, w$$

Allein der letzte Ausdruck kann in

$$\eta = \frac{-w}{(4i+3,1)}$$

vereinfacht werden; denn man hat zwischen den Gröfsen, welche unter der angeführten Bezeichnung verstanden werden, die bekannte allgemeine Relation

$$(1,n)(2,n-1) - (2,n)(1,n-1) = (n,1)(n-1,2) - (n,2)(n-1,1) = (-1)^n$$

welche, da der Zähler des Ausdruckes von η dem gegenwärtigen gleich ist, wenn $n = 4i+3$, ihn $= -1$ ergiebt. Damit der Vereinigungspunkt *wirklich*, und *aufserhalb* des Linsensystems vorhanden sei, ist erforderlich, dafs ξ einen endlichen und positiven Werth habe.

Zieht man von dem jetzt bestimmten Vereinigungspunkte paralleler Strahlen eine ihnen parallele Linie, so trifft sie die Axe an einem Punkte, dessen Entfernung von der letzten Linsenfläche ich durch γ bezeichnen werde, zur Bestimmung dieses Punkts hat man

$$\gamma = \xi + \frac{\eta}{w} = \frac{(4i+2,1) - 1}{(4i+3,1)} \ldots\ldots\ldots\ldots I$$

Dieser Punkt, welcher von w unabhängig ist, ist der *optische Mittelpunkt* des Linsensystems; der Punkt, wo gerade Linien sich durchkreuzen, welche correspondirende Punkte eines unendlich entfernten Gegenstandes und seines Bildes mit einander verbinden. Allgemein zu reden hat jedes Linsensystem *zwei* ähnliche Punkte, nämlich einen für jede der beiden Richtungen, in welcher parallele Strahlen in kleinen Winkeln mit der

Axe einfallen können. Um die Entfernung C des zweiten dieser Punkte von der ersten Fläche der ersten Linse zu bestimmen, werde ich die Entfernung des Vereinigungspunktes der in der zweiten Richtung einfallenden parallelen Strahlen, von derselben Fläche, durch x, seine Entfernung von der Axe durch γ bezeichnen, welche Gröfsen die den obigen analogen Ausdrücke:

$$x = \frac{(2, 4i+3)}{(1, 4i+3)}$$

$$\gamma = \frac{-w}{(1, 4i+3)}$$

haben, und wodurch man

$$K \ldots\ldots c = x - \frac{\gamma}{w} = \frac{-(2, 4i+3)+1}{(1, 4i+3)} \; \frac{-(4i\,3,2)+1}{(4i+3,1)}$$

erhält.

Die Entfernungen dieser beiden optischen Mittelpunkte des Linsensystems von den Vereinigungspunkten paralleler Strahlen, wozu sie gehören, sind

$$\xi - \gamma = \frac{1}{(4i+3,1)}, \quad -x+c = \frac{1}{(4i+3,1)}$$

also einander gleich. Ich werde diese gleichen Entfernungen die *Brennweite* des Linsensystems nennen und sie durch f bezeichnen. Wenn es nur auf die Vergleichung der Wege eines Strahls vor seinem Einfallen und nach seinem Ausgehen ankommt, so ist dazu *keine weitere* Kenntnifs der Construction des Linsensystems erforderlich, als die von f, c, γ. Man hat nämlich (G):

$$\alpha_1 = \frac{(4i+2, a)}{(4i+3, a)} = \frac{a(4i+2,1)+(4i+2,2)}{a(4i+3,1)+(4i+3,2)}$$

und

$$(4i+3,1)(4i+2,2) - (4i+3,2)(4i+2,1) = -1$$

Wenn man $(4i+2,2)$ durch die letzte Gleichung aus der ersten wegschafft, so wird diese

$$\alpha_1 = \frac{(4i+2,1)\{a(4i+3,1)+(4i+3,2)\}-1}{(4i+3,1)\{a(4i+3,1)+(4i+3,2)\}}$$

oder

$$\left\{\alpha_1 - \frac{(4i+2,1)}{(4i+3,1)}\right\}\left\{a + \frac{(4i+3,2)}{(4i+3,1)}\right\} = -\frac{1}{4i+3,1)^2}$$

Setzt man darin, für die von der Construction des Linsensystems abhängigen Gröfsen, ihre Ausdrücke durch f, c, γ, nämlich:

$$\frac{1}{(4i+3,1)} = f$$

$$\frac{(4i+2,2)}{(4i+3,1)} = f - c$$

$$\frac{(4i+2,1)}{(4i+3,1)} = f + \gamma$$

so verwandelt sie sich in

$$(\alpha_1 - \gamma - f)(a - c + f) = -ff$$

und wenn man $-ff$ auf beiden Seiten wegläfst und durch $f(\alpha_1 - \gamma)(a - c)$ dividirt, in

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{c-a} + \frac{1}{\alpha_1 - \gamma} \ldots\ldots\ldots\ldots L$$

Diesen schönen Satz hat Herr Professor *Möbius* gegeben. Seine obige Ableitung zeigt, dafs er durch die vollständige Berücksichtigung aller Elemente der Construction des Linsensystems nichts von seiner Einfachheit verliert.

5.

Ich hatte die Absicht, die Grundformeln der Dioptrik in ihrer einfachsten Gestalt darzustellen. Da ich sie erreicht zu haben glaube, auch speciellere Verfolgungen dieses Gegenstandes, so wie auch die Berücksichtigung der Winkel in endlicher Gröfse, aufser der gegenwärtigen Absicht liegen, so beendige ich meinen Aufsatz hier. Allein da einigen Lesern ein Beispiel der Berechnung eines Linsensystems, nach den Formeln F und G, willkommen seyn kann, so setze ich ein solches hieher; es ist von den Constructions-Elementen des Objectivs des Königsberger Heliometers hergenommen, so wie sie mir von dem seel. *Utzschneider* mitgetheilt worden sind.

$$\left.\begin{aligned} r &= +838^{\text{L}}164 \\ d &= 6{,}000 \\ \rho &= -333{,}768 \end{aligned}\right\} n = 1{,}529130$$

$$e = 0{,}000 \qquad dn : dn_1 = 1 : 2{,}025$$

$$\left.\begin{aligned} r_1 &= -340{,}536 \\ d_1 &= 4{,}000 \\ \rho_1 &= -1172{,}508 \end{aligned}\right\} n_1 = 1{,}639121$$

Hieraus folgen, nach den Bezeichnungen des 3ten §:

$$(1) = \frac{n-1}{r}; \quad \log(1) = 6{,}80023{,}3$$

$$(2) = \frac{-d}{n}; \quad \log(2) = 0{,}59370{,}7n$$

$$(3) = \frac{1-n}{\rho}; \quad \log(3) = 7{,}20011{,}8$$

$$(4) = -e; \quad \log(4) = -\infty$$

$$(5) = \frac{n_1-1}{r_1}; \quad \log(5) = 7{,}27342{,}0n$$

$$(6) = \frac{-d_1}{n_1}; \quad \log(6) = 0{,}38744{,}9n$$

$$(7) = \frac{1-n_1}{\rho_1}; \quad \log(7) = 6{,}73646{,}7$$

Wendet man die *Gaufs*ischen Logarithmentafeln zur Rechnung an, so sind die folgenden Zahlen *alle* erforderlichen, wovon die in der letzten Columne stehenden aus den eben genannten Tafeln genommen und die in der zweiten die gesuchten sind:

		log (1)	6,80023,3	*log* (2) (1)	7,39394,0*n*	− 107,5
log (2)	0,59370,7*n*	*log* (1, 2)	9,99892,5	*log* (3) (1, 2)	7,19904,3	+ 14588,3
log (3)	7,20011,8	*log* (1, 3)	7,34492,6	*log* (4) (1, 3)	− ∞	0
log (4)	− ∞	*log* (1, 4)	9,99892,5	*log* (5) (1, 4)	7,27234,5*n*	− 81276,2
log (5)	7,27342,0*n*	*log* (1, 5)	6,53216,4	*log* (6) (1, 5)	6,91961,3*n*	− 36,1
log (6)	0,38744,9*n*	*log* (1, 6)	9,99856,4	*log* (7) (1, 6)	6,73503,1	+ 21133,2
log (7)	6,73646,7	*log* (1, 7)	6,94636,3			

Führt man die Rechnung in der umgekehrten Ordnung ihrer Elemente, so ist sie die folgende:

		log (7)	6,73646,7	*log* (6) (7)	7,12391,6*n*	− 58,0
log (6)	0,38744,9*n*	*log* (7, 6)	9,99942,0	*log* (5) (7, 6)	7,27284,0*n*	− 14924,2
log (5)	7,27342,0*n*	*log* (7, 5)	7,12359,8*n*	*log* (4) (7, 5)	− ∞	0
log (4)	− ∞	*log* (7, 4)	9,99942,0	*log* (3) (7, 4)	7,19953,8	− 79475,2
log (3)	7,20011,8	*log* (7, 3)	6,40478,6	*log* (2) (7, 3)	6,99849,3*n*	− 43,0
log (2)	0,59370,7*n*	*log* (7, 2)	9,99899,0	*log* (1) (7, 2)	6,79922,3	+ 14713,3
log (1)	6,80023,3	*log* (7, 1)	6,94635,6			

Die Werthe von *log* (1,7) und *log* (7,1), welche übereinstimmen sollten, sind nicht weiter von einander verschieden, als sich aus der Näherungsgränze der angewandten Logarithmentafeln erklären läſst. Nimmt man das Mittel aus beiden, so erhält man die Brennweite des Objectivs:

$$f = \frac{1}{(1,7)} = 1131^{L}46$$

seine beiden optischen Mittelpunkte werden bestimmt, durch:

$$c = f - (7,2)f = +2{,}62$$
$$\gamma = (1,6)f - f = -3{,}73.$$

Wird gröſsere Schärfe der Resultate gefordert, so müssen offenbar gröſsere Logarithmentafeln angewandt werden.

Bessel.

Nr. 2 *)

Schreiben des Herrn *Abbadie* an den Herausgeber.

Suez 1840. Octobre 26.

Monsieur!

Vous eutes la bonté d'annoncer en Septembre 1839 mon projet d'un voyage en Abyssinie et d'appeler en même tems l'attention de vos nombreux correspondans sur les occultations de petites étoiles par la Lune afin de fournir quelques observations contemporaines qui pussent servir à calculer mes longitudes. Bien que le petit nombre d'observations ci-joint soit tout-à-fait insignifiant pour un observateur sédentaire j'espère néanmoins que les personnes qui auraient fait des voyages analogues au mien ne trouveront pas que j'ai tout-à-fait perdu mon tems.

J'avais trois chronomètres en partant d'Europe celui nommé *A*, fait par *Barraud* fut cassé par un accident à Adwa: le chronomètre *D* fait par M. *Dent* de Londres servit à toutes mes observations jusqu'à A'den où il me fut volé. La montre *B* m'avait été prêtée par M. *Bréguet* à Paris, et a toujours conservé une marche supérieure aux deux autres. Je ne montais ce chronomètre que lorsque je prévoyais devoir faire un long séjour quelque part

---

Le Caire, doubles hauteurs du bord inférieur du Soleil jeudi 21 Novembre 1839 le chron. *A* fut employé. Baromètre 0m76325; thermomètre 18,9 grades (matin).

8h 8m43s2	50°49′ 15″
9 54,8	50 40
11 0,0	51 0
12 5,6	51 20

Comparaison des chronomètres.

A 8h 14m 9s2	*A* 8h 15m 1s2
D 4 24 0,0	*B* 1 58 0,0

Retard du chron. *A* = 0h 46m 26s6; id. du chron. *B* = 7h 3m 27s8; id. du chron. *D* = 4h 36m 35s8.

Le Caire: vendredi 22 Nov. soir. Immersion d'une étoile de 5e gr. à 9h 51m 11s2 du chron. *A*. Incertitude de 6 secondes.

Comparaison des chronomètres.

A 10h 31m 32s8	*A* 10h 32m 53s2
D 6 41 40,0	*B* 4 16 0,0

Le Caire: ♄ 23 Nov. matin; doubles haut. du bord inférieur du Soleil; chron. *A*, barom. = 0m76025; therm. = 19°8.

8h 23m 53s6	54° 0
25 0,4	54 20
26 10,8	54 40
27 21,2	55 0

Comparaison des chronomètres.

A 8h 29m 48s8	*A* 8h 30m 50s0
D 4 40 0,0	*B* 2 14 0,0

Le Caire: ♂ 26 Nov. matin; doubles haut. du bord inférieur du Soleil; chron. *A*; barom. = 0m76435; therm. 23°4.

7h 46m 54s4	49°40′
47 54,0	50 0
48 52,4	50 21

Comparaison des chronomètres.

A 9h 1m 6s4	*A* 9h 2m 41s2
D 5 8 0,0	*B* 2 43 0,0

---

*) Den Brief Nr. 1 habe ich bis jetzt noch nicht erhalten. S.

Le Caire ☉ 10 Novembre. Immersion d'une étoile de 7.8 gr. à $5^h 59^m 53^s9$ du chron. *A*. Incertitude de 1,5 seconde.

Comparaison des chronomètres.	
A $6^h\ 6^m 59^s6$	*A* $6^h\ 8^m 46^s0$
D 2 15 0,0	*B* 11 50 0,0

Le Caire: ☾ 11 Nov. matin; doubles haut. du bord inférieur du Soleil; chron. *A*; barom. = 0^m76155; therm. = $22^\circ7$.

		Comparaison des chronomètres.
$8^h 28^m 25^s2$	60° 20′	
29 34,0	60 39 50″	*A* $8^h 42^m 52^s0$
30 44,4	61 0	*D* 4 51 0,0
31 52,4	61 20	

Souays (Mer Rouge) ☿ 18 Déc. soir; doubles hauteurs du bord inférieure du Soleil; chron. *A*; therm. = $21^\circ2$.

		Comparaison des chronomètres.	
$2^h 15^m 10^s4$	39° 40′ 15″		
16 15,2	39 20 0		
17 19,6	39 0 0	*A* $2^h 27^m 48^s0$	*A* $2^h 28^m 32^s8$
18 22,8	38 40 0	*B* 3 44 0,0	*B* 10 59 0,0

Souays, ♃ 19 Décembre, soir. Immersion d'une très-petite étoile à $1^h\ 54^m\ 06^s$ du chronom. *D*; Incertitude 6 à 7 secondes.

Comparaison des chronomètres.	
D $2^h\ 8^m 36^s8$	*D* $2^h 10^m\ 8^s8$
B 7 54 20,0	*A* 6 39 30,0

Souays, ♀ 20 Décembre; doubles haut. du bord supérieur du Soleil; chronom. *A*; therm. = $22^\circ0$ (soir).

		Comparaison des chronomètres.	
$1^h 58^m 13^s6$	45° 0′		
59 21,6	44 40	*A* $2^h 11^m 31^s6$	*A* $2^h 12^m 14^s0$
2 0 28,8	44 20	*B* 3 28 0,0	*D* 9 43 0,0
1 35,6	44 0		

1840. Abyssinie.

Adwa, ☾ 6 Avril; doubl. haut. corresp. du bord supérieur du Soleil; chron. *D*; bar. = 0^m61885; therm. = $22^\circ3$.

Matin.		Soir.	Comparaison des chronom. Matin.	Soir.
$5^h 31^m 32^s4$	64° 0′	$1^h 22^m 45^s2$	*D* $5^h 39^m 54^s4$	$1^h 34^m 14^s8$
32 54,0	64 40	21 22,8	*B* 8 16 0,0	4 10 20,0
34 17,2	65 20	20 0,0		

Adwa, ☾ 6 Avril. Immersion d'une petite étoile derrière le bord obscur de la Lune à $5^h 52^m 16^s0$ ou 15^s6; du chronom. *D*. La lumière cendrée était singulièrement forte.

Compar. des chronomètres.
D $5^h 56^m 24^s4$
B 8 32 30,0

Adwa, ♂ 7 Avril; doubl. haut. du bord supérieur du Soleil; chronomètre *D*; barom. = 0^m61145; therm. $29^\circ8$.

		Compar. des chronomètres.
$1^h 35^m 45^s6$	57° 40′	
37 8,8	57 0	
38 32,8	56 20	*D* $1^h 47^m 53^s8$
39 55,2	55 40	*B* 4 24 0,0

Adwa, ♂ 7 Avril. Immers. d'une étoile de 7.8ᵉ gr. à $6^h 27^m 39^s2$ du chronom. *D*. Incertitude de 0^s5.

Compar. des chronomètres.
D $6^h 38^m 24^s4$
B 9 14 30,0

A sept heures ½ je vis une magnifique étoile filante allant de l'Est à l'O et laissant une trainée persistante après elle. Je vis aussi plusieurs autres belles étoiles filantes cette nuit.

Adwa, ♀ 1 Mai. Haut. corr. du bord supér. du Soleil; chron. *D*.

Matin.	Soir.	Comparaison des chronomètres. Matin.	Soir.
$5^h 35^m 44^s4$	$1^h 12^m 44^s9$	*D* $5^h 53^m 41^s6$	$1^h 24^m 42^s6$
37 6,8	11 22,0	*B* 8 29 0,0	4 0 0,0
41 59,6	6 30,0		
45 28,0	3 1,2		
46 10,8	2 18,8		

Adwa, ☾ 4 Mai. Immersion d'une étoile de 8.9 grandeur derrière la Lune à $5^h\ 31^m\ 12^s$ du chronom. *D* et celle d'une deuxième étoile à $5^h 31^m 41^s$ du même chronomètre. La première étoile occultée avait la plus grande déclinaison; elles étaient écartées d'environ 9′ 35″. Leur clarté était à peine aussi forte que celle de la lumière cendrée. Incertitude de 2^s pour la 1ère obs. et de 2 à 3 secondes pour la dernière.

Compar. des Chronomètres.
D $5^h 36^m 56^s0$
B 8 12 0,0

Adwa, ♂ 5 Mai. Immersion d'une étoile de 6.8 grandeur à $5^h 39^m 52^s5$ du chronomètre *D*, à environ 10 au S. de l'équateur lunaire. Une autre étoile peut-être de 9ᵉ gr. fit son immersion à $5^h 53^m 40^s8$. Je crus ne plus la voir à $43^m\ 10^s$ mais 10^s après elle devint très-visible. Cette dernière observation peut-être en erreur de 2 à 3^s. La première ne l'est pas de 1.5 seconde. La 2ᵉ occultation dut être suivie d'une 3ᵉ étoile à environ 3° plus au N. mais très-faible. La lumière cendrée semblait bien plus faible qu'hier. vent E. S. E. très-fort.

Compar. des chronomètres.
D $5^h 54^m 30^s0$
B 8 29 30,0

Adwa, ☿ 6 Mai. Haut. corr. du bord supér. du Soleil; chron. *D*.

Matin.		Soir.
5^h51 52^{s}0	78° 20	$0^h56^m43^s2$
52 32,0	78 40	56 0,8
53 17,2	79 0	55 18,8
53 58,8	79 20	54 36,4
54 40,0	79 40	53 54,8

Compar. des chronomètres.

	Matin.	Soir.
D	6^h 1^m31^s2	1^h 4^m2^s4
B	8 36 30,0	3 39 0,0

Barom. 0^m61345 therm. 25°2 — Barom. 0^m61210 therm. 30°6.

Adwa, ☿ 6 Mai. Immersion d'une étoile (κ des gémeaux probablement) à $5^h30^m28^s8$ du chronom. *D*. Emersion à $6^h26^m48^s$; celle-ci est peut-être en erreur de 3 à 4 secondes; l'immersion fut au contraire parfaitement observée.

Compar. des chronom.

D	$6^h45^m32^s4$
B	9 20 30,0

Adwa, ♃ 7 Mai. Haut. corresp. du bord supér. du Soleil, comparées aux angles du 6; barom. = 0^m6140; therm. 25°0.

Matin.	
$5^h53^m12^s4$	79° 0'
53 54,4	79 20
54 36,0	79 40

Compar. des chronom.

D	$5^h59^m59^s2$
B	8 35 0,0

L'incertitude dont je parle dans ces observations vient le plus souvent du peu de lumière de l'étoile qui semblait se fondre et non s'éclipser dans la lumière de la Lune; la rareté des occultations d'étoiles brillantes et les nombreuses interruptions causées par les voyages pendant lesquels il était impossible de régler les chronomètres d'une manière satisfaisante m'avaient forcé d'avoir recours aux occultations des très-petits astres. La crainte de variation dans la marche du chronomètre entre deux observations consécutives d'angles horaires m'avait engagé à employer deux montres afin de les corriger l'une par l'autre. J'ai calculé tous les angles de hauteur ainsi que les occultations des étoiles qui se trouvent dans le catalogue de Mr. *Baily* mais le manque d'observations correspondantes, et la crainte d'erreurs dans des calculs faits hativement en voyage m'ont engagé à vous transmettre de préférence, non mes resultats mais les observations originales. J'avais eu le projet d'échapper à ces calculs si génans en employant une lunette méridienne d'*Ertel* que j'avais faite venir à grands frais de Munich. Malheureusement l'artiste pour des raisons que je n'ai pas pu entrevoir, a renoncé à la méthode française de fermer les tubes de niveau hermétiquement à la lampe Mr. *Ertel* a préféré roder les extrémités de ses tubes et les clore par une petite plaque de verre assujettie au moyen d'une peau fine et d'une substance collante. Dès mon arrivée au Caire, celle-ci ou se dissolvait dans l'ether dont le niveau était rempli ou se fondait par la chaleur du climat et malgré bien des essais je n'ai pu réussir à tirer le moindre partie, d'une lunette méridienne d'ailleurs parfaitement conçue et bien executée.

Comme Adwa était à l'extrémité méridionale de la petite base géodésique que j'ai mesurée j'ai cherché à déterminer sa latitude avec le plus grand soin. Je vous en donne ici les résultats calculés par la formule de *Delambre* et pour la polaire par vos tables.

Mars 30.	Soleil.	par le théod. *Gambey*	(huit répétitions)	14° 10' 05"8
Avril 6.	id.	id.	(4 id.)	14 9 48,2
id.	polaire.	cercle de réflexion	(4 id.)	14 9 43
Avril 10,	α gr. ourse	id.	(16 id.)	14 10 2,3
14.	id.	théodolite *Gambey*	(8 id.)	14 9 49,1
16.	id.	id.	(10 id.)	14 9 50
			latitude moyenne	14 9 54,1

ou 14° 9' 51"6. Si l'on rejette la première observation faite près d'une foule de passans qui agitaient le niveau Mon observatoire était tout près du marché d'Adwa et de l'Aderach du gouverneur Aita Wasen. Je relevais le sommet du Mt *Saloda* par 358° 13' 12" comptés des N. vers l'Est, et le dome du Mt *Samayata* par 76° 11' 50".

Comme j'ai encore en très-bon état le théodolite de Mr. *Gambey* dont les verniers verticaux donnent cinq-secondes je désirerais beaucoup pouvoir m'en servir pour déterminer la longitude par des distances zénithales de la lune et d'une étoile voisine. Cette méthode inventée par Mr. *Struve* et employée par les officiers Russes dans la guerre de 1828 donnerait dit-on des résultats comparables, pour l'exactitude, à la méthode des culminations lunaires observées dans un instrument portatif. Avant mon départ d'Europe je n'ai pu avoir aucun détail sur cette méthode. Peut-être auriez vous la bonté de la faire copier avec un exemple de calcul et des conseils sur le choix des observations. En me l'envoyant chez Mr. le Capt. *Beaufort*, Admiralty, London, votre lettre me parviendrait en Abyssinie où, Dieu aidant, je pourrais rendre quelque services à l'Astronomie géodésique.

Antoine d'Abbadie.

Altona 1841. Februar 25.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 416.

Schreiben des Herrn Professors *Argelander*, Directors der Sternwarte in Bonn, an den Herausgeber.

Beigehend überreiche ich Ihnen einen kleinen Aufsatz über einige veränderliche Sterne, Beobachtungen und Rechnungen enthaltend, mit der Bitte, denselben in Ihre Astr. Nachr. aufzunehmen, ersuche Sie aber, am Schlusse des über Algol gesagten noch folgendes hinzuzufügen:

Da 2548 Perioden = 20 Julianischen Jahren $0^{T}\ 23^{h}\ 48'3$ sind: so erhält man die Epochen des kleinsten Lichtes für die Jahre 1840 — 1842 in Pariser mittlerer Zeit, wenn man zu den Angaben für die Jahre 1820 — 1822, die *Wurm* im Astr. Jahrb. für 1822. p. 121 u. 122 gegeben hat, hinzufügt 1^{T} weniger 11'7, wobei jedoch nicht zu übersehen ist, dafs *Wurm* die Morgenbeobachtungen nach bürgerlicher Zeit rechnet, auch die Zeitgleichung vernachlässigt ist.

Auf demselben Blatte sind auch alle von uns beobachteten Sternbedeckungen zusammengestellt, die früheren hatte ich Ihnen schon früher mitgetheilt, aber unbegreiflicher Weise bei mehreren die Secunden hinzuzufügen vergessen.

Für die gütige Uebersendung des Cometencirculars danke ich ergebenst; ich fand den Cometen schon am 3ten November auf, es gelang aber wegen der fortwährend vorüberziehenden Wolken keine Beobachtung; Novbr. 4. beobachteten *Kysaeus* und ich ihn mit 2 Sternen, die aber beide unbestimmt und so entfernt von bekannten Sternen waren, dafs ich sie nicht am Ringmicrometer bestimmen konnte. So datiren denn unsere Beobachtungen erst vom 8ten November. Seitdem haben wir den Cometen, so oft es irgend thunlich war, beobachtet; während des Novembermondscheines gelang es noch, ihn recht gut zu beobachten, aber der letzte Mondschein liefs ihn in unserm Fernrohre nur ahnen, nicht mehr beobachten; jetzt ist er wieder recht gut zu sehen, und ich hoffe ihn noch bis zum nächsten Mondlichte zu verfolgen. Unsere sämmtlichen bisher erhaltenen Positionen lege ich auf einem besondern Blatte für die Astr. Nachr. bei; dasselbe enthält auch die verglichenen Sterne. Da diese im Anfange der Erscheinung aus den Pariser Memoiren für 1789 entnommen werden mufsten, so veranlafste ich Herrn *Kysaeus*, für die betreffenden Zonen Reductionstafeln zu berechnen, die ich hier gleichfalls beilege, um andern Astronomen die Arbeit der Berechnung zu ersparen. Diese Tafeln sind ganz wie die von Ihnen herausgegebenen nach *Bessels* Vorschlage berechnet, nur dafs die nördlichen Zenithdistanzen positiv genommen sind. Die constante Correction wurde aber nicht aus *Piazzi*schen Sternen berechnet, weil *Piazzi's* Rectascensionen sehr nördlicher Sterne bekanntlich oft sehr falsch sind; vielmehr wurden nur solche Sterne gewählt, die entweder von *Bessel*, *Struve*, *Pond* oder mir beobachtet sind, und wo möglich auch in den Fundamentis astronomiae vorkommen. Auf diese Weise konnte auch die Correction der AR. wegen der Abweichung des Quadranten genauer ermittelt werden, als dieses aus *Lalande's* eigenen oft sehr fehlerhaften Angaben möglich gewesen wäre. Herr *Kysaeus* hat sich vorgenommen, diese Berechnung auf die sämmtlichen Beobachtungen in den Memoiren von 1789 und 1790 auszudehnen.

Fr. Argelander.

Beobachtungen einiger veränderlichen Sterne im Jahre 1840.

1. Mira Ceti.

Zur Abkürzung bediene ich mich, um die verschiedenen Helligkeitsgrade auszudrücken, der folgenden Zeichen.

= < und > = heifst gleich oder vielmehr noch etwas kleiner oder gröfser.

: < und > : heifst bestimmt kleiner oder gröfser.

<: und :> heifst merklich kleiner oder gröfser.

+ < und > + heifst bedeutend kleiner oder gröfser.

<+ und +> heifst viel kleiner oder gröfser.

Die Unterschiede der einzelnen Bestimmungen dürften etwa $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{5}$ einer Gröfsenordnung betragen, die letzte Bezeichnung hat aber eine gröfsere Ausdehnung; < und > ohne nähere Bezeichnung ist nur ein allgemeiner Ausdruck.

1840 Juli 23. $13^{h}\frac{1}{2}$. Mira noch unsichtbar.

Juli 29 $13^{h}\frac{1}{2}$ Mira selbst im Opernglas noch unsichtbar, <+ 75; <: 81 und die übrigen ihn umgebenden 6^{m}; er ist kaum 6.7^{m} (im Cometensucher).

Aug. 1. $13^{h}\frac{1}{2}$ Mira im Opernglas eben zu sehen, kaum 6.7^{m}.

Aug. 6. 14^h Mira bei ausgezeichnet klarer Luft eben mit blofsem Auge sichtbar, aber noch kleiner, als die ihn umgebenden 6^m; im Opernglase $:> 71$, den *Piazzi* 6^m schätzt, den ich aber mit blofsem Auge nicht sehe.

Aug. 8. 13^h. Mira $= 63$, $<$ die andern ihn umgebenden 6^m, obgleich ziemlich tief, doch mit blofsem Auge sichtbar.

Aug. 21. 12^h. Mira $= < \nu$ Ceti.

Aug. 23. $12^h\frac{1}{2}$. Mira $+> \nu$, $:> \lambda$, $:< \xi^1$, $+< \xi^2$, $<+ \mu$.

Aug. 29. $12^h\frac{1}{2}$. Mira $<: \delta$, $= < \mu$, $=> \xi^2$, etwa $= \frac{\mu + \xi^2}{2}$.

Aug. 30. 12^h. Mira $= > \delta$.

Aug. 31. $12^h\frac{1}{2}$. Mira $>: \delta$, $>+ \mu$, $+< \alpha$ Pisc., $<+ \gamma$ Ceti.

Sept. 1. $13^h\frac{1}{2}$. Mira $= > \delta$; $14^h\frac{1}{2}$ Mira $>: \delta$, $+> \mu$, $<: \alpha$ Pisc.

Sept. 12. 12^h. Mira $>+ \delta$, $:< \gamma$, $=>$ oder selbst $>: \alpha$ Pisc.; die Beobachtung geschah bei dem sehr hellen Mondscheine mit dem Opernglase.

Sept. 20. 12^h. Mira $>+ \delta$, $:< \gamma$, $= \alpha$ Pisc.

Sept. 21. 11^h. Mira $:> \delta$, $:< \gamma$, $= < \alpha$ Pisc., der mir aber heute näher an γ Ceti zu sein schien, als gestern.

Sept. 27. 10^h. Mira $= \alpha$ Pisc., fast auch $= \gamma$ Ceti, $+> \delta$; $12^h 30'$ Mira $= < \alpha$ Pisc.

Sept. 29. $12^h 30'$. Mira $= < \gamma$, $>: \alpha$ Pisc.

Sept. 30. 12^h. Mira $:< \gamma$, $= \alpha$ Pisc.

Oct. 7. 11^h. Mira $= > \gamma$, $:> \alpha$ Pisc.; sehr heller Mondschein.

Oct. 9. 12^h. Mira $= > \gamma$, $:> \alpha$ Pisc.

Oct. 10. $10^h 30'$. Mira $>: \gamma$, $>+$ oder wenigstens $:> \alpha$ Pisc.

Oct. 17. $10^h 30'$. Mira $<: \gamma$, $:< \alpha$ Pisc., $:> \delta$, sehr nahe $= \frac{\gamma + \delta}{2}$.

Oct. 24. 10^h. Mira $>: \delta$, $<: \alpha$ Pisc., $+< \gamma$.

Nov. 4. 14^h. Mira $>: \nu$, $:< \lambda$, etwa $= \frac{\nu + \lambda}{2}$.

Nov. 9. 11^h. Mira $<: \delta$, $:< \xi^1$, ξ^2, μ, $>: \lambda$. Heller Mondschein.

Nov. 25. 8^h. Mira sehr schwach, nur eben sichtbar, schwächer, als die ihn umgebenden 6^m.

Nov. 27. $7^h 30'$. Mira nicht mehr mit blofsem Auge sichtbar, aber im Opernglase noch gut zu erkennen.

Zur Ergänzung und Controlle meiner Beobachtungen theile ich die folgenden Beobachtungen mit, die Herr Oberlehrer *Heis* in Aachen auf meine Bitte angestellt und mir bekannt zu machen erlaubt hat. Herr *Heis* bemerkt, dafs die ersten Beobachtungen nicht so sicher sind, als die spätern.

Sept. 20. 10^h. Mira $= \gamma$ Ceti.

Sept. 21. 10^h. Mira $=> \gamma$; die Luft nicht ganz rein.

Sept. 25. 10^h. Mira $= < \gamma$.

Sept. 27. $8^h\frac{1}{2}$. Mira fast $= \gamma$, $= < \alpha$ Pisc.

Sept. 29. 10^h. Mira ein wenig heller als γ.

Oct. 7. 10^h. Mira wenig heller als γ, viel heller als α Pisc.

Oct. 17. 9^h. Mira zwischen γ und δ, $> \frac{\gamma + \delta}{2}$.

Oct. 26. 8^h. Mira zwischen γ und δ, $< \alpha$ Pisc.

Nov. 4. 10^h. Mira fast $= \lambda$.

Nov. 12. 9^h. Mira $= < \nu$.

Nov. 14. 8^h. Mira zwischen μ und ν; sehr reine Luft.

Nov. 25. 9^h. Mira $<+ \mu$, etwas < 63 Ceti; sehr reine Luft.

Nov. 26. 10^h. Mira schwer mit blofsem Auge zu erkennen; die Luft aufserordentlich klar.

Später ist Mira nicht mehr gesehen. So weit Herr *Heis*.

Aus diesen Beobachtungen geht nun zunächst hervor, dafs das gröfste Licht dieses Jahr zwischen Sept. 30 und Oct. 7 gefallen ist, also nahe auf denselben Jahrestag zu setzen sein wird, als voriges Jahr, vielleicht etwas früher, während es einen Monat früher fallen sollte, und es wird dadurch die grofse Unregelmäfsigkeit in der Periode aufs evidenteste bewiesen. Zugleich zeigt aber auch der Verlauf des Lichtwechsels eine grofse Verschiedenheit von dem vorjährigen; während der Stern damals mehr als noch einmal so rasch an Licht zu- als abnahm (vergl. Astr. Nachr. Bd. XVII. pag. 219), war dieses Jahr die Abnahme beinahe noch rascher, als die Zunahme; denn der Stern hatte gleiche Helligkeit Aug. 6 und Nov. 25, Aug. 24 und Nov. 6, Sept. 1 und Oct. 24; diese Epochen aber fallen resp. am 58., 40., 32. Tage vor und nur 53, 34, 21 Tage nach dem 3ten October, den ich etwa für den Tag des gröfsten Lichtes ansehen möchte. Diese Verschiedenheit kommt vorzüglich auf Rechnung der Lichtzunahme; denn der Stern brauchte dieses Jahr wahrscheinlich mehr Zeit, um von der 6^m zur 3^m zu gelangen, als voriges Jahr, um von der 6^m zur 2^m zu steigen, während seine Abnahme von der 3^m bis zur Unsichtbarkeit mit unbewaffnetem Auge in beiden Jahren, und so viel sich beurtheilen läfst, auch 1838 nahe mit derselben Schnelligkeit in etwa 45 bis 50 Tagen vor sich ging. Auch die Dauer der Sichtbarkeit mit blofsem Auge, die dieses Jahr etwa 113 bis 114 Tage betragen haben wird, kann im vorigen Jahre nicht viel gröfser gewesen sein; sie wird 130 Tage nicht überstiegen haben, wovon er etwa 70 Tage heller war, als heuer im gröfsten Lichte. Bei diesen grofsen Ungleichheiten der Erscheinung wird es noch lange dauern, ehe wir über das Regelmäfsige derselben im Klaren sein werden, und es ist um so nöthiger, dafs sie recht an-

haltend und vielfältig beobachtet werde. Noch erlaube ich mir, die Gröfsen der verschiedenen verglichenen Sterne nach meiner Schätzung hier herzusetzen: ich schätze γ hell 3.4^m fast 3^m, $\delta ... 4^m$ fast 4.3^m, μ, $\xi^2 ... 4^m$, $\xi^1 ... 4.5^m$, $\lambda ... 5.4^m$, $\gamma .. 5^m$, $\psi = \xi$ Arietis 5.6^m, 75...6.5^m, 60, 63, 67, 69, 70, 81 ..6^m. α ist ein sehr schwacher Stern 2.3^m, vielleicht sollte man ihn sogar nur 3.2^m schätzen. Ueber die nähern Helligkeitsverhältnisse dieser Sterne werden wahrscheinlich die Beobachtungen des Herrn *von Boguslawski* mehr Aufschlufs geben, deren Resultate ich mit grofsem Verlangen entgegensehe.

2. η Aquilae oder Antinoi.

Die Gröfsen der Vergleichungssterne sind: $\vartheta ... 3^m$, $\delta ... 3.4^m$, β, $\varepsilon ... 4^m$, $\iota ... 4.5^m$, $\mu ... 5.4^m$, $\nu ... 5^m$; die eingeklammerten Zeitangaben sind nur muthmaafsliche, können aber kaum mehr als 1 Stunde falsch sein.

1840 Juli 15. $10^h 30'$. η nahe im kleinsten Lichte, $+ < \beta$, $: < \iota$, $> : \mu$; heller Mondschein.

Juli 22 (10^h). $\eta = \iota$, $< + \beta$, $< \varepsilon$.

Juli 23. (10^h). $\eta = < \iota$.

Aug. 1. $13^h 30'$. $\eta + > \iota$ und ε, $> \beta$, $= < \delta$ (gröfstes Licht).

Aug. 2. 10^h. $\eta = \beta$, $> + \iota$, $> \varepsilon$, $+ < \delta$, $= \frac{\delta + \iota}{2} = \varepsilon$ Delphini.

Aug. 3. $11^h 30'$. $\eta > \iota$, $< \beta$, näher an β als an ι.

Aug. 4. $11^h 30'$ $\eta = > \iota$, $< + \varepsilon$ und β.

Aug. 5. 11^h. $\eta < = \iota$, $> + \nu$; es zogen zwar häufig dünne Wolken vorüber, aber als die Beobachtung geschah, gerade nicht; denn ich konnte neben η den Stern 50 Aquilæ 6^m deutlich sehen.

Aug. 6. 11^h. $\eta : < \iota$, $> + \nu$, $= > \mu$.

Aug. 7. $11^h 30'$. $\eta > : \iota$, $+ > \mu$ und ν.

Aug. 8. 13^h. $\eta + > \iota$, $> \varepsilon$ und β, nur unbedeutend $< \delta$.

Aug. 10. (10^h). $\eta + > \iota$, $< + \delta$, sehr nahe $= \beta$.

Aug. 14. 11^h. $\eta > : \iota$, $< \varepsilon$, $+ < \beta$.

Aug. 17. $11^h 30'$. $\eta > + \iota$, $> \varepsilon$, $: < \beta$.

Aug. 21. 12^h. $\eta : > \iota$, $< \varepsilon$, etwa $= \frac{\iota + \varepsilon}{2}$.

Aug. 23. $9^h 30'$. $\eta > \beta$, $+ < \delta$, näher an β als an δ.

Aug. 24. 10^h bis 12^h. η vollkommen $= \beta$. auch $= \frac{\iota + \delta}{2}$.

Aug. 25. 9^h. $\eta < \beta$, $\iota < \varepsilon$, $: > \iota$.

Aug. 29. 11^h. $\eta = < \beta$, $> + \varepsilon$, $+ > \iota$; $12^h 30'$. $\eta > : \beta$.

Aug. 30. 11^h. $\eta = \frac{\beta + \delta}{2}$, vielleicht etwas näher an δ.

Aug. 31. 11^h. $\eta = \beta$, $+ <$ bis $< + \delta$, $> : \varepsilon$, $+ > \iota$.

Sept. 1. 10^h. $\eta : < \beta$, $> : \varepsilon$.

Sept. 16. (9^h). $\eta < : \beta$, $: > \iota$.

Sept. 17. (9^h). $\eta < : \beta$, $: > \iota$, $< \varepsilon$.

Sept. 20. 12^h. $\eta < : \beta$, $: < \delta$, etwa $= \frac{\beta + \delta}{2}$; der Adler schon ziemlich tief, aber reine Luft.

Sept. 21. 9^h. $\eta > : \beta$, $: < \delta$, $< = \frac{\beta + \delta}{2}$.

Sept. 27. 8^h. $\eta = \beta$; 10^h. $\eta > : \beta$, $< : \delta$; $10^h 30'$. $\eta > : \beta$, $< :$ bis $+ < \delta$; $11^h 30'$. $\eta > : \beta$, etwa $= \frac{\beta + \delta}{2}$; 12^h. η doch wol $< \frac{\beta + \delta}{2}$.

Sept. 29. $8^h 30'$. $\eta = \beta$, $> : \varepsilon$, $> + \iota$; 11^h. $\eta : < \beta$ oder $< = \beta$.

Sept. 30. 10^h. $\eta = \frac{\beta + \iota}{2}$, vielleicht ein Weniges näher an β.

Oct. 8. 9^h. $\eta : < \beta$, $> : \iota$, etwa $= \frac{\beta + \iota}{2}$.

Oct. 9. 9^h. $\eta > : \iota$, $< :$ oder $+ < \beta$, $< \frac{\beta + \iota}{2}$.

Oct. 10. 10^h. $\eta < \frac{\beta + \iota}{2}$.

Oct. 12. $6^h 30$, $\eta = > \frac{\beta + \delta}{2}$; $9^h 30'$. $\eta > : \frac{\beta + \delta}{2}$.

Oct. 13. 9^h. $\eta = > \beta$.

Oct. 17. 7^h. $\eta : < \iota$, $: > \mu$, dunstige Luft, aber beim Adler schien sie ziemlich klar; $8^h 30'$ $\eta < = \iota$; 10^h bei ganz klarer Luft $\eta : < \iota$, $: > \mu$ ich glaube, er ist schon im Zunehmen.

Oct. 21. $6^h 30'$. $\eta < = \beta$, $> : \varepsilon$, $: > \iota$.

Oct. 24. 8^h. $\eta < : \beta$, $: < \varepsilon$, vollkommen $= \iota$.

Nov. 8. 6^h. $\eta = < \iota$, $> + \nu$, $: > \mu$.

Nov. 9. 6^h. $\eta : <$ bis $< : \beta$, $= > \varepsilon$, $> + \iota$.

Nov. 15. 6^h. $\eta = \iota$, $: < \varepsilon$, $: > \mu$, $> + \nu$.

Nov. 25. 7^h. $\eta > : \beta$, $+ > \iota$, $: > \varepsilon$, $< : \delta$; ε heute nur $> : \iota$.

Nov. 26. 6^h. $\eta : > \iota$, $=$ oder $= > \beta$.

Nov. 27, 7^h. $\eta : < \beta$, $> : \varepsilon$, $: > \iota$.

Nov. 28. 7^h. $\eta > : \iota$, $< : \beta$.

Dec. 13. $6^h \frac{1}{2}$. $\eta = \iota$, $+ < \beta$ und ε; β heute $= > \varepsilon$.

Dec. 14. $6^h \frac{1}{2}$. $\eta > : \iota$, $< : \beta$.

Dec. 15. 6^h. $\eta > + \iota$, $= > \beta$, $> : \varepsilon$, $< : \delta$, $+ < \delta$.

Dec. 16. 6^h. $\eta > : \beta$, $< : \delta$, aber dunstige Luft beim Adler.

Dec. 17. 6^h. $\eta = > \beta$, $> + \iota$, $> : \varepsilon$.

Herr Oberlehrer *Heis* hat die folgenden Beobachtungen angestellt, die die meinigen fast überall bestätigen:

Aug. 27. 10^h. η etwas heller als ι.

Aug. 31. 10^h. η etwas heller als β.

Sept. 1. 10^h. η etwas kleiner als δ, heller als β.

Sept. 2. 10^h. η etwas schwächer als β, bedeutend schwächer als δ.

Sept. 5. $10^h 40'$. $\eta = \iota$, beide wegen leichten Nebels kaum zu erkennen.

Sept. 12. 9^h. η etwas kleiner als ι, kleiner als ε.

Sept. 14. $10^h 30'$. η zwischen δ und β, näher an δ.

Sept. 21. 10^h. η heller als β, fast $= \delta$.

Sept. 25. 8^h. η nahe $= \beta$, $> \frac{\iota + \beta}{2}$.

Sept. 27. $8^h 30'$. η zwischen β und δ.

Sept. 29. 10^h. $\eta = \beta$.

Oct. 17. 7^h. η etwas kleiner als β.

Oct. 26. 8^h. η nahe $= \delta$.

Aus diesen Beobachtungen ist nun dreierlei zu bestimmen; der Gang des Lichtwechsels während einer Periode, die Dauer derselben und eine Epoche einer bestimmten Phase. Für die letzte wählte der Entdecker des Lichtwechsels, *Pigott*, die Mitte zwischen dem kleinsten und gröfsten Lichte beim Zunehmen der Helligkeit, *Wurm* hingegen bei seinen umfassenden Beobachtungen und Berechnungen dieses Sterns das gröfste Licht selbst. *Westphal* wieder verglich bei ähnlichen Untersuchungen über andere veränderliche Sterne die Zeiten mit einander, wann der Stern einer bestimmten Gröfsenklasse anzugehören schien. Die letzte Methode ist zu unsicher wegen der Willkürlichkeit in der Schätzung einer bestimmten Gröfse, dagegen scheint es auf den ersten Anblick sehr sicher, wenn man die Zeit wählt, da der Stern einem bestimmten unveränderlichen an Licht vollkommen gleich ist. Abgesehen aber davon, dafs es schwierig seyn dürfte, einen vollkommen unveränderlichen Stern aufzufinden, wenn sich's nämlich um die kleinsten Nüanzen handelt, fand ich auch unter meinen Beobachtungen zu wenige dieser Art. Ich habe daher die Epoche des gröfsten Lichtes gewählt, und glaube, dafs dieses sich nach der von mir befolgten Methode sehr sicher bestimmen läfst, wenigstens bei unserm Sterne; ich habe nämlich nicht die Zeit dafür angenommen, wann mir der Stern am hellsten während einer Periode erschien, weil man wohl nur in seltenen Fällen gerade zur Zeit des gröfsten Lichtes beobachten wird, sondern ich habe dieses aus den Beobachtungen der vorhergehenden und folgenden Tage interpolirt, wobei ich nach den durch meine Beobachtungen bestätigten Angaben von *Pigott* und *Wurm* annahm, dafs der Stern noch einmal so rasch an Licht zu- als abnimmt. Z. B. war Sept. 20. 12^h $\eta >: \beta$, $:< \delta$, etwa $= \frac{\beta + \delta}{2}$, am folgenden Tage um 9^h war η wieder $>: \beta$ und $:< \delta$, aber nur $<= \frac{\beta + \delta}{2}$; ich habe daher angenommen, dafs er Sept. 21. $6^h = \frac{\beta + \delta}{2}$ gewesen sey, die bis dahin seit Sept. 20. 12^h verflossene Zeit von 18 Stunden durch 3 getheilt, und das Drittel zu Sept. 20. 12^h hinzuaddirt, so dafs also das gröfste Licht auf Sept. 20. 18^h gefallen wäre; wo es nöthig schien, habe ich auch noch auf die frühern und spätern Erscheinungen Rücksicht genommen, und wo die Uebereinstimmung der Beobachtungen unter sich schlecht war, oder die das gröfste Licht einschliefsenden nächsten Beobachtungen um 2 Tage auseinander lagen, der Bestimmung nur den halben Werth gegeben. Hierbei habe ich es sorgfältig vermieden, mich durch frühere oder spätere Bestimmungen zu Aenderungen verleiten zu lassen, und deshalb die Beobachtungen auch nicht nach der Reihenfolge berechnet. Die so gefundenen Epochen habe ich nun auf die erste Erscheinung des gröfsten Lichtes im October mit der sehr nahe richtigen Periode von $7^T 4^h 13'8$ reducirt, und dadurch die folgende Zusammenstellung für die Epoche des gröfsten Lichtes erhalten:

		reducirt			
Oct. 12.	$9^h 30'$	reducirt	Oct. 5.	$5^h 16'2$	
Aug. 1.	13 30	———	——	3 34,2	
Dec. 15.	22	———	——	3 41,5	
Aug. 8.	16	———	——	1 50,4	$w = \frac{1}{2}$
Aug. 30.	4	———	——	1 9,0	
Sept. 20.	18	———	——	2 27,6	
Aug. 23.	0	———	——	1 22,8	$w = \frac{1}{2}$
Sept. 27.	20	———	——	0 13,8	$w = \frac{1}{2}$
im Mittel Epoche des gr. Lichts			Oct. 5.	$2^h 45'0$	$w = 6,5$.

Die Uebereinstimmung ist so schön, als man es nur wünschen, besser, als man es bei derlei Beobachtungen erwarten konnte. Auf die Aachner Beobachtungen habe ich dabei keine Rücksicht nehmen können, weil, als ich diese erhielt, die Rechnungen schon fast ganz vollendet waren. Bei ihrer Berücksichtigung würde die Epoche eine bis zwei Stunden später gefallen seyn. Auf dieselbe Weise habe ich die Epoche des kleinsten Lichtes gesucht, dabei aber keine so gute Uebereinstimmung gefunden, wahrscheinlich weil der Stern etwa doppelt so lange in seinem kleinsten Lichte, d. h. kleiner als ι, verweilt, denn in seinem gröfsten, d. h. gröfser als $\frac{\beta + \delta}{2}$; die unmittelbaren und reducirten Epochen des kleinsten Lichtes sind:

		reducirt			
Oct. 10.	1^h	reducirt	Oct. 2.	$20^h 46'2$	
Aug. 6.	7	———	——	16 50,4	
Oct. 17.	7	———	——	22 32,4	
Juli 15.	16	———	——	14 31,8	$w = \frac{1}{2}$
Juli 23.	3	———	——	21 18,0	
im Mittel Epoche des kl. Lichts			Oct. 2.	$19^h 42'8$.	

Vergleicht man die eben gefundene Epoche des gröfsten Lichtes mit den *Wurm*schen Tafeln im Astr. Jahrb. für 1817 p. 122, so findet man eine so bedeutende Abweichung, dafs man sie unmöglich Beobachtungsfehlern allein zuschreiben kann; jene

Tafeln setzen nämlich das erste gröfste Licht im October 1840 auf Oct. 4,61096 = Oct. 4. 14^h 39'8 M. Z. Paris = Oct. 4. 14^h 58'9 M. Z. Bonn, also um 11^h 26'1 = 42366" zu früh; eine spätere Epoche würden meine Beobachtungen ertragen, Herrn *Heis's* sogar fordern, mit einer um mehrere Stunden frühern lassen sich aber beide Reihen durchaus nicht vereinigen, und es mufs also die Periode wirklich gröfser, als die bei Berechnung der Tafeln angenommene von 7^T 4^h 13' 29"856 seyn, und zwar um den 2076sten Theil der oben angegebenen Zeit von 42366", weil so viel Perioden seit 1800 Jan. 4,504 M. Z. Paris, der Hauptepoche der Tafel, verflossen sind. Die Division giebt 20"427, und man wird also die Periode zu 7^T 4^h 13' 50"28 annehmen können. Um diese Periode näher zu prüfen, untersuchte ich zuerst die von *Westphal* zu Danzig in den Jahren 1817 und 1818 angestellten und in der Zeitschrift für Astr. etc. Bd. VI. p. 302 ff. mitgetheilten Beobachtungen. Leider lassen sich aber aus denselben nur sehr wenige Epochen des gröfsten Lichts ableiten, und auch diese nur mit Mühe, woher zum Theil wohl die überaus schlechte Uebereinstimmung zu erklären ist; sie geben nämlich reducirt auf das erste gröfste Licht des Jahres 1818 folgendes:

1817 Aug. 6.	17^h	reducirt	1818 Jan. 4.	9^{h}50'5	$w = \frac{1}{2}$
Sept. 4.	2	———	— 4.	1 55,2	$w = \frac{1}{2}$
— 11.	22	———	— 4.	17 41,4	$w = \frac{1}{2}$
Oct. 9.	7	———	— 3.	9 46,0	$w = \frac{1}{2}$
1818 Juni 26.	4	———	— 4.	22 28,0	$w = \frac{1}{2}$
Aug. 21.	14	———	— 3.	22 36,4	$w = \frac{1}{2}$
im Mittel Epoche des gr. Lichts			Jan. 4.	6^h 2'9	$w = 3.$

Berechnet man dieselbe Epoche aus *Wurms* Tafeln, so erhält man dafür Jan. 3,75664 = Jan. 3. 18^h 9' 33"7 M. Z. Paris = Jan. 3. 19^h 14' 51" M. Z. Danzig, also die Beobachtung 10^h 48' 3" später als die Rechnung; zwischen der Epoche der Tafeln und derjenigen der Beobachtung sind 916 Perioden verflossen, und es folgt hieraus die Vergröfserung der Periode 42"45, also diese selbst 7^T 4^h 14' 12"2. Wenn nun auch dieses Resultat als unsicher angesehen werden mufs, so ist doch kaum zu glauben, dafs die gefundene Epoche für 1818 um mehr als 10^h falsch seyn sollte, zumal auch die Epoche des kleinsten Lichtes, wie sie aus *Westphals* Beobachtungen; und zwar mit ziemlich guter Uebereinstimmung der einzelnen Resultate folgt, mit der des gröfsten Lichtes sehr gut zusammenkommt. Ich finde dafür nämlich folgende Epochen:

1817 Aug. 18.	12^h	reducirt	1818 Jan. 1.	20^{h}22'9	
Sept. 2.	1	———	— 2.	0 55,2	
Nov. 5.	20	———	— 2.	5 50,7	
1818 Sept. 2.	16	———	— 1.	16 7,5	$w = \frac{1}{2}$
im Mittel Epoche des kl. Lichts			Jan. 1.	23^{h}46'4	$w = 3,5.$

Die Zeit bis zum gröfsten Lichte ist hier 2^T 6^h 16'5, während sie nach meinen Beobachtungen 2^T 7^h 2'2 ist, was also sehr nahe übereinstimmt.

Jetzt wende ich mich zu den frühesten Beobachtungen, den von *Pigott* und *Goodricke* in York in den Jahren 1784 und 1785 angestellten, und in den Philosophical Transactions für 1785 p. 128 und für 1786 p. 217 im Original mitgetheilten Reihen. Sie gewähren auf dieselbe Weise, wie meine eigenen behandelt, folgende Resultate:

Gröfstes Licht, reducirt mit der Periode 7^T 4' 14'0

1784 Sept. 13.	22^h	reducirt	1785 Jan. 6.	17^{h}44'	$w = \frac{1}{2}$
Oct. 20.	8	———	— 7.	6 34	$w = \frac{1}{2}$
— 27.	2	———	— 6.	20 20	$w = \frac{1}{2}$
1785 Juli 19.	12	———	— 6.	17 42	
im Mittel gröfstes Licht			1785 Jan. 6.	20^{h}48'4	$w = 2,5.$

Kleinstes Licht, reducirt mit derselben Periode:

1784 Sept. 19.	0^h	reducirt	1785 Jan. 4.	15^{h}30'	$w = \frac{1}{2}$
Oct. 17.	23 30'	———	———	22 4	
— 24.	23	———	———	17 20	$w = \frac{1}{2}$
1785 Mai 21.	3	———	———	18 34	
Juli 17.	10	———	———	15 42	
Sept. 26.	20	———	———	7 22	$w = \frac{1}{2}$
im Mittel kleinstes Licht			1785 Jan. 4.	16^{h}59'1	$w = 4,5$

Um diese Epochen mit den meinigen zu vergleichen, habe ich den Meridianunterschied, York westlich von Bonn, zu 32'9 angenommen, indem Bonn 28' 27' östlich von Greenwich und der Beobachtungsort in York nach einem Mittel aus verschiedenen von *Pigott* in den Phil. Trans. für 1786 p. 409 ff. mitgetheilten Bestimmungen 4' 27" westlich von Greenwich ist. Legt man also diese 32'9 zu den *Pigott*schen Epochen; so erhält man unter der Annahme der Periode 7^T 4^h 14', oder 51 Perioden = 365^T 23^h 54' folgende Vergleichung:

kl. Licht 1785 Jan. 4.	17^{h}32'0	gr. Licht 1785 Jan. 6.	21^{h}21'3
2837 Per. 55^J 272^T	9 58,0	55^J 272^T	9 58,0
1840 Oct. 3.	3^h 30'0	1840 Oct. 5.	7^h 19'3
beobachtet Oct 2.	19 42,8	Oct. 5.	2 45,0.

Es ist also die angenommene Periode um den 2837sten Theil von resp. 7^h 47'2 und 4^h 34'3, oder um 9"881 und 5"801 zu lang, oder die Periode selbst 7^T 4^h 13' 50"12 und 54"20, d. h. im Mittel sehr nahe ebenso, wie sie früher aus der Vergleichung mit den *Wurm*schen Tafeln folgte.

Es schien mir bei dieser Uebereinstimmung nicht unwahrscheinlich, dafs in die *Wurm*sche Berechnung sich ein Fehler eingeschlichen hätte, und ich habe daher die *Wurm*schen Beobachtungen selbst von neuem untersucht. Leider sind dieselben nirgends mit dem zu einer neuen Berechnung der einzelnen Epochen des gröfsten Lichtes nöthigen Detail mitgetheilt

worden, sondern nur (Astr. Jahrb. 1816 p. 132 und für 1817 p. 118) die von *Wurm* berechneten Epochen selbst. Die Berechnungsart (Astr. Jahrb. 1814 p. 145) ist aber keine sehr genaue. Wenn *Wurm* den Stern an einem Abende heller als den Abend vorher und nachher wahrnahm, setzte er auf 9^h M. Z. Paris dieses Abends, wenn er ihn aber an zwei aufeinander folgenden Abenden gleich hell sah, auf 21^h M. Z. Paris des frühern Tages das gröſste Licht. Nun geht der Stern aber am 1sten December um 9^h schon unter, und konnte also zu dieser Pariser Zeit oder ungefähr $9^h 27'$ M. Z. an *Wurms* Beobachtungsorten unmöglich beobachtet werden, eben so wenig ist anzunehmen, daſs *Wurm*, ein so sorgfältiger Astronom, den Stern im November so nahe am Horizonte sollte beobachtet haben, wie es bei der Beobachtungszeit 9^h hätte geschehen müssen. Daher habe ich mir erlaubt, die Epoche in der ersten Hälfte des Novembers auf 8^h, in der zweiten auf 7^h und im December auf 6^h M. Z. Paris zu setzen. Auſserdem habe ich noch, wenn die Epoche in die Morgenstunden fiel, sie nicht 12^h, sondern 8^h später als die Beobachtungszeit des frühern Abends gesetzt. Auch habe ich im Jahrbuch für 1816 einige Fehler in den Angaben berichtigt, die sich aus den beigesetzten Tafelfehlern als falsch erwiesen. Es ist nämlich bei den Epochen des gröſsten Lichts 1788 Aug. 19, 1790 Aug. 28 und Oct. 17, so wie 1804 Sept. 29 das +Zeichen ausgelassen, welches bedeutet, daſs das gröſste Licht auf die Morgenstunden fiel. Ich reducirte nun alle Beobachtungen desselben Jahres mit der *Wurm*schen Periode auf das gröſste Licht Anfangs October, und bildete dann unter der Annahme von 51 Perioden $= 366^T + y^h$ und der Epoche 1797 Oct. 8. $8^h + x^h$ die Bedingungsgleichungen; alles dieses, so wie die Angabe des Werthes jeder Gleichung enthält die folgende Zusammenstellung:

					w
1785	Sept.	29.	$10^h 36'8$;	$0 = -2^h 36'8 + x - 12y$	$w = 4$
1786	—	30.	15 21,7	$= -7\ 21,7 + x - 11y$	5
1787	Oct.	1.	4 59,6	$= +3\ 0,4 + x - 10y$	5
1788	—	1.	15 23,2	$= -7\ 23,2 + x - 9y$	5
1789	—	2.	19 2,6	$= -11\ 2,6 + x - 8y$	10
1790	—	3.	14 44,9	$= -6\ 44,9 + x - 7y$	11
1791	—	4.	12 44,1	$= -4\ 44,1 + x - 6y$	7
1793	—	5.	14 58,0	$= -6\ 58,0 + x - 4y$	4
1794	—	6.	4 17,0	$= +3\ 43,0 + x - 3y$	4
1795	—	7.	7 35,3	$= +0\ 24,7 + x - 2y$	3
1796	—	7.	7 14,0	$= +0\ 46,0 + x - y$	7
1797	—	8.	7 49,0	$= +0\ 11,0 + x$	2
1798	—	8.	21 42,0	$= +10\ 18,0 + x + y$	2
1799	—	10.	4 13,5	$= +3\ 46,5 + x + 2y$	2
1802	—	13.	5 41,0	$= +2\ 19,0 + x + 5y$	1
1803	—	14.	8 36,0	$= -0\ 36,0 + x + 6y$	5
1804	Oct.	14.	$4^h 33'2$	$0 = +3^h 26'8 + x + 7y$	$w = 6$
1805	—	14.	14 36,0	$= +17\ 24,0 + x + 8y$	1
1806	—	16.	4 17,3	$= +3\ 42,7 + x + 9y$	3
1807	—	16.	22 35,0	$= +9\ 25,0 + x + 10y$	3
1808	—	17.	15 5,0	$= -7\ 5,0 + x + 11y$	1
1809	—	18.	8 0,5	$= -0\ 0,5 + x + 12y$	2
1811	—	20.	3 32,8	$= +4\ 27,2 + x + 14y$	6
1812	—	20.	6 8,2	$= +1\ 51,8 + x + 15y$	6

Die Berechnung dieser Gleichungen giebt die folgenden Summen der Producte und Quadrate $(nn) = 3867,12$; $(an) = -157,27$; $(aa) = 105$; $(bn) = +3533,0$; $(ba) = -81$; $(bb) = 7677$; woraus man nach vollendeter Elimination die Summe der nach derselben übrig bleibenden Fehlerquadrate $= 2102,95$ erhält, also den wahrscheinlichen Fehler einer Beobachtung $= 6^h 60$ und endlich

$$x = +1^h 1521 \pm 0^h 6462 = +1^h 9'126 \pm 38'77$$
$$y = -0,44805 \pm 0,07557 = -26,883 \pm 4,5343$$

d. h. die Epoche 1797 Oct. 8. $9^h 9'1$ M. Z. Paris $\pm 38'77$
die Periode $7^T 4^h 13' 35''43 \pm 5''335$.

Die Periode ist also allerdings etwas gröſser herausgekommen, als *Wurm* sie gefunden hat, aber immer noch viel geringer, als die aus *Pigotts* und meinen Beobachtungen folgende; vergleicht man die eben gefundene Epoche mit diesen beiden Reihen, so erhält man aus der um 649 Perioden entfernten *Pigott*schen Epoche die Periode $7^T 4^h 14' 3''8$, aus meiner um 2188 Perioden entfernten Epoche $7^T 4^h 13' 51''36$; und endlich giebt die um 1030 Perioden spätere *Westphal*sche Epoche die Periode $7^T 4^h 14' 8''87$. Es scheint also ziemlich sicher, daſs die *Wurm*schen Beobachtungen allein die Periode bedeutend zu klein geben. Ob dieses von Beobachtungsfehlern herrührt, oder ob die Periode variabel ist, dürfte schwer zu entscheiden seyn; mir scheint das letztere wahrscheinlicher, obgleich vermuthlich die Veränderlichkeit in engere Grenzen eingeschlossen seyn wird. Als mittlere Periode wird man wohl annehmen können

1 Periode $= 7^T\ 4^h 13' 50''$
51 Perioden $= 365\ 23\ 45\ 30,0$.

Es ist nun noch übrig, den Verlauf des Lichtwechsels während einer Periode zu untersuchen; ich habe zu dieser Untersuchung auſser dem gröſsten und kleinsten Lichte die Phasen gewählt, da der Stern im Abnehmen sowohl, als im Zunehmen $= \iota$, $= \frac{\iota + \beta}{2}$, $= \beta$ und $= \frac{\beta + \delta}{2}$ ist; da sehr nahe $\beta = \frac{\iota + \delta}{2}$ zu seyn scheint; so sind die Unterschiede der Helligkeiten in zwei aufeinander folgenden dieser Phasen sehr nahe einander gleich; auch wird der Unterschied der Helligkeit beim kleinsten Lichte und bei der Phase $\eta = \iota$ sehr nahe

dieselbe Gröfse haben, während das gröfste Licht ungefähr um die Hälfte derselben von der Phase $\eta = \frac{\beta+\delta}{2}$ abstehen wird. Ich habe nun alle Beobachtungen von *Pigott* und *Goodricke*, die eine der genannten Phasen entweder unmittelbar gaben, oder sich leicht darauf bringen liefsen, auf eine und dieselbe Zeit, nämlich die erste volle Periode im Januar 1785 reducirt, und eben so die meinigen auf die erste Periode im October 1840, endlich auf dieselbe Zeit auch die *Pigott*schen Bestimmungen durch Hinzufügung von 2837 Perioden zu $7^T 4^h 14'$ und der Meridiandifferenz zwischen York und Bonn reducirt, und so die folgende Zusammenstellung erhalten. Ich hätte gewünscht, auch die *Westphal*schen Beobachtungen auf dieselbe Weise behandeln zu können; indefs hat *Westphal* nur β und ι verglichen, und die einzelnen Bestimmungen für dieselben Phasen weichen so sehr von einander ab, dafs ich hierauf verzichten mufste:

Pigott und *G.*	1785			= 1840		Ich		
kl. Licht	Jan. 4.	$16^h 59'1$	(4.5)	Oct. 3.	$3^h 30'$	Oct. 2.	$19^h 42'8$	(4.5)
$\eta = \iota$	— 5.	2 6,0	(3.5)	— 3.	12 37	— 3.	4 15,0	(4.5)
$\eta = \frac{\iota+\beta}{2}$	— 5.	14 9,0	(2)	— 4.	0 40	— 3	———	——
$\eta = \beta$	— 6.	2 18,0	(2)	— 4.	12 49	— 4.	10 5,0	(2.5)
$\eta = \frac{\beta+\delta}{2}$	— 6.	12 30,0	(3)	— 4.	23 1	— 4.	20 27,0	(2)
gr. Licht	— 6.	20 48,4	(2.5)	— 5.	7 19,4	— 5.	2 45,0	(6.5)
$\eta = \frac{\beta+\delta}{2}$	— 7.	———	——	— 5.	———	— 5.	11 57,0	(2)
$\eta = \beta$	— 9.	2 54,0	(3)	— 7.	13 25	— 6.	11 57,0	(6.5)
$\eta = \frac{\beta+\iota}{2}$	—10.	0 6,0	(3)	— 8.	10 37	— 8.	1 21,0	(4)
$\eta = \iota$	—10.	9 12,0	(2.5)	— 8.	19 43	— 9.	4 57,0	(3)

Die in Klammern eingeschlossenen Zahlen bedeuten die Anzahl der Beobachtungen, die zur Ermittelung jeder Phase gedient haben, wobei den weniger zuverlässigen Beobachtungen wieder nur der halbe Werth gegeben ist. Diese Zusammenstellung giebt nun ein neues Mittel, um die Periode im Mittel aus allen Phasen genauer zu bestimmen. Hierzu mufs aber erst der relative Werth der einzelnen Bestimmungen bekannt seyn. Gewifs ist die Zuverlässigkeit, mit der eine Phase durch eine Beobachtung mit dem Werthe = 1 bestimmt wird, für eine jede verschieden, die Anzahl der Beobachtungen ist aber zu gering, um diese Zuverlässigkeit für jede Phase besonders zu ermitteln. Die Phasen bei zunehmendem Lichte mufsten aber nothwendig von denen bei abnehmendem Lichte getrennt werden, weil vorauszusehen war, und sich auch wirklich gezeigt hat, dafs die letztern bei weitem weniger genau sich beobachten lassen. Rechnet man nun die Beobachtungen des gröfsten Lichtes zu denen der Phasen bei steigender Helligkeit, die des kleinsten Lichtes zu den Phasen bei abnehmender Helligkeit, so erhält man die wahrscheinlichen Fehler einer Beobachtung mit dem Werthe = 1:

beim Zunehmen aus *Pigotts* Beobb. $= 3^h 49$, aus meinen $= 2^h 77$
beim Abnehmen ——— ——— $= 6,68$, —— —— $= 6,52$.

Es zeigt sich also, dafs *Pigotts* und meine Beobachtungen gleich sicher sind, und man kann daher die wahrscheinlichen Fehler für beide Reihen gleich, und resp. zu $3^h 094$ und $6^h 585$ ansetzen. Ich nenne nun A den Unterschied zwischen *Pigott* und mir in der mit der Periode $7^T 4^h 14'$ auf dieselbe Zeit reducirten Angabe für die Epoche einer gewissen Phase, d. h. den 2837fachen Ueberschufs der aus dieser Phase folgenden Periode über die zum Grunde gelegte, W den Werth dieses Unterschiedes berechnet nach der Formel $\frac{w \cdot w'}{w+w'} \cdot \left(\frac{a}{\varepsilon}\right)^2$, wo w die Anzahl Beobachtungen bedeutet, die der *Pigott*schen Bestimmung zum Grunde liegen, w' dasselbe für meine Bestimmung, ε den W. F. also resp. $3^h 094$ und $6^h 585$, a aber zu 3^h angenommen ist, so dafs W die Anzahl Beobachtungen mit dem W. F. $= 3^h$ bedeutet, durch die A mit derselben Sicherheit bestimmt wird, als durch die wirklich vorhandenen; endlich setze ich noch $B = W . A$; dann finde ich aus den verschiedenen Phasen

	A	B	W
kleinstes Licht	$= -7^h 47'2$	$= -218'23$	$= 0,4670$
$\eta = \iota$ im Steigen	$= -8$ 22,0	$= -709,83$	$= 1,4140$
$\eta = \frac{\iota+\beta}{2}$ —	———	———	———
$\eta = \beta$ —	$= -2$ 44,0	$= -176,68$	$= 1,0774$
$\eta = \frac{\beta+\delta}{2}$ —	$= -2$ 34,0	$= -179,18$	$= 1,1635$
gröfstes Licht	$= -4$ 34,4	$= -480,39$	$= 1,7507$
$\eta = \frac{\beta+\delta}{2}$ im Fallen	———	———	———
$\eta = \beta$ —	$= -25$ 28,0	$= -650,96$	$= 0,4260$
$\eta = \frac{\beta+\iota}{2}$ —	$= -9$ 16,0	$= -197,82$	$= 0,3558$
$\eta = \iota$ —	$= +9$ 14,0	$= +156,79$	$= 0,2830$

Durch Addition dieser Gröfsen finde ich ferner

$$\Sigma B = -2456''30; \quad \Sigma W = 6{,}9374$$

also endlich im Mittel aus allen Bestimmungen

$$A = -5^h\,54'08 \pm 1^h1390$$

oder die Länge einer Periode

$$= 7^T 4^h\,13'\,52''51 \pm 1''445$$

also wieder fast genau so, als früher im Mittel aus den Epochen des gröfsten und kleinsten Lichtes allein. Das eben gefundene A mufs nun zu allen auf den October 1840 reducirten *Pigott*schen Bestimmungen mit seinem Zeichen hinzugefügt werden, um sie mit den meinigen vergleichen zu können. Diese Vergleichung, so wie das mit Rücksicht auf die Anzahl der Beobachtungen genommene Mittel für jede Phase und dessen Werth $= w + w'$ setze ich hier an

Phase.	*Pigott.*	*Argelander.*	Mittel.	$w+w'$
kleinstes Licht	Oct. 2. 21^h 36'0	Oct. 2. 19^h 42'8	Oct. 2. 20^h 39'4	9,0
$\eta = \iota$	— 3. 6 43,0	— 3. 4 15,0	— 3. 5 42,6	6,0
$\eta = \frac{\iota+\beta}{2}$	— 3. 18 46,0	— 3. ———	— 3. 18 46,0	2,0
$\eta = \beta$	— 4. 6 55,0	— 4. 10 5,0	— 4. 8 40,6	4,5
$\eta = \frac{\beta+\delta}{2}$	— 4. 17 7,0	— 4. 20 27,0	— 4. 18 27,0	5,0
gröfstes Licht	— 5. 1 25,3	— 5. 2 45,0	— 5. 2 22,9	9,0
$\eta = \frac{\beta+\delta}{2}$	— 5. ———	— 5. 11 57,0	— 5. 11 57,0	2,0
$\eta = \beta$	— 7. 7 31,0	— 6. 11 57,0	— 6. 18 7,8	9,5
$\eta = \frac{\beta+\iota}{2}$	— 8. 4 43,0	— 8. 1 21,0	— 8. 2 47,6	7,0
$\eta = \iota$	— 8. 13 49,0	— 9. 4 57,0	— 8. 22 4,3	5,5

Die Uebereinstimmung ist, mit Ausnahme der abnehmenden Phase $\eta = \beta$, überall so gut, als man es nur erwarten kann; denn auch die ziemlich bedeutende Differenz bei der abnehmenden Phase $\eta = \iota$ kann bei ihrem geringen Werthe nicht auffallen. Aber jene Differenz bei $\eta = \beta$ übertrifft die wahrscheinliche mehr als viermal; sie ist nämlich $= 19^h\,34'$ und sollte nach den oben angegebenen wahren Werthen der Wahrscheinlichkeit gemäfs nur seyn $3^h : \sqrt{0{,}4260} = 4^h\,35'8$. Die einzelnen Bestimmungen stimmen sehr gut überein, und nur eine von meinen Beobachtungen mit halbem Werthe giebt ein etwas gröfseres Resultat, als die beiden frühesten *Pigott*schen, die beide nur halben Werth haben. Es scheint mir daher nicht unwahrscheinlich, dafs dieser grofse Unterschied in einer wirklichen Lichtänderung seinen Grund hat; ob aber β seit *Pigotts* Zeiten heller geworden ist, oder η jetzt rascher vom gröfsten Lichte bis zur Gleichheit mit β abnimmt, können wohl erst spätere Beobachtungen entscheiden. Mittlerweile mufs man wohl die Lichtveränderung so annehmen, wie sie im Mittel aus beiden Reihen folgt, und wie die folgende Uebersicht sie zeigt. In derselben ist das gröfste Licht, als die am genauesten bestimmte Phase auf 0^h gesetzt, die wahrscheinlichen Fehler sind nach der Formel $\sqrt{(\epsilon^2 + \varepsilon^2)}$ berechnet, wo ϵ den W. F. in der Bestimmung des gröfsten Lichtes, ε den der Phase bezeichnet; die Gröfsen sind aus ungefährer Schätzung angenommen.

0^h 0'	———	$\eta = < \delta$	3.4^m	gröfstes Licht
9 34	$\pm 4^h 46'$	$\eta = \frac{\delta+\beta}{2}$	3.4	
39 45	± 2 22	$\eta = \beta$	4	
72 25	± 2 48	$\eta = \frac{\iota+\beta}{2}$	4	
91 41	± 3 0	$\eta = \iota$	4.5	
118 30	± 2 25	$\eta : < \iota$	4.5 oder 5.4	kleinstes Licht.
127 32	± 1 38	$\eta = \iota$	4.5	
140 37	± 2 25	$\eta = \frac{\iota+\beta}{2}$	4	
154 32	± 1 47	$\eta = \beta$	4	
164 18	± 1 44	$\eta = \frac{\beta+\delta}{2}$	3.4	
172 14	———	$\eta = < \delta$	3.4	gröfstes Licht.

(Der Beschlufs folgt.)

Inhalt.

Altona 1841. Feburar 25.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N°. 417.

Beobachtungen einiger veränderlichen Sterne im Jahre 1840.

Von Herrn Professor *Argelander*.

(Beschlufs.)

Der Stern nimmt hiernach in 118¼ Stunden vom gröfsten zum kleinsten Lichte ab, und in 53¾ Stunden von diesem zu jenem wieder zu; er ist im gröfsten Lichte, d. h. heller als $\frac{\beta+\delta}{2}$, 17½ Stunden, im kleinsten, d. h. kleiner als ι, nahe 36 Stunden; die Zeit der Zunahme verhält sich zur Zeit der Abnahme nahe wie 5 : 11, die des gröfsten zu der des kleinsten Lichtes nahe wie 1 : 2, wobei aber, wie schon früher erwähnt, zu bemerken ist, dafs der Unterschied der Helligkeit im wahren kleinsten Lichte von ι gröfser ist, als der Unterschied des gröfsten Lichtes von der Helligkeit $= \frac{\beta+\delta}{2}$. Künftighin werde ich auf μ mehr Rücksicht nehmen, und dadurch die Unsicherheit des kleinsten Lichts hoffentlich in engere Gränzen einschliefsen können.

Schliefslich mufs ich noch erwähnen, dafs ich auf *Westphals* eigene Berechnung des gröfsten und kleinsten Lichtes aus seinen Beobachtungen, die er in einem eigenen Schriftchen: „Naturwissenschaftliche Abhandlungen, 1s Heft" in den neuesten Schriften der naturforschenden Gesellschaft zu Danzig Heft II. Danzig 1820. 4to, mitgetheilt hat, aus dem Grunde keine Rücksicht habe nehmen können, weil aus der Vergleichung mit den Beobachtungen selbst hervorgeht, dafs die Berechnung nicht ohne Präoccupation gemacht sey.

3. β Persei, Algol.

Das kleinste Licht des Algol habe ich im verflossenen Jahre achtmal vollständig beobachtet; einige andere male fing ich die Beobachtungen erst an, als das kleinste Licht schon vorbei war, sie können höchstens eine Gränze geben, und ich führe sie daher nicht an. Bei jedem beobachteten kleinsten Lichte wurden eine Menge Vergleichungen, oft 30 bis 40, immer über 20, mit den umliegenden Sternen, und besonders häufig in der nächsten Umgebung des kleinsten Lichts die Vergleichungen mit ρ Persei und α Trianguli angestellt; es würde zu weitläuftig seyn, alle diese einzeln anzugeben, auch glaube ich, dafs bei diesen Beobachtungen nur der Beobachter selbst im Stande ist, den wahren Moment des kleinsten Lichtes anzugeben, indem es nicht gut möglich ist, die kleinen Nuancirungen des Lichtwechsels alle schriftlich anzugeben, und die Erinnerung hier die beste Hülfe gewähren mufs. Ich habe daher auch jedesmal, nachdem das kleinste Licht unbestreitbar vorüber war, die Vergleichungen aber noch fortdauerten, die Zeit angegeben, die ich für die Mitte des kleinsten Lichtes hielt, und hieran später nichts geändert. Hier nun die Beobachtungen und ihre Vergleichung mit *Wurms* neuesten Elementen (Astronom. Jahrb. 1822. p. 120), nämlich Epoche 1800 Jan. 1. 17^h 54′ M. Z. Paris, Periode 2^T 20^h 48′ 58″50 mit Rücksicht auf die Lichtgleichung (Astr. Jahrb. 1804. p. 152.)

1840 Febr. 22. 11^h 26′4 M. Z. Bonn = 11^h 7′3 M. Z. Paris. Dauer des kleinsten Lichtes 21′; kleinstes Licht = $>$ ρ.
Wurms Elemente 11^h 23′ 10″5 + 8′ 51″5; Corr. — 24″7.

Febr. 25. 8^h 21′3 M. Z. Bonn = 8^h 2′2 M. Z. Paris. Dauer des kleinsten Lichtes 19′; kleinstes Licht = $>$: ρ.
Wurms Elemente 8^h 12′ 9″ + 9′ 14″; Corr. — 19′2.

März 19. 6^h 57′8 M. Z. Bonn = 6^h 38′7 M. Z. Paris. Dauer des kleinsten Lichtes etwa 20′; kleinstes Licht = $\gtrsim$ ρ.
Wurms Elemente 6^h 43′ 57″ + 11′ 59″; Corr. — 17′2.

Sept. 1. 14^h 17′8 M. Z. Bonn = 13^h 58′7 M. Z. Paris. Dauer des kleinsten Lichtes 10′; kleinstes Licht $>$: bis : $>$ ρ.
Wurms Elemente 14^h 4′ 30″ + 5′ 33″; Corr. — 11′3.

Sept. 27. 9^h 37′4 M. Z. Bonn = 9^h 18′3 M. Z. Paris. Dauer des kleinsten Lichtes 7′; kleinstes Licht : $<$ ρ.
Wurms Elemente 9^h 25′ 16″5 + 2′ 37′5, Corr. — 9′6. Diese Beobachtung ist etwas unsicher, weil der Stern ziemlich lange nach dem kleinsten Lichte noch = bis = $>$ ρ blieb.

1840 Oct. 17. $11^h\ 1'7$ M. Z. Bonn $=$ $10^h\ 42'6$ M. Z. Paris. Dauer des kleinsten Lichtes $10'$; kleinstes Licht $>$: bis $: > \rho$, $: < \alpha$ Trianguli.
Wurms Elemente $11^h\ 8'\ 6'' + 0'\ 59''$;
Corr. $-\ 26'5$. Der Stern war schon im kleinsten Lichte, als die Beobachtungen um $10^h\ 57'$ anfingen.

Dec. 19. $13^h\ 24'7$ M. Z. Bonn $=$ $13^h\ 5'6$ M. Z. Paris. Dauer des kleinsten Lichtes $14'$; kleinstes Licht $= >$ bis $> : \rho$.
Wurms Elemente $13^h\ 5'\ 33'' + 1'\ 21''$;
Corr. $-\ 1'3$.

Dec. 22. $10^h\ 18'9$ M. Z. Bonn $=$ $9^h\ 59'8$ M. Z. Paris. Dauer d. kleinst. Lichtes $19'$; kleinstes Licht $> : \rho$.
Wurms Elemente $9^h\ 54'\ 31''5 + 1'\ 34''5$;
Corr. $+\ 3'7$.

Man sieht, dafs die *Wurms*che Periode im Ganzen sehr genau bestimmt ist, da die Correction im Mittel nur $-13'\ 16''$ ist, die auf die ungefähr 5160 seit 1800 Jan. 1 verflossenen Perioden vertheilt, eine einzelne nur um $-0''154$ ändern würde. Auch die Abweichungen von diesem Mittel sind, obgleich Oct. 17 und Dec. 22 ziemlich bedeutend, doch wohl nicht grösser, als man sie bei so schwierigen Beobachtungen erwarten darf. Indefs erwecken die Umstände bei den Beobachtungen Oct. 17 und Dec. 19 die Vermuthung, dafs die Periode wirklich variabel sey. Bei der ersten ist schon oben bemerkt, dafs der Stern bei ihrem Anfange schon im kleinsten Lichte war; die Mitte desselben könnte daher möglicher Weise früher gefallen sein, aber nicht leicht später; $15'$ nach der angenommenen Mitte des kleinsten Lichtes erschien der Stern schon $> + \rho$. $> : \alpha$ Trianguli, sehr nahe in der Mitte zwischen ρ Persei und β Trianguli, und $25'$ später näher an β als an α Trianguli; die Helligkeitszunahme war also schon so bedeutend, dafs an eine Täuschung nicht zu denken ist. Eben so wenig läfst sich aber Dec. 19 das kleinste Licht so weit vorschieben, dafs es mit den anderen Beobachtungen in Uebereinstimmung käme, und ich habe gerade diese Beobachtung als besonders gut gelungen bezeichnet. Daher möchte ich wohl glauben, dafs auch Algols Lichtperiode nicht ganz constant sey. Sehr interessant wäre es, wenn mehrere Beobachter, und namentlich an verschiedenen Orten, dieselbe Epoche des kleinsten Lichtes beobachteten, damit man aus den Unterschieden ihrer Angaben auf die möglich zu begehenden Fehler bei solchen Schätzungen schliefsen könnte.

4. β Lyrae.

γ Lyrae hell 3.4^m; ε....4^m; δ und ζ....4.5^m; ν....5.6^m.

Sept. 27. 8^h. β sehr schwach, $+ < \varepsilon$, $: < \delta$ und ζ, $> + \nu$.
— 29. $8^h\ 30'$. $\beta > + \varepsilon$, $= > \gamma$.
— 30. 12^h. $\beta > + \varepsilon$, $= \gamma$.
Oct. 7. 11^h. $\beta = \gamma$, vielleicht nur $= < \gamma$.
— 8. 9^h. $\beta > + \varepsilon$, $= > \gamma$.
— 9. 12^h. $\beta + < \gamma$, $: < \varepsilon$, $= > \delta$, $> : \zeta$.
— 10. 10^h. $\beta < + \gamma$, $: < \varepsilon$, $= \delta$ und ζ, von denen heute bald der eine, bald der andere heller erschien.
— 11. 11^h. $\beta + < \gamma$, $: > \delta$ und ζ, $> : \varepsilon$. Mondschein und dunstige Luft.
— 12. $6^h\ 30'$. $\beta > + \varepsilon$, $: < \gamma$; $9^h\ 30'$. $\beta = \gamma$ vielleicht sogar $= > \gamma$.
— 13. 9^h. $\beta : < \gamma$, $> + \varepsilon$, $+ > \zeta$ und δ.
— 17. 7^h. $\beta < \gamma$; genauere Beobachtungen verhinderten Dünste. $8^h\ 30'$. $\beta + < \gamma$, $> + \varepsilon$, $= > \frac{\gamma + \varepsilon}{2}$, $> : \frac{\gamma + \delta}{2}$ und $\frac{\gamma + \zeta}{2}$.
— 21. $6^h\ 30'$. $\beta : <$ bis $< : \gamma$, $+ >$ die andern; nicht sehr klar.
— 24. 8^h. $\beta < : \gamma$, $> +$ die andern, $> \frac{\gamma + \varepsilon}{2}$.
Nov. 9. 6^h. $\beta : < \gamma$, $> + \varepsilon$, $+ > \delta$ und ζ.
— 15. 6^h. $\beta = \gamma$, $+ >$ die andern.
— 25. 6^h. $\beta < : \gamma$, $: > \varepsilon$, $\doteq > \frac{\gamma + \varepsilon}{2}$.
— 26. 6^h. $\beta = < \gamma$, $> + \varepsilon$.
— 27. 7^h. $\beta = > \gamma$.
— 28. 7^h. $\beta < =$ bis $: < \gamma$.
Dec. 13. $6^h\ 30'$. $\beta < + \gamma$, $: < \varepsilon$, $= > \zeta$, $> : \delta$.
— 14. $6^h\ 30'$. $\beta = > \varepsilon$, $> : \zeta$, $: > \delta$.
— 15. 6^h. $\beta : < \gamma$, $: > \varepsilon$, $: > \zeta$, $> + \delta$.
— 16. $6^h\ 15'$. $\beta > : \gamma$, $+ >$ die andern.
— 17. 6^h. $\beta = \gamma$, $> +$ die andern.

Um aus diesen Beobachtungen die Epochen des gröfsten und kleinsten Lichtes herzuleiten, habe ich nach *Westphals* Untersuchungen in seinen naturwissenschaftlichen Abhandlungen angenommen, dafs die Lichtzunahme im Verhältnifs von 11 : 12 rascher vor sich geht, als die Lichtabnahme, und habe auch bei der Reduction auf die Mitte des Octobers die *Westphal*sche Periode, nämlich $6^T\ 10^h\ 35'$, zum Grunde gelegt; ich erhielt so folgende Epochen des gröfsten Lichtes:

1840 Sept. 29.	20^h	reducirt	Oct. 19. $3^h 45'$
Oct. 7.	22^h	——	— 20. 19 10
— 12.	19^h	——	— 19. 5 35
Nov. 27.	3^h	——	— 19. 11 30
Dec. 16.	7^h	——	— 19. 7 45
im Mittel Epoche des gröfsten Lichtes			Oct. 19. $14^h 21'$

für das kleinste Licht erhielt ich

1840 Sept. 27.	8^h	reducirt	Oct. 16. $15^h 45'$
Oct. 10.	2^h	——	—— 12 35
Dec. 13.	15^h	——	—— 15 45
im Mittel Epoche des kleinsten Lichtes			Oct. 16. $14^h 42'$

Der Unterschied zwischen der Epoche des kleinsten und größten Lichtes ist fast genau derselbe, den *Westphal* gefunden hat; ich glaube aber, daſs man für das gröſste Licht die Beobachtung Oct. 7 ausschlieſsen müsse; dann würde das Mittel werden Oct. 19. $7^h 9'$, und die Lichtzunahme würde bedeutend rascher erfolgen, als die Lichtabnahme. Doch müssen hierüber weitere Beobachtungen entscheiden, die denn auch erlauben werden, über den Verlauf des Lichtwechsels etwas genaueres anzugeben, und die Periode durch Anknüpfung meiner Beobachtungen an *Goodrickes* und *Westphals* in engere Gränzen einzuschlieſsen. Bis jetzt ist sie noch nicht mit der Sicherheit bekannt, daſs man über die Anzahl der seit *Westphals* Zeit verflossenen Perioden etwas genaues bestimmen könnte. Wollte man 1323 dafür annehmen, so würde die Periode aus *Westphals* und meinen Beobachtungen $= 6^T 10^h 34' 56''$ folgen; die Beobachtungen des nächsten Jahres werden hierüber hoffentlich entscheiden.

5. δ Cephei.

ζ Cephei....4.3^m; ι....4^m; ε....5.4; 7 Lacertæ 4^m.

Sept. 27. $8^h 30'$. δ < : ζ. > : ι, > + ε, = 7 Lacertæ.
— 29. $8^h 30'$. δ + < ζ, < : 7 Lacertæ, = ε.
— 30. $11^h 30'$. δ < + ζ, + < ι und 7 Lacertæ, > : ε.
Oct. 7. 11^h. δ = < ζ, > : ι und 7 Lacertæ.
— 8. 9^h. δ < ζ und ι, > : 7 Lacertæ.
— 9. 12^h. δ + < ζ, < : bis + < ι, : < 7 Lacertæ, > : ε, näher an ε als an 7 Lacertæ.
— 10. 10^h. δ = ε, < + ζ, ι und 7 Lacertæ.
— 11. 11^h. δ = < ε.
— 12. $6^h 30'$. δ = ζ und ι, die mir gleich hell erschienen, > + 7 Lacertæ; $9^h 30'$. δ < ζ, = ι.
— 13. $9^h 30'$. δ < : ζ, : < ι, = > 7 Lacertæ.
— 17. $8^h 30'$. δ < : ζ, > + ε, > : $\frac{\zeta+\varepsilon}{2}$, : < ι, = < 7 Lacertæ.
— 24. 8^h. δ = < ζ, < ι, > : 7 Lacertæ.
Nov. 4. 14^h. δ + < ζ, ι und 7 Lacertæ, = ε.
— 9. 6^h. δ : < ζ, > + ε, = < ι, = > 7 Lacertæ.
— 25. 8^h. δ. < ζ und ι, = < 7 Lacertæ.
— 26. 11^h. δ < : ζ bis + < ζ, < : ι, < : bis : < 7 Lacertæ, > : ε, < $\frac{\zeta+\varepsilon}{2}$, = > $\frac{\iota+\varepsilon}{2}$.
Nov. 27. 7^h. δ + < ζ, < : ι, > : ε.
— 28. 7^h. δ = > ε, + < ζ und ι.
Dec. 13. $6^h 30'$. < + ζ, + < ι, > : ε.
— 14. $6^h 30'$ δ = < ε.
— 15. 6^h. δ : > ε bis > + ε, < : ζ, < : ι, : < 7 Lacertæ, > : $\frac{\zeta+\varepsilon}{2}$.
— 16. 6^h. δ = ζ, > : ι, : > 7 Lacertæ.
— 17. δ < : ζ bis + < ζ, : > bis > + ε, : < ι, < = 7 Lacertæ, etwa = $\frac{\varepsilon+\zeta}{2}$.

Um aus diesen Beobachtungen das gröſste und kleinste Licht zu berechnen, habe ich angenommen, daſs die Dauer der Lichtzunahme sich zu der der Lichtabnahme verhalte wie 5 : 13. Dies ist das Verhältniſs, welches *Westphal* aus seinen Beobachtungen berechnet hat; nach *Goodricke* würde es etwas geringer, nach meinen Beobachtungen sogar noch stärker seyn; um alle Bestimmungen auf dieselbe Epoche zu bringen, habe ich die Periode zu $5^T 8^h 47' 34''$ angenommen; die Beobachtungen geben aber nur folgende wenige Bestimmungen:

gröſstes Licht 1840	Oct. 12. $6^h 5$	reducirt Nov. 2.	$17^h 40'$ $w = \frac{1}{2}$
	Dec. 15. 21^h	—— —— 2.	22 40
im Mittel gröſstes Licht.....1840		Nov. 2.	$21^h 0'$ $w = 1{,}5$
kleinstes Licht 1840	Sept. 30. 2^h	reducirt Nov. 1.	$6^h 45$
	Oct. 11. 5	—— —— 1.	16 10
	Dec. 14. 12	—— —— 1.	13 40
im Mittel kleinstes Licht.....1840		Nov. 1.	$12^h 12'$ $w = 3$

Um diese Epochen mit den von *Westphal* aus seinen eigenen und *Goodrickes* Beobachtungen hergeleiteten in Uebereinstimmung zu bringen, muſs man zwischen den Epochen von *Goodricke* und *Westphal* 2222, zwischen *Westphals* und meinen Epochen 1591 Perioden annehmen; dann wird die Periode resp. $5^T 8^h 47' 45''6$ und $5^T 8^h 47' 20''4$. Wollte man die Anzahl um eins vermehren oder vermindern, so würde die Periode zu bedeutend von den aus *Goodrickes* oder *Westphals* Beobachtungen allein abgeleiteten Werthen abweichen; das Mittel wird also einstweilen als nahezu richtig angenommen werden müssen.

Fr. Argelander.

Sternbedeckungen und Jupiterstrabanten-Verfinsterungen beobachtet in Bonn von Herrn Professor *Argelander*.

Die Zeit wurde entweder aus absoluten Sternhöhen, oder aus Durchgängen von Sternen meines Catalogs durch den Vertical des Polaris abgeleitet, und die mittlere Zeit vermittelst der Angaben des *Encke*schen Jahrbuches aus der Sternzeit berechnet. Die Beobachtungen geschahen Anfangs an einem astronomischen Theodoliten, seit dem Herbste 1839 an einem

Universalinstrumente, beide von *Ertel*. Die Buchstaben der Beobachter bedeuten: *v. R.* Herr Professor *v. Riese*, *L.* Herr Doctor *Lundahl*, *K.* Herr *Kysaeus*; Beobachtungen ohne Buchstaben sind von mir. Die Polhöhe des Beobachtungsortes ist nach zahlreichen Untersuchungen des Herrn Dr. *Lundahl*, die derselbe in seiner Inauguraldissertation: de altitudine poli Bonnensi, Helsingforsiae 1840. 4to, bekannt gemacht hat, 50° 44′ 9″1; die Länge nehme ich zu 25′ 8″5 in Zeit westlich von Berlin an.

1838.		M. Z.	
Nov. 25.	Immers. 7.8^m. 50° vom nördl. Horn.	4^h 50′ 53″3	
	Immers. 6.7^m. nahe dem nördl. Horn	8 4 42,8	
		L und *K.* + 0,3	
Dec. 21.	Immers. 9^m. 30° vom südl. Horn	7 0 51,4	
	L + 3″6 *K* + 5″6.		
	Immers. 9^m. 75° vom nördl. Horn	7 10 56,4	
	Immers. 9^m. mitten in den Mond	7 32 29,3	*K.*
Dec. 22.	Immers. h^3 Aquarii	6 21 19,3	
		K − 0″4	
	Immers. h^4 Aquarii	7 13 12,8	
1839.		*K* + 0″6	
April 17.	Immers.	9 58 55,5	
Aug. 25.	Immers. φ Aquarii............	8 51 44,9	zu früh.
		K + 2″3	gut.
Oct. 19.	Immers. φ Aquarii	5 36 40,7	sehr gut.
Dec. 11.	Immers. δ Capr.	3 25 13,5	*K.* gut.

1840.		M. Z.	
Januar 13.	Immers. μ Arietis	7^h 55′ 4″5	plötzlich.
—— 14.	Immers. Plejaden	9 14 57,2	*v. R.*
		9 27 17,6	*K.*
	Asterope I.	9 34 22,5	
		9 35 54,2	*v. R.*
	Asterope II.	9 40 28,5	
März 16.	Immers. 56 Leonis	7 31 24,9	
		L + 0″6	

Die Beobachtung geschah durch dünnes Gewölk, das den Stern nur schwach durchscheinen liefs, wir halten sie doch für sicher.

		M. Z.	
April 11.	Immers. ν Leonis.........	10^h 31′ 37″5	plötzlich.
		K − 0,2	ebenso.
Dec. 13.	Immers. A Leonis.........	10 4 29,7	zweifelhaft.
		K 0,0	
	Emers. A Leonis	10 18 45,5	plötzlich.
		K ÷ 0,5	ebenso.

1839.		M. Z.	
März 11.	Immers des 1sten Jup.-Trab.	11^h 52′ 3″6	4f. Fr.
Mai 28.	Emers. des 1sten Trabanten	10 55 47,3	30z. Fr.
		43,8	*L.* Doll.
		52,2	*K* 4f. Fr.
Juli 6.	Emers. des 1sten Trabanten	9 25 37,9	
		32,4	*v. R.*
	Immers. des 3ten Trabanten	9 50 5,3	
		6,3	*K.*

Fr. Argelander.

Beweise der beiden ersten Haupttheoreme der Dioptrik.

Von Herrn *Thomas Clausen*.

(Hiebei eine Kupfertafel.)

1. Es seien eine Reihe Linsen, deren Krümmungsmittelpuncte in der Axe *AB* Fig. 1 liegen. Ein Strahl $\mu' P'$, der von der Seite *B* einfällt, gelange, nachdem er durch alle Linsen gegangen, durch *P* nach μ. Die Neigung des einfallenden Strahls mit der Axe sei w' auf der Seite $F'\mu'$ positiv. auf der entgegensetzten Seite negativ. Die Neigung des ausfahrenden Strahls w, positiv auf der Seite $F\mu$, negativ auf der entgegengesetzten. Die Brennpuncte, oder der Ort der Bilder unendlich weit entfernter Gegenstände in der Axe seien in *F* und *F′*. Das Bild eines unendlich weit entfernten Puncts in der Ebene $\mu' P' P \mu$ fällt in der auf die Axe senkrechten Grade $F\mu$, insofern man die Abweichung wegen der Gestalt und die zweiten und höhern Potenzen der Gröfsen $F\mu$, w, $F'\mu'$, w' vernachlässigt, und die Entfernung des Bildes von der Axe $F\mu$ ist dem Winkel der parallelen Strahlen mit der Axe proportional. Sei daher, wenn dieser Winkel w' ist, das Bild des unendlich weit entfernten Punctes in μ, und

$$F\mu = fw'$$

f constant und positiv, wenn das Bild aufrecht ist, im umgekehrten Falle negativ. Eben so sei das Bild eines auf der andern Seite unendlich weit entfernten Puncts in derselben Ebene in μ', der Winkel der parallelen Strahlen mit der Axe w, und

$$F'\mu' = f'w$$

f′ eben so constant und positiv für aufrechte Bilder.

Man sieht leicht, dafs das Bild eines Objectes in *P′* in *P* sein mufs, da die beiden *BP* und $\mu' P'$, und also alle übrigen von *P′* ausgehende Strahlen sich in *P* wieder vereinigen. Seien die Entfernungen des Bildes und Objects von ihren resp. Brennpuncten a, a' positiv nach der Seite des resp. andern Brennpuncts, negativ nach der andern Seite, so ist

$$\left.\begin{aligned} F\mu &= aw = fw' \\ F'\mu' &= a'w' = f'w \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Multiplicirt man diese beiden Gleichungen in einander, so findet man:

(2)..................$aa' = ff'$

Der erste Satz: **Das Product der Entfernungen des Bildes und des Objects von ihren resp. Brennpuncten ist eine constante Gröſse.**

2. Verbindet man zwei solche Systeme auf eine Axe Fig. 2, von denen die Brennpuncte des ersten in F und F' mit den resp. die Gröſse der Focalbilder bestimmenden Constanten f, f' haben, und das zweite die Brennpuncte in F'' und F''' mit den Constanten f'', f''': so findet man die Brennpuncte des verbundenen Systems F, F' und ihre resp. Constanten φ und φ' folgendermaaſsen:

Nach der Formel (2) ist, da das Bild unendlich entfernter Gegenstände durch das erste System in F' ist, von dem wieder ein Bild im Brennpuncte F' des vereinten Systems entsteht,

(3)............ $\begin{cases} F'''\mathrm{F}'.\,F'F'' = f''f''' & \text{eben so} \\ \mathrm{F}\;F\;.\,F'F'' = ff'. \end{cases}$

Ein mit der Axe paralleler Strahl $\mu'\mu''$ zwischen beiden Systemen, nach dem Austritt aus dem einen, und vor dem Eintritt in das andere, durchschneidet die Axe in den Brennpuncten F und F'''. Nennt man m und und m' die resp. Winkel desselben mit der Axe, und bemerkt daſs μ' das Bild eines unendlich weit entfernten Punctes ist, dessen parallele Strahlen also alle mit der Axe den Winkel m bilden; und μ'' das Bild eines unendlich weit entfernten Puncts ist, dessen Strahlen in der Richtung $M'F''$ einfallen; so hat man nach den Bezeichnungen von Art. 1

$$F'\mu' = f'm; \qquad F''\mu'' = f''m'$$

oder da $\quad F'\mu' = F''\mu''$ is; $f'm = f''m'$.

folglich $\quad \mathrm{F}M = \mathrm{F}F.m = \dfrac{f.f'.m}{F'.F''}$

(4)............ $= \dfrac{f.f''m'}{F'F''}$

und $\quad F'''M' = F'''\mathrm{F}'.m' = \dfrac{f''.f'''m'}{F'F''}$

(5)............ $= \dfrac{ff'''.m}{F'F''}$

also

(6)...........$\varphi = \dfrac{f.f''}{F'F''}; \quad \varphi' = \dfrac{f'f'''}{F'F''}$

$F'F''$ ist positiv zu nehmen, wenn F'' in der verlängerten Linie FF' fällt, negativ, wenn er zwischen beiden Puncten liegt.

3. Betrachten wir jetzt den Werth dieser Gröſsen für eine einzelne Kugelfläche, deren Halbmesser r und Brechungsverhältniſs n ist; so finden wir die Entfernung des Brennpuncts F von dem Puncte E um $\dfrac{r}{n-1}$ entfernt; die Entfernung des andern Brennpuncts von demselben Puncte $\dfrac{nr}{n-1}$, folglich

$$F\mu = \frac{r.m}{n-1}; \quad F'\mu' = \frac{n.r.m'}{n-1};$$

Es ist aber $nm' = -m$ folglich

$$F\mu = -\frac{rnm'}{n-1}; \quad F'\mu' = -\frac{rm}{n-1}$$

also nach den Bezeichnungen Art. 1

$$f = -\frac{rn}{n-1}; \quad f' = -\frac{r}{n-1} \;\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Für die zweite Fläche des Glases ist:

$$f'' = -\frac{r'}{n-1}; \quad f''' = -\frac{nr'}{n-1} \;\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

wenn r' der zweite Krümmungshalbmesser ist. Demnach ist für die Linse nach (6)

$$\varphi = \frac{rr'n}{F'F''.(n-1)^2}; \quad \varphi' = \frac{nrr'}{(n-1)^2.F'F''} \quad \text{oder}$$

$$\varphi = \varphi' \;\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

Diese Gröſsen bleiben sich demnach nach (6) für zwei und also für jede beliebige Anzahl von Linsen gleich, oder: **die Gröſse und Stellung des Bildes astronomischer Gegenstände durch ein beliebiges System von Linsen ist in beiden Brennpuncten gleich.**

4. Durch diesen wichtigen von *Möbius* gefundenen zweiten Hauptsatz verwandelt sich die Gleichung (2) in

$$aa' = ff \;\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

Die Gröſsen a, a' sind demnach beide zugleich positiv oder negativ, oder Bild und Object liegen beide innerhalb, oder beide zugleich auſserhalb der Brennpuncte.

Die Formel (10) läſst sich auch so umformen:

$$\{(a-f)+f\}\,\{(a'-f)+f\} = ff$$
$$(a-f)(a'-f)+f\{(a-f)+(a'-f)\} = 0$$
$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{a-f} + \frac{1}{a'+f} \;\ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

oder indem man f in $-f$ verwandelt, wodurch der Ausdruck (10) sich nicht ändert,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a+f} + \frac{1}{a'+f} \;\ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

5. Diese zweite Haupteigenschaft der Linsensysteme, daſs $f=f'$ ist Art. 1 macht es möglich, die Gröſsen der Bilder astronomischer Gegenstände mit aller Schärfe zu bestimmen (in sofern man die zweiten und höhern Potenzen des Winkels vernachlässigt). Hat man nämlich ein Bild und Object

A und B, wenn ein gegebener Punct des auf eine getheilte Scale verschiebbare Linsensystem sich in d und d' befindet, und ist D der Ort desselben Puncts, wenn das Bild unendlich weit entfernter Gegenstände sich in dem Orte des Bildes A befindet, so sind $d-D$ und $d'-D$ die beiden Entfernungen des Bildes von seinem Brennpuncte; $x-d$ und $x-d'$ die resp. Entfernungen des Objects B von seinem Brennpuncte also (10):

$$ff = (d-D)(x-d)$$
$$ff = (d'-D)(x-d')$$

woraus man leicht

$$ff = (d-D)(d'-D)$$

findet.

6. Sind $P\pi = da$ und $P'\pi' = da'$ die gleichzeitig statt finden, so entsteht von dem Puncte v' in v ein Bild. Die Größe des Objects verhält sich demnach zur Größe des Bildes wie $\pi'v'$ zu πv, oder wie $da'.w' : da.w$. Da $aa' = ff'$ ist, so wird $a\,da' = -a'da$, und da (1) $aw = fw'$; $a'w' = f.w$; das Verhältniß des Objects zum Bilde $aa'da'w' : aa'da.w = a'w' : -aw = a' : -f = f : -a$.

Th. Clausen.

Schreiben des Herrn Professors *Encke*, Directors der Berliner Sternwarte, an den Herausgeber.

Berlin 1840. Januar 20.

Den Cometen haben wir noch vor zwei Stunden wie ich glaube gut beobachtet, doch wird es wahrscheinlich das letztemal gewesen seyn. Er ist sehr schwach. Vielleicht wird es bei diesem längere Zeit sichtbaren Cometen eine nicht parabolische Bahn geben. Wenigstens ließen sich 3 Beobachtungen vom 27sten Octbr., 20sten Novbr. und 26sten Decbr. in eine Parabel nicht vereinigen, ohne bei der mittleren, wenn die äußersten dargestellt werden, einen Fehler von $+2'28''8$ in Länge und $+5''5$ in Breite zu geben. Wenn nun auch wegen der starken Breite der Fehler in Länge auf $+60''7$ des größten Kreises herabkommt und sich bei Vertheilung auf alle drei Beobachtungen beträchtlich verringern wird, so glaube ich doch, daß die übrigbleibenden Fehler verhältnißmäßig zu groß bleiben, weil die AR. sich genauer beobachten läßt, als daß man ihren Fehler mit $\cos\delta$ multipliciren dürfte. Die neuen Elemente waren

Durchgang	Nov. 14,02363 Berl. m. Zt.	
π	22° 29′ 13″2	M. Aeq. 1841
☊	248 41 50,0	
i	58 16 6,8	
log q	0,172374. Rechtläufig.	

Sie sind sehr wenig von den früheren verschieden.

Encke.

Positionen des 4ten Cometen von 1840 hergeleitet aus den Bonner Beobachtungen.

Von Herrn Professor *Argelander*.

Die Beobachtungen wurden an dem Ringmicrometer eines 4füßigen Fraunhofer angestellt, und mit gehöriger Rücksicht auf die eigene Bewegung des Cometen, und wo es nöthig war, auf die Refractionsdifferenz reducirt. Die Sternpositionen wurden mit den in der Einleitung zu meinem Cataloge von 560 Sternen gegebenen Daten, auf den *Bessel*schen Fundamentalcatalog für die geraden Aufsteigungen, für die Declinationen auf die Lage des Aequators, wie sie mein Catalog annimmt, reducirt. Die mit K bezeichneten sind von Herrn *Kysaeus*. N und S bedeutet, daß der Comet beim Durchgange durch das Feld des Micrometers nördlich oder südlich vom Mittelpuncte war; wenn es anging, wurden immer eine gleiche Anzahl nördlicher und südlicher Durchgänge beobachtet, und dann das Mittel genommen.

1840.	M. Z.			Beob.		
	h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″			
Nov. 8.	9 14 20,9	———	+60 26 31,2	2	b.	NS.
	9 19 18,9	297 11 49,8	———	3	b.	NS.
Nov. 9.	7 49 38,0	———	+60 19 17,7	4	c.d.	NS.
	7 54 38,1	298 47 16,8	———	6	c.d.	NS.
— 12.	8 16 56,8	304 4 11,1	+59 49 0,3	10	e.	NS.
— 14.	10 7 14,6	307 52 7,1	———	6	g.	NS.
	10 12 25,0	———	+59 20 41,3	6	g.	NS.
— 17.	11 2 25,4	313 36 37,9	+58 26 53,2	10	i.k.	NS.
— 20.	10 42 59,2	319 23 1,8	+57 18 17,6	6	m.n.	NS.
— 25.	10 38 25,2	329 2 57,8	+54 45 48,1	5	o	N.
	11 20 13,2	329 6 6,9	———	4 }	p.pr.seq.	
	11 55 44,2	———	+54 44 10,7	3 }		S.
— 26.	8 37 14,0	330 47 9,6	+54 12 31,7	5	o.	S.
	10 34 7,8	330 56 13,6	+54 9 42,3	5	q.	N.
— 27.	8 53 21,3	332 41 3,5	+53 34 26,4	10	r	NS.
— 28.	11 59 3,9	334 47 10,5	+52 49 13,9	8	s.	S.
Dec. 13.	8 54 58,5	———	+40 15 47,3 }	8	t.u.	NS.
	8 58 0,3	358 39 37,0	——— }			
Dec. 14.	8 42 11,2 }	359 58 0,1	——— }	6	v.	NS.
	8 42 59,9 }	———	+39 19 59,3 }			
	10 31 42,3	0 3 56,2	+39 15 54,9	8	w.	NS.

1840.	M. Z.			Beob.		
	h ′ ″	° ′ ″	° ′ ″			
— 16.	9 23 6,6	2 33 28,3	+37 26 23,3	4	θ Andr.	S. *K.*
	9 49 42,2	2 34 39,1	+37 24 59,8	2	ρ ——	N. *K.*
— 17.	9 8 9,8	3 46 3,2	+36 30 49,0	13	x.	NS.
— 19.	9 1 32,5	6 7 26,5	+34 40 27,9	9	y.	S.
	12 21 38,3	6 16 57,7	+34 32 43,9	8	z.	NS.
— 22.	8 15 10,4	9 24 52,5	————	8	α.	NS.
	8 15 17,7	————	+32 0 6,3			
— 23.	5 38 18,3	10 21 11,8	————	8	β	NS.
	5 38 54,0	————	+31 13 7,8	5	β	NS.
	8 27 3,7	10 28 21,9	+31 7 6,7	10	γ	NS.
	10 4 20,0	10 32 57,2	+31 3 11,8	6	δ	NS. *K.*
— 24.	9 2 31,6	11 31 28,3	+30 13 57,3	8	ε	S.
	11 26 1,3	11 37 28,3	+30 8 41,5	8	ζ	N.
— 25.	6 54 50,3	————	+29 27 22,7	7	η	NS.
	6 55 16,8	12 26 26,0	————	8		
	8 45 40,3	————	+29 23 28,5	9	θ	NS.
	8 46 53,2	12 30 52,7	————	8		
— 26.	6 20 39,7	13 23 59,7	————	11	ι	NS.
	6 23 34,6	————	+28 38 16,8	9		
— 27.	6 25 43,9	14 21 42,0	+27 48 45,3	8	κ	N.
	10 37 36,3	14 31 22,7	+27 40 17,1	11	λ	NS.
— 28.	6 30 59,1	15 18 3,0	————	9	μ	NS.
	6 32 25,1	————	+27 0 24,7	8		
1841.	10 15 36,4	15 26 34,0	+26 53 11,0	7	μ′	S. *K.*
Jan. 9.	6 24 22,0	25 5 31,9	+18 42 28,3	12	ν	NS.
— 11.	6 39 47,8	26 31 11,3	+17 33 41,3	8	ξ	NS.

Angenommene scheinbare Positionen der Vergleichungs-sterne.

b.	296°58′35″7	+60°30′ 4″3	amRingmicrometer bestimmt.
c.	298 1 24,0	+60 24 25,6	= 15 Cephei B.
d.	298 2 19,0	+60 11 51,5	= 16 ———
e.	303 38 37,8	+59 48 59,3	am Ringmicr. bestimmt.
g.	306 54 55,3	+59 20 46,8	ebenso.
i.	313°52′13″8	+58°49′22″5	beob. von *Bradley* u. *Bessel.*
k.	313 18 18,2	+58 12 27,8	Mem. 1789. Aug. 26.
m.	319 48 57,5	+57 15 49,4	= P. XXI. 141.
n.	320 5 53,8	+57 23 52,4	Mem. 1789 Aug. 25.
o.	330 8 59,9	+54 28 43,4	Mem. 1789 Aug. 23.
-	330 9 0,6	+54 28 43,4	
p. pr.	326 39 18,3	+55 3 4,0	beob. von *Bradley* und *Struve*
seq.	326 39 26,9	+55 3 23,4	ist dupl. Str. Nr. 2840.
q.	329 24 56,0	+54 7 7,9	Mem. 1789 Aug. 23.
r.	332 24 18,3	+53 34 28,6	am Ringmicr. bestimmt.
s.	334 55 48,4	+53 8 32,3	Mem. 1789. p. 209 u. 210.
t.	357 45 22,7	+40 17 26,3	Zone 381.
u.	357 48 41,5	+40 14 55,0	Z. 381 und 440.
v.	0 0 28,1	+39 21 15,9	Z. 440.
w.	359 51 59,2	+39 16 7,2	H. C 6 u. 476. Z. 381. 440. 441.
—	2 12 7,2	+37 48 10,5	= θ Androm. Fund. *Pond.*
—	3 11 34,3	+37 5 30,2	= ρ ——— Fund. *Piazzi.*
x.	3 47 42,6	+36 33 21,1	H. C. p. 126. Z. 386.
y.	6 6 12,7	+34 59 6,2	H. C. p. 126. 389. Z. 386. 439.
z.	7 12 58,2	+34 31 39,6	P. O. 128. Z. 439.
α.	10 5 21,3	+32 3 40,0	H. C. p. 349.
β.	10 34 10,4	+31 11 23,4	H. C. p. 124. Z. 390. *Bessels* AR. 10″ zu klein.
γ.	10 49 0,8	+31 8 25,1	H. C. p. 124. 349. Z. 390. 438.
δ.	10 51 29,1	+31 2 7,7	Z. 390.
ε.	11 1 44,2	+30 32 1,2	H. C. p. 124. Z. 390.
ζ.	11 41 48,8	+29 48 9,9	H. C. p. 124. 307. Z. 390.
η.	12 20 33,8	+29 27 49,2	H. C. p. 307.
θ.	11 57 57,4	+29 24 26,2	Z. 390.
ι.	13 45 38,4	+28 38 59,0	H. C. p. 573.
κ.	14 29 9,8	+27 31 17,4	Z. 447.
λ.	14 37 41,1	+27 41 13,1	Z. 447.
μ.	15 30 56,8	+27 1 23,7	H. C. p. 27. Z. 388. 447.
μ′.	15 22 13,6	+27 11 56,0	Z. 388.
ν.	24 47 7,9	+18 40 7,4	am Ringmicr. bestimmt.
ξ.	27 33 17,6	+17 35 6,3	H. C. p. 34. Z. 332.

Fr. Argelander.

Schreiben des Herrn Hofraths *Mädler*, Directors der Sternwarte in Dorpat, an den Herausgeber.

Dorpat 1841. Januar 4.

Sie erhalten hierbei das Resultat einer Untersuchung über die Sternbedeckungen durch Planeten, welche bis Ende 1842 statt finden. Es sind alle Sterne des *Baily*schen Catalogs, denen ein Planet nahe kommen kann, verglichen worden, jedoch habe ich mich auf die älteren Planeten beschränkt, und bei Mercur nur die hellern Sterne bis zur 6ten Gröfse, bei den übrigen bis zur 7ten genommen. Es findet sich nur Eine wirkliche Bedeckung und zwar in Europa unsichtbar, nämlich:

1842 Aug. 8. 13h23′8 Venus bedeckt den Stern 3r Gr. β Virginis.

Decl. Venus +2°19′15″7

Decl. Stern +2 19 6,1

Kleinster Abstand des Sterns: 10″6 südl. vom Centro der Venus.

Aus diesen geocentrischen Angaben folgt, dafs nur auf der Nordhalbkugel der Erde eine Bedeckung, auf der südlichen ein naher Vorübergang statt finden wird. Nordamerika und Ostasien enthalten die Orte, wo die Bedeckung beobachtet werden kann.

Alle übrigen Sterne bis zur 7ten Gröfse bleiben über 1′ von Venus entfernt, nur β Scorpii kommt ihr geocentrisch auf 45″ nahe und kann in keiner Gegend der Erde eine Bedeckung erleiden.

Bei den übrigen Planeten ist das Resultat gleichfalls ein negatives, nur Saturn geht 1842 am 22sten Januar 2h Berl. Zeit dem Stern 28 Sagitt. auf 27″5 nördlich vorüber, da er aber alsdann nahe bei der Sonne steht, so wird nirgend auf der Erde eine Beobachtung statt finden können.

Vorläufig kann ich Ihnen die Nachricht geben, dafs Herr *v. Schidloffsky* so eben eine bedeutende Arbeit beendet hat:

die Ableitung der Nutations-Constante aus sämmtlichen Dorpater Beobachtungen. Das Endresultat ist 9"219 für die Lunar-Nutation. Sie werden binnen Kurzem die nähern Details dieser sehr sorgfältigen Arbeit erhalten, die ihn 40 Monate hindurch beschäftigte.

Mädler.

Schreiben des Herrn Hofraths *Gaufs*, Directors der Göttinger Sternwarte, an den Herausgeber.

Göttingen 1841. Febr. 9.

Ich übersende Ihnen hier die hiesigen Beobachtungen der Mondfinsternifs. In einem öffentlichen Blatte fand ich unlängst die Nachricht, dafs der Amerikanische Marine-Capitain *Wilkes* dem magnetischen Südpole ziemlich nahe gekommen sei, und dafs er in 67° 4′ südl. Breite und 147° 30′ Länge (ohne Zweifel östlich von Greenwich) die magnetische Abweichung 12° 35′ östlich, und die Neigung 87° 30′ gefunden habe. Nach einer flüchtig angestellten Rechnung würde ich nun hiernach einstweilen den wirklichen Pol

in 70°21′ südlicher Breite
146 17 Länge

setzen. Dieser Platz liegt demjenigen, welchen meine Theorie (S. 44) angegeben hat, viel näher, als ich selbst erwartet hatte. Der wirkliche Pol liegt, wie ich dort vermuthet hatte, nördlicher, als der nach der Theorie berechnete; aber der Unterschied in der Breite erreicht nur den dritten Theil von dem, auf welchen ich nach Ansicht der Beobachtungen von Hobarttown gefafst war. Eben so liegt der wirkliche Pol westlicher, als der nach der Theorie berechnete, und hier ist der Unterschied fast genau so grofs wie der a. a. O. von mir präsumirte. Uebrigens ist unnöthig zu bemerken, dafs in diesen hohen Breiten der Unterschied von sechs Längengraden nur eben so viel bedeutet, wie zwei Breitengrade.

Bei der Mondfinsternifs am 5ten Febr. 1841 hat Herr Dr. *Goldschmidt* folgende Ein- und Austritte beobachtet:

	Eintritte.	Austritte.
Aristarch	13h 11′ 29″ M. Z.	15h 42′ 54″ M. Z.
Copernicus	18 6	
Euler	19 57	
Tycho	20 53	46 20
	22 15	47 55
Heraclides	23 19	48 50
Laplace	27 23	52 7
Pico	32 11	
Manilius	33 5	16 7 48
	33 51	
Plato	33 23	15 47 2
	34 45	48 28
Menelaus	36 46	16 10 56
Plinius	40 17	14 42
Posidonius	43 3 IR.	16 32 Mitte.
Goclenius	45 59	
	46 47	
Hercules	47 34	
Proclus	49 45	24 4
Endymion	50 21	
	51 19	
Picard	54 37	

Die Beobachtungen wurden mit einem 10füfsigen Dollondschen Fernrohre angestellt, dessen Objectiv 42 Pariser Linien Oeffnung hat; die angewandte Vergröfserung war 90fach.

Der Mond war während der totalen Verfinsterung gelblichroth, namentlich war diese Farbe im Westen sehr hell, die gröfsern Maren und Flecke blieben sichtbar. Beim Ende der totalen Finsternifs zog sich ein lichter bläulicher Schimmer über Grimaldi am Südrande des Mondes hin.

Gaufs.

Beobachtung der Mondfinsternifs am 5ten Februar auf der Hamburger Sternwarte, von Herrn *Rümcker.*

Die Momente sind zur Secunde angegeben, welche ich zwar bei den übrigen nicht verbürge, aber bei denen mit einem Sterne bezeichneten der Wahrheit sehr nahe glaube.

1	Grimaldus	13h 1′ 32 M. H. Z.
2	Galileus	13 4 13
4	Kepler	13 9 42
*3	Aristarch	13 10 55
5	Gassendus	13 11 12
9	Lansbergius	13 13 37
10	Reinoldus	13 17 11
14	Bulialdus	13 17 41
11	Copernicus	13 18 31
7 u. 8	Harpalus / Heraclides	13 21 10
21	Tycho	13 22 10
*19	Ins. sin. med.	13 23 55
16 u. 18	Timocharis / u. Archimedes	13 26 19
12	Helicon	13 27 9
*17	Plato	13h 32′ 45″ M. H. Z.
*24	Manilius	13 33 44
28	Dionisius	13 36 23
*25	Menelaus	13 37 20
22 u. 23	Eudoxus und / Aristoteles	13 38 8
*29	Plinius	13 40 32
*32	Promontorium acutum	13 42 54
*27	Posidonius	13 44 3
40	Taruntius	13 46 6
*35	Proclus	13 50 36
38	Petavius	13 51 35
39	Langrenus	13 52 22
	Anfang der totalen Finsternifs	13 58 34

Die Witterung war im Ganzen ungünstig. Bei den heiteren Intervallen war der Schatten aber schärfer begrenzt, als ich es jemals bemerkt habe. Das Ende war Wolken halber durchaus unsichtbar.

Rümcker.

Altona 1841. März 4. (Hiebei eine Kupfertafel.)

// ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 418.

Beweis des von *Jacobi* gefundenen Lehrsatzes, daſs ein flüssiges sich um die eine Axe drehendes Sphäroid von drei verschiedenen Hauptaxen in Gleichgewicht seyn könne.

Von Herrn *Thomas Clausen*.

1. Es seyen die drei rechtwinklichten halben Hauptaxen α, β, γ; die keinste α; die gröſste γ; so hat man für einen Punct an der Oberfläche, dessen Coordinaten auf die drei Hauptaxen bezogen, resp. f, g, h sind (*Legendre* Traité des fonctions elliptiques Tome I. Application à la Mécanique Sect. III. 594) wenn man $\alpha = \gamma \cos\varphi$; $\beta = \gamma\sqrt{(1-e^2 \sin\varphi^2)}$ setzt und die Integrale von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \varphi < \frac{\pi}{2}$ (π = halbe Peripherie des Kreises) nimmt, für die drei Attractionskräfte A, B, C parallel mit den resp. obigen Hauptaxen

$$(1)\ldots\ldots\begin{cases} A = \dfrac{3M.f}{\gamma^3 \sin\varphi^3}\displaystyle\int\frac{\tan g\,\varphi^2\, d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} \\ B = \dfrac{3M.g}{\gamma^3 \sin\varphi^3}\displaystyle\int\frac{\sin\varphi^2\, d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} \\ C = \dfrac{3M.h}{\gamma^3 \sin\varphi^3}\displaystyle\int\frac{\sin\varphi^2\, d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} \end{cases}$$

wo M die Masse des Sphäroids bezeichnet.

Die flüssige Masse ist in Gleichgewicht, wenn die Summe der auf einen Punct an der Oberfläche wirkenden Kräfte auf die Oberfläche senkrecht gerichtet ist. Es sei (*Gauſs*, Disquisitiones generales circa superficies curvas) eine Kugelfläche mit dem Halbmesser = 1 beschrieben, die durch drei mit den drei Hauptaxen parallele Halbmesser in der Richtung der positiven Coordinaten in den Puncten (1), (2), (3) resp. geschnitten wird. Ein mit der Richtung der Summe der auf den Punct wirkenden Kräfte paralleler Halbmesser schneide die Kugelfläche in L; so ist, wenn die Summe der Kräfte V ist, die Summe der nach den drei Axen zerlegten Kräfte

$$X = V\cos(1)L;\quad Y = V\cos(2)L;\quad Z = V\cos(3)L.$$

$(1)L$ bedeutet den sphärischen gröſsten Kreis zwischen (1) und L, und eben so $(2)L$ und $(3)L$ resp.

Zieht man ein beliebiges Element auf der Oberfläche des Sphäroids ds, dessen Richtung von obigem Puncte aus mit einem Halbmesser parallel ist, der die Kugelfläche in λ durchschneidet; so werden die Projectionen desselben auf die drei Hauptaxen

$$df = ds\cos(1)\lambda;\quad dg = ds\cos(2)\lambda;\quad dh = ds\cos(3)\lambda$$

und nach den erwähnten Disquiss. p. 4.

$$\cos\lambda L = \cos(1)\lambda.\cos(1)L + \cos(2)\lambda.\cos(2)L + \cos(3)\lambda.\cos(3)L.$$

Ist die Richtung von V auf die Oberfläche senkrecht, so ist der Bogen λL dem vierten Theile der Peripherie gleich und sein Cosinus verschwindend. Mithin, wenn man mit $V ds$ multiplicirt und die Werthe von df, dg, dh, X, Y, Z substituirt:

$$0 = X\,df + Y\,dg + Z\,dh \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Die Gleichung für das Ellipsoid ist:

$$1 = \frac{ff}{\alpha\alpha} + \frac{gg}{\beta\beta} + \frac{hh}{\gamma\gamma};$$

folglich

$$0 = \frac{f}{\alpha\alpha}df + \frac{g}{\beta\beta}dg + \frac{h}{\gamma\gamma}dh \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Die Gleichungen von (2) und (3) müssen identisch sein, folglich ist

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{\mu f}{\alpha\alpha} \\ Y &= \frac{\mu g}{\beta\beta} \\ Z &= \frac{\mu h}{\gamma\gamma} \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

wo μ eine willkührliche Gröſse bezeichnet.

2. Ein materieller Punct an dem Ende einer Linie l befestigt die sich um den andern festen Endpunct in einer Ebene bewegt, strebt sich von dem Mittelpuncte zu entfernen. Ist der Winkel, den die Linie in der Zeit t beschreibt, nt, so ist der Unterschied der Secante und des Halbmessers für den in Zeittheilchen dt beschriebenen Bogen $\frac{1}{2} l\,nn\,dt^2$. Die Wirkung einer Anziehungskraft g im Zeittheilchen dt ist $\frac{1}{2}g\,dt^2$. Die Centrifugalkraft wird demnach durch eine Anziehungskraft $g = l\,nn$ in Gleichgewicht gehalten, deren Richtung nach dem Centrum der Drehung ist. Sind die Projectionen von l auf zwei in der Ebene der Drehung liegende rechtwinklichte Axen x, y; so sind, wie man leicht sieht, die nach der Richtung dieser Axen zerlegten Centrifugalkräfte resp $x\,nn$, $y\,nn$.

3. Es drehe sich das sphäroidische Fluidum um die kürzeste Halbaxe α; so sind die Centrifugalkräfte nach den drei

Axen zerlegt, 0, gnn, hnn, die negativ sind, wenn man die Anziehungskräfte positiv setzt. Die Summe der Anziehungen und Centrifugalkräfte parallel mit den drei Hauptaxen sind also (4)

$$(5)\ldots\begin{cases} X = \frac{\mu f}{\alpha\alpha} = \frac{3Mf}{\gamma^3 \sin\varphi^3}\int\frac{tg\,\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} \\ Y = \frac{\mu g}{\beta\beta} = \frac{3Mg}{\gamma^3\sin\varphi^3}\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} - gnn \\ Z = \frac{\mu h}{\gamma\gamma} = \frac{3Mh}{\gamma^3\sin\varphi^3}\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(\sqrt{1-e^2\sin\varphi^2})} - hnn \end{cases}$$

Soll daher die Figur während der Umdrehung permanent bleiben, so mufs den drei folgenden Gleichungen Genüge geleistet werden:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mu}{\alpha\alpha} &= \frac{3M}{\gamma^3\sin\varphi^3}\int\frac{tg\,\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} \\ \frac{\mu}{\beta\beta} &= \frac{3M}{\gamma^3\sin\varphi^3}\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} - nn \\ \frac{\mu}{\gamma\gamma} &= \frac{3M}{\gamma^3\sin\varphi^3}\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} - nn \end{aligned}\right\}\ldots(6)$$

Eliminirt man μ und nn und substituirt für α und β ihre Werthe, so findet man folgende Bedingungsgleichung:

$$(7)\ldots\ldots 0 = (1-e^2\sin\varphi^2)\int\frac{\sin\varphi^4\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} - \sin\varphi^2\cos\varphi^2\int\frac{tg\,\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} = W$$

$$(8)\ldots\ldots \frac{dW}{2\sin\varphi\cos\varphi\,d\varphi} = -e^2\int\frac{\sin\varphi^4\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} - (\cos\varphi^2-\sin\varphi^2)\int\frac{tg\,\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}}.$$

$$(9)\ldots\ldots e^2W + (1-e^2\sin\varphi^2)\frac{dW}{2\sin\varphi\cos\varphi\,d\varphi} = \left\{(1-e^2)\sin\varphi^4 - \cos\varphi^4\right\}\int\frac{tg\,\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}}$$

Da die drei Axen von ungleicher Gröfse angenommen werden, so werden die Fälle $\varphi = 0$, $e = 0$, $e = 1$ nicht berücksichtigt. Die Gröfse $(1-e^2)\sin\varphi - \cos\varphi^4$ ist negativ für alle Werthe von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \varphi_{\prime}$, wenn $ctg\,\varphi_{\prime} = \sqrt[4]{(1-ee)}$ gesetzt wird, von welchem Werthe an bis $\varphi = \frac{\pi}{2}$ sie positiv ist. Nach der Gleichung (q) sind demnach W und dW nur in dem Falle beide verschwindend, wenn die eine dieser Gröfsen für $\varphi_{\prime}$ verschwindet. In den übrigen Fällen ist die eine dieser Gröfsen negativ, wenn die andere verschwindet, für $\varphi < \varphi_{\prime}$; positiv, wenn die andere verschwindet für $\varphi > \varphi_{\prime}$. Da dW für alle Werthe von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \frac{\pi}{4}$, und also auch W negativ ist, und für $\varphi = \frac{\pi}{2}$ positiv, so ist vermöge der Stetigkeit der Function wenigstens ein Werth von $\varphi_{\prime}$ für den $W = 0$ ist. Es sei der kleinste φ', demnach dW positiv oder $= 0$, da der Werth von W von negativ in positiv übergeht, und also $\varphi' \overline{>} \varphi_{\prime}$. Es können zwischen diesen und $\varphi = \frac{\pi}{2}$ keine negative Werthe von W statt finden, widrigenfalls, da W positiv ist für $\varphi = \frac{\pi}{2}$, eine zweite Wurzel φ'' zwischen $\varphi = \varphi'$ und $\varphi = \frac{\pi}{2}$ statt findet, zwischen welcher und φ', $dW = 0$ und W negativ wäre, wider die Formel (9).

„Es giebt also für jedes e ein und nur ein φ, welches der Bedingungsgleichung (7) $W = 0$ Genüge thut, dessen Werth zwischen arc. tang $\frac{1}{\sqrt[4]{(1-ee)}}$ und $\frac{\pi}{2}$ fällt."

φ ist daher in allen Fällen gröfser als $\frac{\pi}{4}$ oder α gleich oder kleiner als $\gamma\sqrt{\tfrac{1}{2}}$. Die obige Bedingung, dafs $(1-e^2)\sin\varphi^4 - \cos\varphi^4$ positiv sein mufs, giebt $\frac{1}{\alpha^2} \overline{>} \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2}$ nach welcher, da die Summe der beiden $\frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2} \overline{<} \frac{1}{\alpha^2}$ ist, die kleinste $\frac{1}{\gamma^2}$ nicht gröfser als $\frac{1}{2}\frac{1}{\alpha^2}$ seyn kann, oder α nicht gröfser als $\gamma\sqrt{\tfrac{1}{2}}$, wie eben gefunden wurde.

Es ist jetzt nur übrig zu zeigen, dafs dieser Werth von φ in die Gleichungen (6) substituirt, einen positiven Werth von nn giebt. Aus den beiden letzten dieser Gleichungen folgt:

$$nn = \frac{3M}{\gamma^3 e^2\sin\varphi^5}\left\{\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} - (1-e^2\sin\varphi^2)\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}}\right\}$$

Es sei

$$U = \int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} - (1-e^2\sin\varphi^2)\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}};$$

so ist

$$\frac{dU}{2\sin\varphi\cos\varphi\,d\varphi} = e^2\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Da U und φ gleichzeitig 0 sind und dU für alle Werthe von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \frac{\pi}{2}$ positiv ist, so ist ebenfalls U und mithin auch nn für diese Werthe positiv.

„Es giebt also, wenn die drei halben Axen α, β, γ des Sphäroids verschieden sind, für jedes gegebene Verhältnifs $\frac{\gamma^2-\beta^2}{\gamma^2-\alpha^2} = ee$ zwischen 0 und 1 ein und nur ein Ver-

hältnifs $\frac{\alpha}{\gamma} < \sqrt{\frac{1}{2}}$, mit welchem sich das flüssige Sphäroid mit permanenter Figur um die kürzeste Axe drehen kann."

4. Ich will jetzt noch untersuchen, ob das Gleichgewicht möglich ist, wenn sich das Sphäroid um die mittlere Axe dreht. Für diesen Fall werden die Gleichungen (6)

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\mu}{\alpha\alpha} &= \frac{3M}{\gamma^3 \sin\varphi^3}\int\frac{tg\,\varphi^2 . d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} - nn \\
\frac{\mu}{\beta\beta} &= \frac{3M}{\gamma^3 \sin\varphi^3}\int\frac{\sin\varphi^2 . d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} \\
\frac{\mu}{\gamma\gamma} &= \frac{3M}{\gamma^3 \sin\varphi^3}\int\frac{\sin\varphi^2 . d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} - nn
\end{aligned}\right\}\ldots\ldots(10)$$

Eliminirt man wieder μ und nn aus diesen Gleichungen, so ergiebt sich nach Substitution von α und β folgende Bedingungsgleichung:

$$0 = (1-e^2\sin\varphi^2)\sin\varphi^2\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} - \cos\varphi^2\int\frac{\sin\varphi^4\,d\varphi}{\cos\varphi^2\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} = W_,$$

$$(1-2e^2\sin\varphi^2)\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} + \int\frac{\sin\varphi^4\,d\varphi}{\cos\varphi^2\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} = \frac{dW_,}{2\sin\varphi\cos\varphi\,d\varphi}$$

$$((1-e^2\sin\varphi^2)^2 + e^2(1-e^2)\sin\varphi^4)\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} = W_, + \frac{\cos\varphi\,dW_,}{2\sin\varphi\,d\varphi}$$

Wenn eine der Gröfsen $W_,$ und $dW_,$ verschwindet, ist die andere immer positiv, da $(1-e^2\sin\varphi^2)^2 + e^2(1-e^2)\sin\varphi^4$ positiv ist. Es ist $dW_,$ positiv von $\varphi = 0$ bis $\sin\varphi = \frac{1}{e\sqrt{2}}$. Ist demnach der kleinste Werth von φ, für welchen $W_, = 0$, so wird $dW_,$, da $W_,$ von positiv in negativ übergeht, für diesen Werth von φ negativ, im Widerspruch mit der letzten Gleichung. Das Sphäroid kann sich demnach nicht um die mittlere Axe drehen, wenn die flüssige Masse in Gleichgewicht gehalten werden soll.

5. Nimmt man an, das Sphäroid drehe sich um die längste Axe, so werden die Bedingungsgleichungen für den Fall des Gleichgewichts

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\mu}{\alpha\alpha} &= \frac{3M}{\gamma^3 \sin\varphi^3}\int\frac{tg\,\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} - nn \\
\frac{\mu}{\beta\beta} &= \frac{3M}{\gamma^3 \sin\varphi^3}\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} - nn \\
\frac{\mu}{\gamma\gamma} &= \frac{3M}{\gamma^3 \sin\varphi^3}\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}}
\end{aligned}\right\}\ldots\ldots(11)$$

Eliminirt man wiederum μ und nn, so findet man nach Substitution von α und β die Bedingungsgleichung

$$0 = (1-e^2\sin\varphi^2)\cos\varphi^2\int\frac{\sin\varphi^4\,d\varphi}{\cos\varphi^2(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} - \sin\varphi^2\int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} = W_{,,}$$

$$-(1-e^2\sin\varphi^2+e^2\cos\varphi^2)\int\frac{\sin\varphi^4\,d\varphi}{\cos\varphi^2(1-e^2\sin\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} - \int\frac{\sin\varphi^2\,d\varphi}{\sqrt{(1-e^2\sin\varphi^2)}} = \frac{dW_{,,}}{2\sin\varphi\cos\varphi\,d\varphi}$$

Da $dW_{,,}$ von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \frac{\pi}{2}$ beständig negativ ist, und $W_{,,} = 0$ für $\varphi = 0$; so kann $W_{,,}$ nicht $= 0$ werden innerhalb dieser Grenzen $\varphi = 0$ ausgeschlossen.

Es kann demnach das Gleichgewicht nur Statt finden, wenn die flüssige Masse sich um die kürzeste Axe dreht.

Th. Clausen.

Beobachtungen von Sonnenflecken im Jahre 1840.

Von Herrn Hofrath *Schwabe.*

In diesem Jahre konnte ich die Sonne an 263 Tagen beobachten und 152 Fleckengruppen zählen. Am 15ten, 16ten und 17ten April fand ich sie vollkommen fleckenlos und in der Zone, worin die Flecken entstehen, zeigten sich starke Narben und einige geballte Lichtwolken, worin ich mit 64 und 96maliger Vergröfserung des 6füfs. *Fraunhofer*schen Fernrohrs nur sehr feine Poren entdeckte. Die wenigsten Flecke hatte die Sonne am 7ten und 8ten Decbr., indem nur einige feine, jedoch schon mit dem 3½füfs. Fraunhofer 42 und 84mal. Vergröfserung bemerkbaren Punkte sichtbar waren. Vorzüglich grofse Ansammlungen von Fleckengruppen erzeugten sich nicht; die meisten Gruppen waren am 1sten und 2ten September vorhanden und dennoch waren zu gleicher Zeit nur sieben sichtbar, worunter sich eine einzige von ausgezeichneter Gröfse befand. Die gröfsten und reichsten Gruppen dieses Jahres waren vom 19ten bis 27sten April, vom 1sten bis 2ten Mai, vom 12ten bis 19ten Juli, vom 19ten bis 24sten August, vom 1sten bis 5ten September, 17ten bis 28sten October, vom 1sten bis 6ten November und vom 12ten bis 18ten November sichtbar. Am merkwürdigsten war die öftere Wiederkehr dreier Gruppen, von denen die erste 2 Rotationen, die zweite 4 Rotationen und die dritte 8 Rotationen der Sonne aushielt. In den zwei ersten Gruppen war

kein beständiger Flecken bemerkbar, die Gruppen traten nur zu den gehörigen Zeiten und an denselben Orten wieder ein. Die dritte Gruppe zeigte aber, ungeachtet ihrer Veränderlichkeit, einen beständigen Flecken, der zwar an Gestalt und Gröfse, nicht aber im Orte wechselte und 9mal am östlichen Sonnenrande eintrat. Ich füge ein Verzeichnifs bei, welches die Eintritte und Austritte so wie die Zeit enthält, als der Flecken bei jeder Revolution sich ungefähr in der Mitte seiner Bahn befand.

Eintritt.	Mitte.	Austritt.
Mai 5.	Mai 11.	Mai 17.
Juni 1—2.	Juni 8.	Juni 14.
Juni 29.	Juli 5.	theilweise aufgelöst.
Juli 26.	Aug. 1.	Aug. 8.
Aug. 22.	Aug. 28.	Sept. 3.
Sept. 18?	Sept. 24.	Oct. 1.
Oct. 15?	Oct. 21.	Oct. 28.
Nov. 10.	Nov. 16.	Nov. 22. 23.
Dec. 7.	aufgelöst.	aufgelöst.

In den zwei ersten Vorübergängen war dieser Flecken klein, ohne Nebel und Hof und wurde von ähnlichen etwas kleinern und einigen Punkten begleitet. Beim dritten Vorübergang, wo er den 29sten Juni eintrat, war er nicht wesentlich verändert, löste sich aber bald theilweise auf, so dafs ich seinen Austritt nicht genau anzugeben im Stande war; jedoch trat er am 26sten Juli als ein behofter Kernflecken regelmäfsig ein, und sowohl er als die zu ihm gehörige Gruppe bildeten sich zu einer ansehnlichen Gröfse aus. Bei seinem fünften Eintritte am 22sten August war er nur noch allein vorhanden und änderte sich auch während seines Vorüberganges nicht wesentlich. Am 18ten September konnte ich seinen Eintritt wegen des bedeckten Himmels nicht beobachten, fand ihn aber am 20sten Septbr. fast unverändert, so weit vom östlichen Sonnenrande entfernt, dafs er am 18ten eingetreten seyn mufste; dasselbe Ereignifs fand auch bei seinem 6ten Vorübergang statt, wo ich ihn erst am 17ten October sehen konnte, er war von mehreren andern Flecken und Punkten umgeben. Von nun an löste sich die Gruppe immer mehr auf, bis ich den behoften Kernflecken zuletzt am 22sten November nahe am Westrande der Sonne allein ohne alle Nebenflecke beobachtete. Am 24sten war er ausgetreten. Sein neunter Eintritt erfolgte am 7ten December, jedoch war nur sehr helles geballtes Lichtgewölk an seiner Stelle sichtbar, worin ich erst am 9ten mit dem 3½ff. 42 und 84mal. Vergröfserung einige feine Punkte erkennen konnte. Wenn man nun noch weiter zurückrechnet und die Revolutions-Periode für diesen Flecken zu ungefähr 27t annimmt, erhält man für die Mitte seiner Bahn: April 13, März 17. Februar 1840 bleibt er aus. 1839 den 1sten Dec., den 4ten Nov., den 9ten Oct.; den 12ten Sept. tritt er regelmäfsig in die Mitte ein. Den 16ten Aug. und den 20sten Juli bleibt er aus, steht aber den 23sten Juni wieder in der Mitte, bleibt den 27sten Mai und 30sten April aus, ist am 3ten April in der Mitte sichtbar, den 7ten März und 8ten Febr. unsichtbar und den 12ten Jan. wieder gegenwärtig. Die bekannten Lichtflocken bei der Sonne habe ich in diesem Jahre nicht gesehen.

Schwabe.

Beobachtungen von Sonnenflecken auf der Altonaer Sternwarte.

Von Herrn Observator *Petersen*.

Die hier folgenden Beobachtungen von Sonnenflecken sind mit einem Fraunhofer von 27 Linien Oeffnung, 30 Zoll Brennweite und 60mal. Vergröfserung gemacht, der parallactisch aufgestellt und mit einem Troughtonschen Filarmicrometer versehen ist. Die Abstände der Flecken vom nördlichen und südlichen Sonnenrande sind durch Messungen mit diesem Micrometer ermittelt und in Bogen verwandelt in den Beobachtungen durch (S) Südrand + gemessener Abstand, (N) Nordrand — gemessener Abstand notirt; später ist jedoch der Kürze wegen nur das Mittel aus beiden, oder der Abstand vom Mittelpuncte der Sonne selbst angegeben, wobei ein nördlicher Abstand der Flecken durch +, ein südlicher durch — bezeichnet ist. Der Rectascensions-Unterschied zwischen dem Flecken und dem ersten und zweiten Sonnenrande ist aus Fäden-Durchgängen an Fäden, welche im Micrometer senkrecht auf der täglichen Bewegung gestellt waren, geschlossen und durch (I) erster Rand + Unterschied in Zeit, (II) zweiter Rand — Unterschied in Zeit angegeben. Auch hier ist später nur das Mittel aus beiden, oder der Zeitunterschied zwischen dem Mittelpuncte der Sonne und dem Flecken notirt, wo + einen östlichen, — einen westlichen Abstand des Fleckens vom Mittelpuncte der Sonne bezeichnet. Alle Beobachtungen sind von dem Einflusse der Strahlenbrechung befreit, die Parallaxe ist vernachlässigt. In den Rectascensionsbeobachtungen sind fast ohne Ausnahme bei jedem Fäden-Durchgang beide Sonnenränder beobachtet, hingegen habe ich an einzelnen Tagen für die Declinations-Bestimmung nicht den Abstand aller Flecken von beiden Sonnenrändern messen können, in welchen wenigen Fällen (sie sind durch : bezeichnet) stets zur Ermittelung des Declinations-Unterschiedes der aus den übrigen Beobachtungen ich ergebende Sonnendurchmessers angewandt ist, welcher fast immer etwas gröfser gefunden wurde, als im Berliner Astron. Jahrbuche.

Beobachtungen von Sonnenflecken auf der Altonaer Sternwarte.

1840.	Fleck.	Mittl. Zeit.	AR.	Beobb.	Fleck.	M. Zeit.	Declination.	Beobb.	Bemerkungen.
Dec. 13	a	1h 44' 53"	I +1' 38"40	5	b	0h 54'7	N−13' 35"0	2	a hat einen ganz schwarzen Kern 35" lang und 31" breit und ist von einer Wolke umgeben. b hat einen etwas länglichen schwarzen Kern von einer Wolke umgeben etwa 10" lang und 5" breit.
	a	1 44 53	II −0 43,80	8	a	1 1,0	N−22 17,8	3	
	b	1 45 3	I +1 50,73	5	a	1 9,5	S+10 38,1	3	
	b	1 45 3	II −0 31,45	8	b	1 16,2	S+19 16,2	3	
	a	23 55 3	⊙+0 28,63	2	a	1 26,6	N−22 11,2	3	
Dec. 14	a	0 52 9	I +1 26,01	4	b	1 2,5	N−12 48,3	1	Der Flecken c besteht aus mehreren blassen wolkenartigen Puncten, von welchen der vorangehende gröſsere beobachtet ist.
	a	0 52 9	II −0 56,21	4	a	1 5,5	N−21 33,5	2	
	b	0 52 12	I +1 36,06	4	a	1 33,8	S+11 16,4	3	
	b	0 52 12	II −0 46,16	4	b	1 40,0	S+19 59,4	2	
	c	0 53 44	I +1 58,00	3	c	1 43,5	S+10 46,8	1	
	c	0 53 44	II −0 24,30	3					
Dec. 15	a	0 7 5	I +1 11,03	5	a	23 19,2	S+11 44,6	3	
	a	0 7 5	II −1 11,33	5	b	23 25,2	S+20 27,3	3	
	b	0 8 18	I +1 22,00	5	c	23 27,5	S+10 34,0	1	
	b	0 8 18	II −1 0,32	5	a	23 34,8	N−20 56,9	3	
	c	0 8 42	I +1 46,12	5	b	23 40,7	N−12 13,5	3	
	c	0 8 42	II −0 36,20	5					
Dec. 16	a	23 43 14	I +0 56,22	4	a	23 30,3	N−20 17,6	3	Alle Flecken hatten heute ein verändertes Ansehen. a schien sich gedrehet, b sich in 3 Puncte, ein gleichseitiges Dreieck bildend, verwandelt zu haben, beide Flecken wie früher von einer Wolke umhüllt. Den Flecken c bilden 3 Puncte beinahe von gleicher Gröſse und in fast gerader verticaler Linie. d war nur als ein schwaches kleines Pünctchen nahe am 2ten Sonnenrande zu sehen.
	a	23 43 14	II −1 26,30	4	b	23 35,3	N−11 35,3	3	
	b	23 43 24	I +1 6,82	4	b	0 11,8	S+21 13,7	3	
	b	23 43 24	II −1 15,70	4	a	0 15,3	S+12 30,5	3	
	c	23 43 50	I +1 32,90	4	d	0 19,5	S+17 33,0	1	
	c	23 43 50	II −0 49,62	4	c		wie a		
	d	23 43 3	I +2 17,80	3					
	d	23 43 3	II −0 4,70	3					
	a	23 55 48	⊙−0 14,89	6					
	a	0 3 7	I +0 55,85	2					
	a	0 3 7	II −1 26,35	2					
	b	0 3 18	I +1 6,40	2					
	b	0 3 18	II −1 15,80	2					
Dec. 18	a	23 36 52	I +0 28,67	8	a	0 10,9	S+13 15,0	3	Der Flecken e, welcher zwischen Dec. 16 und heute ungefähr mitten auf der Sonne entstanden war, besteht aus mehreren kleinen blaſs schwarzen Puncten, von welchen der vorangehende gröſsere beobachtet ist. Der Flecken c hatte sich in leichtes Gewölk aufgelöst.
	a	23 36 52	II −1 54,05	8	b	0 15,1	S+22 7,1	3	
	b	23 35 6	I +0 37,37	6	d	0 18,6	S+18 48,6	2	
	b	23 35 6	II −1 45,33	6	a	0 21,7	S+13 20,7	3	
	e	23 36 31	I +1 18,04	5	a	0 26,8	N−19 27,8	3	
	e	23 36 31	II −1 4,62	5	a	0 30,6	N−19 27,7	3	
	d	23 38 12	I +2 0,30	4	d	0 33,6	N−14 4,2	2	
	d	23 38 12	II −0 22,52	4	e	0 35,1	N−12 53,5	1	
	a	23 56 19	⊙−0 43,00	6	b	0 37,6	N−10 40,8	3	
Dec. 19	a	23 38 15	I +0 17,68	4	a	23 47,6	N−19 18,4	3	Der Flecken e zeigte heute zwei deutliche Pünctchen, zwischen welchen leichtes Gewölk war. Beide Puncte sind beobachtet. Der Fleck c war kaum mehr zu sehen.
	a	23 38 15	II −2 4,93	4	d	0 3,1	N−13 34,9	3	
	b	23 37 52	I +0 25,10	3	e'	0 5,9	N−12 55,8	2	
	b	23 37 52	II −1 57,33	3	e''	0 8,1	N−11 56,9	2	
	e'	23 38 57	I +0 59,43	4	b	0 10,6	N−10 23,8	3	
	e'	23 38 57	II −1 23,18	4	b	0 14,9	S+22 17,1	3	
	e''	23 39 5	I +1 7,90	4	e''	0 17,1	S+20 47,8	2	
	e''	23 39 5	II −1 14,70	4	e'	0 19,1	S+19 50,1	2	
	d	23 39 45	I +1 46,98	4	d	0 22,6	S+19 12,9	3	
	d	23 39 45	II −0 35,63	4	a	0 26,1	S+13 26,2	3	
	a	23 56 38	⊙−0 53,75	5					

1840	Fleck.	Mittl. Zeit.	AR.	Beobb.	Fleck.	M. Zeit.	Declination.	Beobb.
Dec. 21	a	0^{h}20′32″	I +0′ 3″54	14	a	23^{h}40′9	S +13′ 20″6	3
	a	0 20 32	II −2 19,00	15	d	23 44,6	S +20 14,8	2
	b	0 20 37	I +0 8,68	14	e′	23 47,6	S +20 21,8	2
	b	0 20 37	II −2 13,87	15	e″	23 50,1	S +21 48,3	2
	e′	0 14 50	I +0 27,50	7	b	23 54,3	S +22 25,8	3
	e′	0 14 50	II −1 55,08	9	a	23 58,3	S +13 21,7	3
	e″	0 12 49	I +0 39,17	6	a	1 8,6	S +13 26,6	3
	e″	0 12 49	II −1 43,27	7	a	0 50,1	N −19 18,3	6
	d	0 23 40	I +1 13,90	9	d	0 55,1	N −12 27,7	2
	d	0 23 40	II −1 8,56	10	e′	0 57,1	N −12 14,5	2
					e″	0 59,1	N −10 55,9	2
					b	1 2,1	N −10 11,0	3

Bemerkungen.

Die Flecken a und b, welche heute dem ersten Sonnenrande sehr nahe standen, waren nur wie Striche zu sehen. In dem Flecken e waren die beiden beobachteten Puncte ziemlich deutlich und in Gewölk gehüllt. d wie früher nur klein und schwach, hatte aber heute etwas Gewölk hinter sich.

1840	Fleck.	Mittl. Zeit.	Fleck. — ⊙ in AR.	Beobb.	Fleck.	Mittl. Zeit.	Fleck. — ⊙ in Decl.	Beobb.
Dec. 23	e′	23^{h}55′ 49″	−1′ 3″56	5	e′	0^{h}28′ 13″	+4′ 14″8	4
	e″	23 55 58	−0 54,38	5	e″	0 28 36	+5 48,5	4
	d	23 57 53	−0 29,44	4	d	0 27 51	+4 47,1	4
	f′	0 2 36	+1 4,65	8	f′	0 27 36	+1 23,9	4
	f″	0 2 36	+1 8,93	5	f″	0 27 36	+0 59,1	4
Dec. 26	f′	0 7 23	+0 31,29	4	f′	0 8 9	+2 41,2::	4
	f″	0 7 31	+0 39,09	4	f″	0 8 9	+2 17,7	4
	g	0 7 56	+1 4,96	4	g	0 7 24	+0 28,3	4
	h	0 7 58	+1 6,51	4	h	0 6 54	−3 33,0	4
1841								
Jan. 2	f″	1 8 53	−1 2,14	3	f″	1 23 9	+2 54,6	2
	i	1 10 34	+0 39,46	3	i	1 21 24	+2 59,6	4
Jan. 10	i	0 10 25	−1 6,59	4	i	0 9 4	+1 53,7	6
	b	0 11 54	+0 23,71	4	b	0 12 49	+5 25,0	6
	$e_{,}$	0 12 22	+0 52,21	4	$e_{,}$	0 13 0	+4 9,0	6
	$e_{,,}$	0 12 30	+0 59,54	4	$e_{,,}$		wie $e_{,}$	

Bemerkungen.

Die Fleckengruppe e fast unverändert wie Dec. 21. d kaum mehr sichtbar. f′ und f″ zwei ganz kleine doch ziemlich deutliche Puncte am östlichen Sonnenrande.

Die Flecken f′, f″, g und h kleine schwache Pünctchen, nur in f″ schien mitunter ein kleiner schwarzer Kern durch.

f″ wie früher. i hatte einen deutlichen schwarzen Kern in Wolken gehüllt. Die Flecken g und h waren nicht mehr zu sehen.

i erschien nur als ein schwarzer Punct am westlichen Sonnenrande. b hatte einen schwarzen dreieckigen Kern, etwa wie den gröfseren südl. von den dreien, aus welchen der Flecken nach Dec. 16 bestand, er war in eine Wolke gehüllt und ihm folgten drei kleine Pünctchen mit etwas Nebel. $e_{,}$ und $e_{,,}$ sind die beiden äufseren Puncte einer Gruppe, welche nur aus schwachen Pünctchen und leichtem Gewölk bestand.

Jan. 20 und 28 fand ich die Sonne fleckenlos.

Stellt man die Beobachtungen eines jeden Fleckens zusammen, und berechnet daraus die heliocentrischen Längen und Breiten, so ergiebt dies folgende Uebersicht:

Flecken a.

Mittl. Zeit. 1840.	Flecken — Sonne in Länge.	Flecken — Sonne in Breite.	Heliocentrische Länge.	Heliocentrische Breite.
Dec. 13,07292	+ 6′ 39″5	−5′ 23″0	56° 6′ 56″	−19° 14′ 23″
14,03611	+ 3 42,0	−4 57,4	68 55 21	−17 39 7
15,00556	+ 0 11,1	−4 35,0	82 58 20	−16 16 44
15,99514	− 3 17,5	−4 1,8	96 38 55	−14 16 9
18,01806	− 9 48,5	−3 20,0	124 32 2	−11 46 24
19,00868	−12 17,7	−3 9,4	137 50 31	−11 8 45
21,01426	−15 31,3	−2 59,7	165 22 18	−10 34 57

Flecken b.

Mittl. Zeit. 1840.	Flecken — Sonne in Länge.	Flecken — Sonne in Breite.	Heliocentrische Länge.	Heliocentrische Breite
Dec. 13,07292	+ 8 54,9	+3 25,3	47 45 38	+12 5 26
14,03611	+ 5 31,6	+3 53,3	62 17 35	+13 45 38
15,00556	+ 2 17,3	+4 14,7	75 18 51	+15 2 39
15,99514	− 1 14,5	+4 46,4	89 12 28	+16 58 25
Dec. 18,01806	− 8′ 2″7	+5′ 31″0	118° 15′ 6″	+19° 43′ 36″
19,00868	−10 44,9	+5 45,1	132 24 24	+20 37 13
21,01426	−14 22,7	+6 5,1	161 39 12	+21 54 46
41,00826	+ 6 14,5	+4 32,5	86 44 22	+16 7 30

Fleckengruppe c.

Mittl. Zeit. 1840.	Flecken — Sonne in Länge.	Flecken — Sonne in Breite.	Heliocentrische Länge.	Heliocentrische Breite
Dec. 14,03611	+11 2,9	−5 1,6	37 19 42	−17 55 58
15,00556	+ 8 17,3	−5 23,7	51 8 21	−19 16 45
15,99514	+ 5 5,7	−3 41,5	66 0 6	−13 3 6

Flecken d.

Mittl. Zeit. 1840.	Flecken — Sonne in Länge.	Flecken — Sonne in Breite.	Heliocentrische Länge.	Heliocentrische Breite
Dec. 15,99514	+15 12,7	+1 44,1	14 53 18	+ 6 6 23
18,01806	+11 4,5	+2 38,3	43 19 56	+ 9 17 37
19,00868	+ 8 3,8	+2 57,1	57 37 38	+10 24 10
21,01426	+ 0 36,8	+3 53,6	87 33 37	+13 46 0
23,01944	− 6 45,2	+4 52,5	117 27 19	+17 20 48

Fleckengruppe e.

Mittl. Zeit. 1840.	Flecken — Sonne in Länge.	in Breite.	Heliocentrische Länge.	Breite.
Dec. 18,01806	+ 1′ 20″1	+3′ 32″9	81° 55′ 15″	+12° 31′ 57″
19,00868	— 2 51,9	+3 24,1	98 2 39	+12 0 22
19,00868	— 0 56,3	+4 24,6	91 8 39	+15 38 21
24,01426	—10 4,0	+4 2,2	129 14 31	+14 17 58
21,01426	— 7 23,1	+5 25,1	118 22 46	+19 21 29
23,01944	—14 33,5	+4 26,0	159 50 2	+15 46 13
23,01944	— 12 26,9	+5 58,2	146 49 12	+21 26 56
41,00859	+12 35,5	+2 18,3	59 0 18	+ 8 6 43
41,00859	+14 16,4	+2 3,0	48 19 26	+ 7 13 3

Flecken f′.

Mittl. Zeit. 1840.	Flecken — Sonne in Länge.	in Breite.	Heliocentrische Länge.	Breite.
Dec. 23,01944	+14 49,5	+1 11,0	26 10 42	+ 4 9 22
26,00535	+ 7 16,6	+2 25,0::	68 7 40	+ 8 29 42

Flecken f″.

Mittl. Zeit. 1840.	Flecken — Sonne in Länge.	in Breite.	Heliocentrische Länge.	Breite.
Dec. 23,01944	+15 46,8	+0 45,1	15 38 57	+ 2 38 37
26,00535	+ 9 3,1	+1 57,6	60 58 14	+ 6 52 49
33,05695	—14 0,5	+4 10,7	164 38 40	+14 50 1

Flecken g.

Mittl. Zeit. 1840.	Flecken — Sonne in Länge.	in Breite.	Heliocentrische Länge.	Breite.
Dec. 26,00535	+14 54,9	—0 5,4	28 47 30	— 0 19 2

Flecken b.

Mittl. Zeit. 1840.	Flecken — Sonne. in Länge.	in Breite.	Heliocentrische Länge.	Breite.
Dec. 26,00535	+15′ 6″9	—4′ 7″4	21° 32′ 18″	—14° 38′ 34″

Flecken i.

Mittl. Zeit. 1840.	Flecken — Sonne in Länge.	in Breite.	Heliocentrische Länge.	Breite.
Dec. 33,05695	+ 9 18,0	+2 9,6	67 2 7	+ 7 35 2
41,00723	—14 59,8	+4 8,6	1×2 6 32	+14 43 26

Da nun die Sonne mehr als eine Revolution zwischen der ersten und letzten Beobachtung des Fleckens b gemacht hat, so habe ich aus den Beobachtungen dieses Fleckens drei Normalörter gebildet mit Bezug auf die beobachtete Länge Jan. 10, und aus denselben folgende vorläufigen Elemente für die Rotation der Sonne gefunden:

Länge des aufsteigenden Knotens des Sonnen-Aequators.......................... ☊ = 73° 29′ 0″

Neigung des Sonnen-Aequators gegen die Ebene der Erdbahn.................. i = 6 50 40

Dauer der Umdrehung der Sonne um ihre Axe.................................T = 25ᵀ 4ʰ 30′

Heliocentrische Declination (Sonnen-Breite) von b............................ δ = +14° 53′4

Die mit diesen Gegebenen berechneten geocentr. Oerter des Fleckens b, verglichen mit den beobachteten stellen sich wie folgt:

	Beobachtete Länge.	Beobachtete Breite.	Berechnete Länge.	Berechnete Breite.	Fehler der Beobb in Länge.	Fehler der Beobb Breite.
1840 Dec. 13	+ 8′ 54″9	+ 3′ 25″3	+ 8′ 54″8	+ 3 23′6	— 0″1	— 1″7
— 14	+ 5 31,6	+ 3 53,3	+ 5 46,8	+ 3 49,7	+15,2	— 3,6
— 15	+ 2 17,3	+ 4 14,7	+ 2 21,6	+ 4 17,0	+ 4,3	+ 2,3
— 16	— 1 14,5	+ 4 46,4	— 1 13,8	+ 4 44,4	+ 0,7	— 2,0
— 18	— 8 2,7	+ 5 31,0	— 8 5,3	+ 5 32,0	— 2,6	+ 1,0
— 19	—10 44,9	+ 5 45,1	—10 50,8	+ 5 48,4	— 5,9	+ 3,3
— 21	—14 22,7	+ 6 5,1	—14 29,0	+ 6 2,3	— 6,3	— 2,8
1841 Jan 10	+ 6 14,5	+ 4 32,5	+ 6 14,5	+ 4 39,7	0,0	+ 7,2

Die Fehler in Länge scheinen eine längere Dauer der Umdrehung der Sonne um ihre Axe zu bedingen als die obige aus den Beobachtungen Decbr. 16 und Januar 10 abgeleitete; da aber die übrigen Flecken gröfstentheils eine kürzere Umdrehungszeit als 25¼ Tage ergeben, so glaube ich noch nichts darin ändern zu dürfen. Der grofse Fehler in Länge Decbr. 14 läfst sich nur durch eine Aenderung der Figur des Fleckens erklären, denn sämmtliche acht beobachteten Fädenantritte an diesem Tage, stimmen unter sich bis auf ein paar Zehntel einer Zeitsecunde und können keine ganze Secunde unrichtig sein. Eine ähnliche Bewandnifs wird wahrscheinlich bei der beobachteten Breite Januar 10 Statt gefunden haben; bis Decbr. 15 sah ich den schwarzen Kern dieses Fleckens vertical länglich, von Decbr. 16 an erschien er durch schmale Lichtfäden in drei Puncte getrennt, von welchen der mittlere südliche Punct der gröfsere war, und Jan. 10 hatte der Flecken wieder nur einen schwarzen Kern, ungefähr von der Gröfse des mittleren am 16ten Dec. Ist also der am 10ten Jan beobachtete schwarze Punct wirklich der südliche der drei, woraus der Flecken nach December 16 bestand, so mufste die nördliche Breite zu klein beobachtet werden, wie es auch der Fall gewesen ist. Noch bemerke ich, dafs Decbr. 16 die Breite der den Flecken b umhüllenden Wolke 48″2 gefunden wurde, wonach ich aus der entworfenen Zeichnung, die Breite der schwarzen Flecken auf 20″ schätze und die Breite des gröfseren auf 12″, mithin wäre hiernach, wenn die obige Vermuthung richtig ist, die beobachtete Breite Januar 10 um circa 4″ zu klein, und es bliebe also nur noch ein Fehler von 3″ in der Beobachtung nach, ein Fehler, der bei diesen Beobachtungen nicht verbürgt werden kann.

Es wird überhaupt immer schwer halten Beobachtungen an verschiedenen Tagen in Uebereinstimmung zu bringen, weil es nicht leicht ist, durch die veränderliche Figur der Flecken zu verschiedenen Zeiten denselben Punct zu erkennen; und in demselben Verhältnifs werden die Elemente für die Rotation

der Sonne ungenau bleiben, so lange man nicht diese Schwierigkeit, wenigstens zum Theil, zu beseitigen weiſs. Es scheint mir daher die erste Aufgabe zu sein, durch eine fortgesetzte Beobachtung aller Sonnenflecken eine nähere Kenntniſs ihrer Natur zu erlangen zu suchen, und zu sehen, ob sie vielleicht nicht von Oertlichkeiten auf der Oberfläche der Sonne selbst abhängen, in welchem Falle sie wieder auf derselben Stelle der Sonne erscheinen müssen, wenn dieſs auch erst nach längerer Zeit und unter verschiedener Figur der Fall sein wird. Es kömmt also darauf an, die Sonnenlänge, von einem beliebigen Puncte auf der Sonne gezählt, und die Sonnenbreite eines jeden Fleckens zu ermitteln. Mit der schon beiläufig gefundenen Länge des aufsteigenden Knotens des Sonnen-Aequators und dessen Neigung gegen die Erdbahn läſst sich aus jeder Beobachtung eines Fleckens, dessen heliocentrische AR. und Declination berechnen, kennt man also für den Augenblick der Beobachtung die heliocentrische AR. desjenigen Sonnen-Meridians, den man als den ersten angenommen hat, so ist die Differenz der heliocentrischen AR. zwischen beiden die Sonnenlänge des Fleckens, und die berechnete heliocentrische Declination selbst dessen Sonnenbreite. Die letztere erhält man immer mit einer Genauigkeit, die nur von der Güte der Beobachtung selbst gröſstentheils abhängt, hingegen ist die Sonnenlänge immer von der Umdrehungszeit der Sonne um ihre Axe abhängig und wird um desto unrichtiger gefunden werden, je gröſser die Zwischenzeit zwischen der Beobachtung des ersten Sonnen-Meridians und des zu bestimmenden Fleckens ist, und dieser Umstand wird machen, daſs man, so lange die Dauer einer Sonnen-Revolution nicht schärfer bestimmt ist als bis jetzt, nach Jahren gar kein Urtheil mehr über die Sonnenlänge eines beobachteten Fleckens haben kann. Da aber oft zu gleicher Zeit mehrere Sonnenflecken sichtbar sind, so giebt es noch ein Mittel, um auf die Identität derselben wenigstens schlieſsen zu dürfen, nemlich wenn sowohl die Sonnenbreiten dieser Flecken als auch ihre Differenzen in Sonnenlänge mit denen früher beobachteter Flecken innerhalb der Grenzen, welche die Genauigkeit der Beobachtungen bedingen, zusammen passen. Um nun zu versuchen, wie weit dieses gelingen wird, sind die vorstehenden Beobachtungen von Sonnenflecken gemacht, die ich so lange und oft als es mir möglich ist fortsetzen werde.

(Der Beschluſs folgt.)

Vermischte Nachrichten.

Die von Herrn *Clausen* in Nr. 406 dieser Blätter gegebene Zusammenstellung der periodischen Gleichungen in den Mondstafeln findet sich schon mit kleinen Abweichungen in dem 3ten Theile von Herrn *Lubbocks* Theorie of the Moon. Herr *Clausen* hat seine Rechnungen doppelt gemacht.

Von dem Herrn wirklichen Staatsrathe *v. Struve* habe ich erfahren, daſs *υ* Urs. maj. ihm die Aberrationsconstante = 20″49 gegeben hat mit dem wahrscheinlichen Fehler von 0″04. Der Stern ist 10mal im Maximum und 9mal im Minimum der Aberration beobachtet.

Herr Professor *Gerling* schreibt mir folgendes:

„Die Vergleichung zwischen Ihrer Basis und der bei München gemessenen, die sich schon im ersten Heft (S. 93) so überaus vortheilhaft stellte, erweist nun bei der definitiven Reduction eine vollkommene Uebereinstimmung, denn die betreffende Dreiecks-Seite ist

nach Ihrer Basis 10072,686 rhein. Ruthen
der Münchner 10072,684 „ „

Rücksichtlich der Längenunterschiede ergeben sich aber merkwürdige Differenzen zwischen den geodätischen und astronomischen Bestimmungen. Namentlich wird es wenigstens wahrscheinlich, daſs Altona und Göttingen, astronomisch verglichen, um 0″6 in Zeit differiren, und zwar Göttingen östlich von Altona.“ *S.*

Inhalt.

Altona 1841. März 18.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 419.

Beobachtungen von Sonnenflecken auf der Altonaer Sternwarte.

Von Herrn Observator *Petersen*.

(Beschlufs.)

Mit den aus den Beobachtungen des Fleckens b berechneten Elementen für die Rotation der Sonne finde ich für die übrigen Flecken folgende Sonnenlängen und Breiten:

Flecken a.

	Heliocentr. AR.	Sonnen Länge.	Sonnen Breite.
1840 Dec. 13	340°30′ 0″	−4°43′0	−17° 4,3
— 14	353 18 47	−3 45,8	−16 58,8
— 15	7 26 41	−4 2,3	−17 17,3
— 16	21 23 55	−3 50,9	−16 52,0
— 18	49 55 46	−3 27,9	−17 3,4
— 19	63 35 50	−2 59,4	−17 17,9
— 21	91 56 44	−2 39,4	−17 25,4
Mittel		−3 38,4	−17 8,4

Flecken b.

		0 0,0	+14 53,4

Flecken c (Gruppe).

1840 Dec. 14	322 17 16	27 15,7*	−13 49,0*
— 15	335 37 17	27 47,1*	−16 33,7*
— 16	251 0 27	27 32,6*	−12 4,2*

Flecken d.

1840 Dec. 16	301 58 35	75 34,5	+11 56,0:.
— 18	331 0 20	75 27,5	+12 40,5
— 19	345 27 55	75 9,5	+12 12,0
— 21	15 35 35	73 41,8	+12 0,8
— 23	45 16 23	72 40,6	+12 32,1
Mittel		74 30,8	+12 21,3

Flecken e′ (Gruppe).

1840 Dec. 18	9 52 26	36 34,7*	+11 26,5*
— 19	25 42 58	34 54,5	+ 9 5,7
— 21	56 31 56	32 45,4	+ 8 36,8
— 23	86 26 42	31 30,3	+ 8 56,4
1841 Jan. 10	346 34 3	28 30,3	+ 9 45,9
Mittel		31 55,1	+ 9 6,2

Flecken e″ (Gruppe).

1840 Dec. 19	19 20 54	41 16,5	+13 27,9
— 21	46 21 13	42 56,2	+14 27,8
— 23	73 58 11	43 58,8	+14 52,8
1841 Jan. 10	335 47 16	39 17,0*	+10 4,8:.*
Mittel		42 43,8	+14 16,2

Flecken f′.

	Heliocentr. AR.	Sonnen Länge.	Sonnen Breite.
1840 Dec. 23	313°14′ 26″	164°42′5	+9°10′0
— 26	355 41 58	164 55,6	+9 4,3:.
Mittel		164 49,0	+9 10,0

Flecken f″.

1840 Dec. 23	302 31 16	175 25,7	+8 25,7
— 26	348 22 51	172 14,7	+8 18,8
1841 Jan. 2	91 8 0	170 17,0	+7 59,4
Mittel		172 39,1	+8 14,6

Flecken g.

1840 Dec. 26	315 29 10	205 8,4	+4 29,5

Flecken h.

1840 Dec. 26	307 10 18	213 27,3	−9 13,1

Flecken i.

1841 Jan. 2	354 30 9	266 54,8	+8 17,8
10	108 11 9	266 52,3	+8 13,7
Mittel		266 53,5	+8 15,8

Bei den mit einem * bezeichneten Resultate ist die Identität des Fleckens zweifelhaft.

Für die Dauer einer Umdrehung der Sonne um ihre Axe würde aus den Beobachtungen

des Fleckens a	25	14ʰ	16′
—— b	25	4	30
—— d	24	11	32
—— e	24	16	27
—— f″	24	7	34

erfolgen.

Betrachtet man nun die berechneten Sonnen-Längen und Breiten, so scheint deutlich daraus hervorzugehen, dafs die Flecken fast alle ihren Ort auf der Oberfläche der Sonne ändern, und zwar nach verschiedenen Richtungen, doch meistens parallel mit dem Sonnenäquator. Selbst die Beobachtungen der Flecken e′, e″ in der Gruppe e, Dec. 19, 21 und 23, wo kein Zweifel vorhanden ist, dafs dieselben Flecken beobachtet sind, deuten auf eine eigene Bewegung zweier nahen Flecken in ganz verschiedener Richtung. Auch scheint es, als wenn die in Gruppen liegenden Flecken sich mehr ändern, als die welche sich

einzeln zeigen. Dies alles mufs sich jedoch erst durch lange fortgesetzte Beobachtungen ausweisen, und es würde wohl voreilig sein, Schlüsse aus so wenigen Beobachtungen zu ziehen.

Um das Verfahren zu zeigen, welches ich bei der Berechnung der heliocentrischen Längen und Breiten der Flecken angewandt habe, so wie bei der Bestimmung der Elemente für die Rotation der Sonne, theile ich hier noch die dabei angewandte Formel mit.

Bezeichnungen.

$\odot$, A, D....Länge, AR. und Declination der Sonne.

f, b, a, d....Länge, Breite, AR. und Declination eines Sonnenfleckens.

λ, β, α, δ....Heliocentrische Länge, Breite, AR. und Declination desselben.

ε, i......Neigung des Aequators der Erde und Sonne gegen die Ebene der Erdbahn.

☊......Länge des aufsteigenden Knotens des Sonnen-Aequators.

h.......Halbmesser der Sonne in Secunden nach dem Berl. Astr. Jahrbuche.

t.......Mittlere Zeit der Beobachtung.

T.......Die Dauer einer Sonnen-Revolution in mittlerer Zeit.

A und a nehme ich in Sternzeit gegeben an, alle übrigen Winkel in Bogen.

Setzt man

$$\begin{aligned} \rho \sin x &= d - D \\ \rho \cos x &= 15(a - A) \cos \tfrac{1}{2}(d + D) \\ tg\, y &= tg\, \varepsilon \cos \tfrac{1}{2}(\odot + f) \\ z &= x - y \end{aligned}$$

so erhält man die heliocentrische Länge und Breite durch die Formel:

$$\left.\begin{aligned} h \sin(u+\rho) &= \rho \\ tg\, v &= tg\, u \cos z \\ tg\, \beta &= \sin v\, tg\, z \\ \lambda &= \odot - (v + 180^\circ) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (I)$$

Man nimmt x und y immer im ersten Quadranten mit dem Zeichen ihrer Tangenten.

Ist vom Beobachter der Unterschied in Länge und Breite zwischen dem Mittelpuncte der Sonne und dem Flecken gegeben, so erhält man noch einfacher ρ und z durch folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} \rho \cos z &= f - \odot \\ \rho \sin z &= b \end{aligned}$$

und hierauf aus (I) λ und β. Die Zeichen von v und β sind immer gleich den Zeichen von $f - \odot$ und b.

Ist nun die heliocentrische Länge und Breite eines Sonnenfleckens für drei verschiedene Zeiten berechnet, so findet man ☊ und i nach der eleganten Auflösung einer völlig ähnlichen Aufgabe von *Gaufs* wie folgt:

Die drei bekannten heliocentrischen Längen und Breiten geben die drei Gleichungen

$$\begin{aligned} (1)\quad \sin \delta &= \cos i \sin \beta + \sin i \cos \beta \sin(\lambda - ☊) \\ (2)\quad \sin \delta &= \cos i \sin \beta' + \sin i \cos \beta' \sin(\lambda' - ☊) \\ (3)\quad \sin \delta &= \cos i \sin \beta'' + \sin i \cos \beta'' \sin(\lambda'' - ☊) \end{aligned}$$

subtrahirt man die erste dieser Gleichungen von der zweiten, so wird

$$\begin{aligned} cotg\, i &= \frac{\cos \beta \sin(\lambda - ☊) - \cos \beta' \sin(\lambda' - ☊)}{\sin \beta' - \sin \beta} \\ &= \frac{2 \cos \tfrac{1}{2}(\beta' + \beta) \cos \tfrac{1}{2}(\beta' - \beta) \sin \tfrac{1}{2}(\lambda - \lambda') \cos[\tfrac{1}{2}(\lambda + \lambda') - ☊] + 2 \sin \tfrac{1}{2}(\beta' + \beta) \sin \tfrac{1}{2}(\beta' - \beta) \cos \tfrac{1}{2}(\lambda - \lambda') \sin[\tfrac{1}{2}(\lambda + \lambda') - ☊]}{2 \sin \tfrac{1}{2}(\beta' - \beta) \cos \tfrac{1}{2}(\beta' + \beta)} \\ &= cotg\, \tfrac{1}{2}(\beta' - \beta) \sin \tfrac{1}{2}(\lambda - \lambda') \cos[\tfrac{1}{2}(\lambda + \lambda') - ☊] + tg\, \tfrac{1}{2}(\beta' + \beta) \cos \tfrac{1}{2}(\lambda - \lambda') \sin[\tfrac{1}{2}(\lambda + \lambda') - ☊] \end{aligned}$$

und setzt man nun

$$\begin{aligned} cotg\, \tfrac{1}{2}(\beta' - \beta) \sin \tfrac{1}{2}(\lambda - \lambda') &= F \sin G \\ tg\, \tfrac{1}{2}(\beta' + \beta) \cos \tfrac{1}{2}(\lambda - \lambda') &= F \cos G \\ H &= G + \tfrac{1}{2}(\lambda + \lambda'), \end{aligned}$$

so wird

$$(4) \ldots\ldots\ldots\ldots cotg\, i = F \sin(H - ☊).$$

Auf völlig gleiche Weise erhält man aus den Gleichungen (3) — (1)

$$\begin{aligned} cotg\, \tfrac{1}{2}(\beta'' - \beta) \sin \tfrac{1}{2}(\lambda - \lambda'') &= F' \sin G' \\ tg\, \tfrac{1}{2}(\beta'' + \beta) \cos \tfrac{1}{2}(\lambda - \lambda'') &= F' \cos G' \\ H' &= G' + \tfrac{1}{2}(\lambda + \lambda'') \end{aligned}$$

$$(5) \ldots\ldots\ldots\ldots cotg\, i = F' \sin(H' - ☊).$$

Eliminirt man i aus (4) und (5), so wird nach einer leichten Verwandlung

$$\begin{aligned} &(F' + F) \sin \tfrac{1}{2}(H - H') \cos[\tfrac{1}{2}(H + H') - ☊] \\ &= (F' - F) \cos \tfrac{1}{2}(H - H') \sin[\tfrac{1}{2}(H + H') - ☊] \end{aligned}$$

und setzt man $tg\, \zeta = \frac{F}{F'}$, wodurch $tg(45^\circ - \zeta) = \frac{(F' - F)}{(F' + F)}$ wird, so findet sich ☊ aus der Gleichung

$$cotg\, [\tfrac{1}{2}(H + H') - ☊] = tg(45^\circ - \zeta)\, cotg\, \tfrac{1}{2}(H - H') \ldots . (6)$$

und hierauf i aus (4) oder (5).

Mit der so gefundenen Länge des aufsteigenden Knotens des Sonnen-Aequators (☊), und dessen Neigung (i) gegen die

Ebene der Ecliptik, sucht man α und δ durch die bekannten Formel

$$tg\,p = \frac{tg\,\beta}{sin(\lambda - \Omega)}, \qquad q = p - i$$
$$sin\,\delta = \frac{sin\,\beta\,sin\,q}{sin\,p}, \qquad tg\,\alpha = \frac{tg(\lambda - \Omega)\,cos\,q}{cos\,p}.$$

(wo $p < 90°$ positiv oder negativ wie es dessen Tangente bedingt genommen wird) und erhält alsdann (T) die Dauer der Umdrehung der Sonne um ihre Axe durch die einfache Proportion:

$$(\alpha'' - \alpha) : 360° = (t'' - t) : T.$$

Altona 1841. Febr. 5.

A. C. Petersen.

Eine Aufgabe aus der practischen Geodäsie und deren Auflösung.

Von Herrn Professor *Hansen* in Seeberg.

Die Aufgabe: „Die Lage eines vierten Punkts durch Hülfe dreier bekannten Punkte, ohne sich an diese hinzubegeben, zu bestimmen," ist schon oft behandelt worden, anders verhält es sich aber mit der Aufgabe:

„Die Lage zweier unbekannten Punkte durch Hülfe „der Lage zweier bekannten Punkte zu bestimmen, „ohne jene von diesen aus zu beobachten."

Es ist mir nicht bekannt, dafs diese Aufgabe früher aufgestellt und gelöst worden wäre. Sie ist indefs wenigstens bei einer Landesvermessung zu militairischem oder staatsöconomischem Zwecke von ausgebreitetem Nutzen, denn man kann durch die Anwendung derselben aus den durch die vorangegangene Triangulation bestimmten Dreieckspunkten sich leicht und sicher eine grofse Anzahl partieller Basen für die Detailmessung, oder Fixpunkte für die Mefstischblätter verschaffen, und sie auch in manchen anderen Fällen anwenden. Sie hat mir z. B. auch bei der Triangulation des hiesigen Landes gedient, um in einer gebirgigen Gegend, in welcher ursprünglich eine nicht hinreichende Anzahl von trigonometrischen Punkten hatte bestimmt werden können, zwei neue Stationen einzuschalten, von welchen aus die Anzahl der trigonometrischen Punkte wesentlich vergröfsert werden konnte. Die Auflösung dieser Aufgabe ist leicht und besteht in folgendem.

1.

Ich bezeichne vier in einer Ebene liegende Puncte, die also ein Viereck bilden, der Reihe nach von der Linken zur Rechten mit den Zahlen 1, 3, 2, 4. Die Punkte 3 und 4 nehme ich als die bekannten und 1 und 2 als die unbekannten an. Nennt man nun die rechtwinklichen Coordinaten dieser Punkte x_1, x_2, x_3, x_4 und y_1, y_2, y_3, y_4 und setzt

$$y_3 - y_4 = R\,sin\,E$$
$$x_3 - x_4 = R\,cos\,E$$

dann ist R die Entfernung 3, 4 und E der Winkel, den die Linie 3, 4 am Punkte 4 mit der Axe der x macht. Die Winkel, welche die Linien 1, 4 und 2, 4 mit der Axe der x machen, nenne ich resp. s_1 und s_2 und diese Linien selbst ρ_1 und ρ_2.

Ich nehme nun an, dafs man sowohl auf dem Punkte 1 wie auf dem Punkte 2 einen Theodoliten oder irgend ein anderes zur Messung von Azimuthalunterschieden geeignetes Instrument aufgestellt, und von jenem die Punkte 2, 3 und 4, so wie von diesem die Punke 1, 3 und 4 eingeschnitten habe.

Ich setze ferner voraus, dafs man bei festgestelltem Kreise die Alhidade des Instruments nach und nach auf die drei zu beobachtenden Punkte hingeführt, jedesmal eingestellt und abgelesen habe, die Auflösung, die sich auf diese Beobachtungsart bezieht, kann leicht auch für den Fall eingerichtet werden, in welchem man die Winkel unabhängig von einander und etwa durch Multiplicationen gemessen hat.

Die auf die beschriebene Art erhaltenen Richtungen (oder Richtungswinkel mit willkührlichem Anfangspunkte,) bezeichne ich durch in Klammern eingeschlossene Brüche, deren Nenner den Standpunkt des Instruments, und deren Zähler den eingestellten Punkt bezeichnet. Vom Standpunkte 1 aus hat man also die Richtungen $(\frac{2}{1})$, $(\frac{3}{1})$ und $(\frac{4}{1})$, und vom Standpunkte 2 aus die Richtungen $(\frac{4}{2})$, $(\frac{1}{2})$ und $(\frac{3}{2})$ beobachtet. Somit giebt uns das Dreieck 1, 3, 4

$$\frac{sin\left((\frac{4}{1}) - (\frac{3}{1})\right)}{R} = \frac{sin\left((\frac{4}{1}) - (\frac{3}{1}) + E - s_1\right)}{\rho_1}$$

das Dreieck 3, 2, 4

$$\frac{sin\left((\frac{3}{2}) - (\frac{4}{2}) + s_2 - E\right)}{\rho_2} = \frac{sin\left((\frac{3}{2}) - (\frac{4}{2})\right)}{R}$$

und das Dreieck 1, 2, 4

$$\frac{sin\left((\frac{1}{2}) - (\frac{4}{2})\right)}{\rho_1} = \frac{sin\left((\frac{4}{1}) - (\frac{2}{1})\right)}{\rho_2}$$

Der Bogen $s_2 - s_1$ ist der der Seite 1, 2 im Dreieck 1, 2, 4 gegenüberliegende Winkel, und die beiden andern Winkel dieses Dreiecks sind $(\frac{4}{1}) - (\frac{2}{1})$ und $(\frac{1}{2}) - (\frac{4}{2})$. Wir haben also

$$s_2 - s_1 = 180° - \left\{(\tfrac{4}{1}) - (\tfrac{2}{1}) + (\tfrac{1}{2}) - (\tfrac{4}{2})\right\}$$

Ehe wir weiter gehen, werde ich eine Vereinfachung in diese Ausdrücke einführen. Da der Anfangspunct der Richtungswinkel willkührlich ist, so kann man durch Addition einer constanten Gröfse zu den vom Standpunkte 1 aus gemessenen

Richtungen immer bewirken, daſs $(\frac{2}{1}) = 0$, und eben so für die vom Standpunkte 2 gemessenen, daſs $(\frac{1}{2}) = 180^\circ$ wird. Sey daher

$$(\tfrac{2}{1}) = 0 \text{ und } (\tfrac{1}{2}) = 180^\circ.$$

Hiemit geht die vorstehende Gleichung für $s_2 - s_1$ in folgende über

$$s_2 - s_1 = (\tfrac{4}{2}) - (\tfrac{4}{1}).$$

Setzen wir auſserdem

$$s_2 + s_1 = 2Z,$$

so erhalten wir

$$s_1 = Z - \tfrac{1}{2}\{(\tfrac{4}{2}) - (\tfrac{4}{1})\}$$
$$s_2 = Z + \tfrac{1}{2}\{(\tfrac{4}{2}) - (\tfrac{4}{1})\}$$

Substituiren wir diese Werthe in die obigen Gleichungen, und setzen zur Abkürzung

$$A = \{(\tfrac{3}{2}) - (\tfrac{4}{2})\} - \{(\tfrac{4}{1}) - (\tfrac{3}{1})\}$$
$$B = (\tfrac{3}{1}) - (\tfrac{3}{2})$$

so ergiebt sich

$$\frac{\sin\{(\tfrac{4}{1}) - (\tfrac{3}{1})\}}{R} = -\frac{\sin\{Z - E + \tfrac{1}{2}A + \tfrac{1}{2}B\}}{\rho_1}$$

$$\frac{\sin\{Z - E + \tfrac{1}{2}A - \tfrac{1}{2}B\}}{\rho_2} = \frac{\sin\{(\tfrac{3}{2}) - (\tfrac{4}{2})\}}{R}$$

$$\frac{\sin(\tfrac{4}{2})}{\rho_1} = \frac{\sin(\tfrac{4}{1})}{\rho_2}$$

Multiplicirt man diese Gleichungen mit einander, so verschwinden die Entfernungen, und man erhält

$$\sin(\tfrac{4}{2}) \sin\{(\tfrac{4}{1}) - (\tfrac{3}{1})\} \sin\{Z - E + \tfrac{1}{2}A - \tfrac{1}{2}B\}$$
$$= -\sin(\tfrac{4}{1}) \sin\{(\tfrac{3}{2}) - (\tfrac{4}{2})\} \sin\{Z - E + \tfrac{1}{2}A + \tfrac{1}{2}B\}$$

woraus

$$tg\,\{Z - E + \tfrac{1}{2}A\}$$
$$= \frac{\sin(\tfrac{4}{2}) \sin\{(\tfrac{4}{1}) - (\tfrac{3}{1})\} - \sin(\tfrac{4}{1}) \sin\{(\tfrac{3}{2}) - (\tfrac{4}{2})\}}{\sin(\tfrac{4}{2}) \sin\{(\tfrac{4}{1}) - (\tfrac{3}{1})\} + \sin(\tfrac{4}{1}) \sin\{(\tfrac{3}{2}) - (\tfrac{4}{2})\}}\, tg\,\tfrac{1}{2}B$$

sich ergiebt. Hat man hieraus $Z - E + \frac{1}{2}A$ gefunden, so geben die obigen Gleichungen ρ_1, ρ_2, s_1 und s_2, und hiemit kann man die Coordinaten der Punkte 1 und 2 berechnen.

2.

Die Rechnung wird demnach durch folgende Formeln geführt. Zuerst rechnet man R und E durch folgende Gleichungen

$$y_3 - y_4 = R \sin E$$
$$x_3 - x_4 = R \cos E$$

und nachdem durch Addition oder Subtraction constanter Gröſsen zu oder von den Beobachtungen auf jedem der beiden Standpunkte

$$(\tfrac{2}{1}) = 0 \text{ und } (\tfrac{1}{2}) = 180^\circ$$

gemacht worden ist, B durch folgende Gleichung

$$B = (\tfrac{3}{1}) - (\tfrac{3}{2})$$

Sodann werden ζ und H durch folgende Gleichungen berechnet

$$tg\,\zeta = \frac{\sin(\tfrac{4}{1}) \sin\{(\tfrac{3}{2}) - (\tfrac{4}{2})\}}{\sin(\tfrac{4}{2}) \sin\{(\tfrac{4}{1}) - (\tfrac{3}{1})\}}$$

$$tg\,H = tg(\zeta - 45^\circ)\, tg\,\tfrac{1}{2}B$$

wo H für $Z - E + \frac{1}{2}A$ geschrieben ist. Hierauf bekommt man ρ_1 und ρ_2 vermittelst folgender Ausdrücke

$$\rho_1 = -R\,\frac{\sin(H + \tfrac{1}{2}B)}{\sin\{(\tfrac{4}{1}) - (\tfrac{3}{1})\}}$$

$$\rho_2 = R\,\frac{\sin(H - \tfrac{1}{2}B)}{\sin\{(\tfrac{3}{2}) - (\tfrac{4}{2})\}}$$

Diese Gleichungen bestimmen zugleich den Halbkreis in welchem H genommen werden muſs. Es muſs nemlich für den Halbkreis, in welchem H zu nehmen ist, die Annahme gemacht werden, bei welcher sich aus diesen beiden Gleichungen beides für ρ_1 und ρ_2 positive Werthe ergeben. Hiemit ist H völlig bestimmt, da die Gleichung für $tg\,H$ das algebraische Zeichen der Tangente von H bestimmt. Nun können s_1 und s_2 wie folgt berechnet werden:

$$s_1 = E + H + \tfrac{1}{2}B + \{(\tfrac{4}{1}) - (\tfrac{3}{1})\}$$
$$s_2 = E + H - \tfrac{1}{2}B - \{(\tfrac{3}{2}) - (\tfrac{4}{2})\}$$

und dann hat man

$$x_1 = x_4 + \rho_1 \cos s_1; \quad x_2 = x_4 + \rho_2 \cos s_2$$
$$y_1 = y_4 + \rho_1 \sin s_1; \quad y_2 = y_4 + \rho_2 \sin s_2$$

womit die Lage der Punkte 1 und 2 bestimmt ist. Aus den Coordinaten x_1, y_1, x_2 und y_2 findet man die Entfernung der Punkte 1 und 2, wenn man diese brauchen muſs, auf bekannte Art. Man kann sie aber auch durch die Entfernungen ρ_1 oder ρ_2 berechnen, ohne diese Coordinaten zu Hülfe zu nehmen. Das Dreieck 1, 2, 4 giebt sogleich

$$\Delta = \rho_1\,\frac{\sin\{(\tfrac{4}{2}) - (\tfrac{4}{1})\}}{\sin(\tfrac{4}{2})}$$

$$\Delta = \rho_2\,\frac{\sin\{(\tfrac{4}{2}) - (\tfrac{4}{1})\}}{\sin(\tfrac{4}{1})}$$

wo Δ die Entfernung der Punkte 1 und 2 ist. Die Berechnung von Δ durch diese beiden Ausdrücke giebt jedenfalls eine Controle der Rechnung.

3.

Es scheint aus den obigen Formeln hervorzugehen, daſs die Aufgabe unbestimmt werde, wenn entweder der Punkt 1 oder der Punkt 2 auf der graden Linie 3, 4 liegt, denn in dem ersten Falle wird $\sin((\frac{4}{1}) - (\frac{3}{1})) = 0$ und im zweiten $\sin((\frac{3}{2}) - (\frac{4}{2})) = 0$, und somit, wie leicht zu zeigen ist, im ersten Falle ρ_1 und im zweiten ρ_2 durch die obigen Formeln $= \infty$. Doch dieses ist nur scheinbar, denn angenommen der Punkt 1 läge auf der Linie 3, 4, so kann man zwar durch die oben dafür bestimmte Formel ρ_1 nicht berechnen, ρ_2 kann man indessen noch immer durch die dafür angegebene Formel sicher

berechnen, wenn nicht etwa auch der Punkt 2 auf derselben Linie läge, welchen Fall ich hier ausschliefse. Hat man nun hiemit ρ_2 berechnet, so geben die beiden obigen Ausdrücke für Δ durch Division

$$\rho_1 = \rho_2 \frac{\sin(\tfrac{4}{1})}{\sin(\tfrac{4}{2})}$$

welche Formel in dem in Rede stehenden Falle nicht $\frac{0}{0}$ wird. Liegt demnach der Punkt 1 nahe auf der Linie 3, 4, so mufs man den vorstehenden Ausdruck zur Berechnung von ρ_1 statt jenes anwenden, und läge statt dessen der Punkt 2 nahe auf dieser Linie, so würde man statt des im Art. 2 gegebenen Ausdrucks für ρ_2 den folgenden anwenden müssen

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{\sin(\tfrac{4}{2})}{\sin(\tfrac{4}{1})}$$

Liegen aber beide Punkte 1 und 2 auf der Linie 3, 4, dann werden beide Ausdrücke des Art. 2 für ρ_1 und $\rho_2 = \frac{0}{0}$ und in diesem Falle ist die Aufgabe in der That, wie auch leicht a priori zu erkennen ist, unbestimmt. Man mufs also bei der Anwendung die Fälle vermeiden, wo die Punke 1 und 2 beide nahe auf der Linie, welche die Punkte 3 und 4 verbindet, liegen. Man kann hinzufügen, dafs aufserdem auch die Fälle vermieden werden müssen, in welchen die Entfernung der unbekannten Punkte entweder sehr viel kleiner oder sehr viel gröfser ist wie die der bekannten Punkte, doch sind diese beiden Ausnahmefälle nicht ausschliefslich dieser Aufgabe eigenthümlich, sondern gehören mehr oder weniger überhaupt den geodätischen Aufgaben an.

4.

Die im Vorhergehenden enthaltene Auflösung werde ich durch ein aus der hiesigen Vermessung genommenes Beispiel erläutern. Beobachtet wurde auf dem Standpunkte 1 die Richtung

nach 3 $= 279^\circ 12' 12''$
nach 2 $= 5\ 31\ 54$
nach 4 $= 74\ \ 3\ 48$

und auf dem Standpunkte 2 die Richtung

nach 4 $= 77^\circ 55' 18''$
nach 1 $= 117\ \ 1\ 30$
nach 3 $= 155\ 56\ 30$

Da es sich hiebei blofs um die Revision einer früher mit den gewöhnlichen Hülfsmitteln der Feldmesser ausgeführten Detailmessung handelte, und die Entfernungen, wie man weiter unten sehen wird, nicht grofs sind, so wurden diese Richtungen mit einem 4zölligen Theodoliten, dessen Nonien unmittelbar halbe Minuten geben, ausgeführt. Die Coordinaten der bekannten Punkte 3 und 4, welche durch die Triangulation bestimmt sind, sind

$x_3 = -313{,}34 \qquad y_3 = -1198{,}31$
$x_4 = +310{,}57 \qquad y_4 = -1341{,}53$

Also

$y_3 - y_4 = +143{,}22 \qquad \log = 2{,}15600$
$\log\cos E = 9{,}98885n \qquad \log R = 2{,}80627$
$x_3 - x_4 = -623{,}91 \qquad \log = 2{,}79512n$
$\log tg\, E = 9{,}36088n \qquad E = 167^\circ 4' 17''.$

Subtrahiren wir nun von den auf der Station 1 beobachteten Richtungen $5^\circ 31' 54''$, und addiren wir zu den auf der Station 2 beobachteten $62^\circ 58' 30''$, so erhalten wir

$(\tfrac{3}{1}) = 273^\circ 40' 18''; \qquad (\tfrac{4}{2}) = 140^\circ 53' 48''$
$(\tfrac{2}{1}) = 0 \qquad ; \qquad (\tfrac{1}{2}) = 180$
$(\tfrac{4}{1}) = 68\ 31\ 54\ ; \qquad (\tfrac{3}{2}) = 218\ 55\ \ 0$

und hiemit

$(\tfrac{3}{2})-(\tfrac{4}{2}) = 78^\circ\ 1'\ 12''$
$(\tfrac{4}{1})-(\tfrac{3}{1}) = 154\ 51\ 36$
$\tfrac{1}{2}B = 27\ 22\ 39$

Die fernere Rechnung steht nun so:

$\log\sin(\tfrac{4}{2}) = 9{,}79984$
$\log\sin\{(\tfrac{4}{1})-(\tfrac{3}{1})\} = 9{,}62822$
$C\log\sin(\tfrac{4}{1}) = 0{,}03123$
$C\log\sin\{(\tfrac{3}{2})-(\tfrac{4}{2})\} = 0{,}00956$
$\log tg\,\zeta = 9{,}46885 \qquad \zeta = 16^\circ 24'\ 5''$
$\zeta - 45^\circ = -28\ 35\ 55$
$\log tg(\zeta - 45^\circ) = 9{,}73654n$
$\log tg\,\tfrac{1}{2}B = 9{,}71421$
$\log tg\, H = 9{,}45075n \qquad H = 164^\circ 14'\ 4''$
$\tfrac{1}{2}B = 27\ 22\ 39$
$H + \tfrac{1}{2}B = 191^\circ 36' 43''$
$H - \tfrac{1}{2}B = 136\ 51\ 25$

$\log(-R) = 2{,}80627n \qquad \log R = 2{,}80627$
$\log\sin(H+\tfrac{1}{2}B) = 9{,}30380n \qquad \log\sin(H-\tfrac{1}{2}B) = 9{,}83494$
$\log\sin\{(\tfrac{4}{1})-(\tfrac{3}{1})\} = 9{,}62822 \qquad \log\sin\{(\tfrac{3}{2})-(\tfrac{4}{2})\} = 9{,}99044$
$lg\,\rho_1 = 2{,}48185 \qquad lg\,\rho_2 = 2{,}66077$
$E = 167^\circ\ 4'\ 17'' \ldots\ldots\ldots\ldots 167^\circ\ 4'\ 17''$
$H+\tfrac{1}{2}B = 191\ 36\ 43 \qquad H-\tfrac{1}{2}B = 136\ 51\ 25$
$(\tfrac{4}{1})-(\tfrac{3}{1}) = 154\ 51\ 36 \qquad (\tfrac{3}{2})-(\tfrac{4}{2}) = 78\ \ 1\ 12$
$\varepsilon_1 = 153^\circ 32' 36'' \qquad \varepsilon_2 = 225^\circ 54' 30''$
$\log\cos\varepsilon_1 = 9{,}95196n \qquad \log\cos\varepsilon_2 = 9{,}84249n$
$\log\rho_1 = 2{,}48185 \qquad \log\rho_2 = 2{,}65077$
$\log\sin\varepsilon_1 = 9{,}64887 \qquad \log\sin\varepsilon_2 = 9{,}85626n$
$2{,}43381n \qquad 2{,}49326n$
$2{,}13072 \qquad 2{,}50703n$
$\rho_1\cos\varepsilon_1 = -271{,}53; \qquad \rho_2\cos\varepsilon_2 = -311{,}36$
$\rho_1\sin\varepsilon_1 = +135{,}12; \qquad \rho_2\sin\varepsilon_2 = -321{,}39$

Hiemit

$x_1 = +39{,}04 \qquad y_1 = -1206{,}41$
$x_2 = -\ 0{,}79 \qquad y_2 = -1662{,}92$

womit die Aufgabe gelöst ist. Um die Entfernung der Punkte 1 und 2 zu berechnen, haben wir einestheils vermittelst der eben gefundenen Coordinaten

$y_2 - y_1 = -456{,}51 \qquad \log = 2{,}65945n$
$\log\sin E' = 9{,}99836n \qquad \log\Delta = 2{,}66109$
$x_2 - x_1 = -\ 39{,}83 \qquad \log = 1{,}60021n$
$\log tg\, E' = 1{,}05924$

Anderntheils erhalten wir durch die obigen Formeln und numerischen Werthe

$$\begin{aligned} \log \rho_1 &= 2{,}48185 \qquad \log \rho_2 = 2{,}65077 \\ \log \sin\left\{\left(\tfrac{1}{2}\right)-\left(\tfrac{1}{1}\right)\right\} &= 9{,}97910 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 9{,}97910 \\ \log \sin\left(\tfrac{1}{2}\right) &= 9{,}79984 \qquad \log \sin\left(\tfrac{1}{1}\right) = 9{,}96877 \\ \log \Delta &= 2{,}66111 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2{,}66110 \end{aligned}$$

welche unter einander sowohl wie mit dem obigen Werthe derselben Größe so gut, wie erwartet werden darf, übereinstimmen.

5.

Um die Auflösung unserer Aufgabe zu vervollständigen ist noch der Fall zu betrachten, wo man mehr wie hinreichende Data durch die Beobachtungen ermittelt hat.

Ich nehme daher nun an, daſs man auf den beiden Stationen 1 und 2 die Richtungen von mehr wie zwei der Lage nach bekannten Gegenständen beobachtet habe. Hiebei ist nicht unumgänglich nöthig, daſs alle auf der einen Station beobachteten bekannten Gegenstände auch auf der andern beobachtet werden, ja es ist strenge genommen erlaubt, auf der einen Station durchgehends ganz andere bekannte Gegenstände zu beobachten, wie auf der andern. Man würde aber in diesem letzten Falle die vorläufige Bestimmung der unbekannten Punkte 1 und 2 nicht durch die hier im Vorhergehenden gegebene Auflösung ausführen können, sondern müſste die bekannte Auflösung der Aufgabe: aus drei bekannten Punkten die Lage eines vierten zu finden, auf die vorläufige Ermittelung der Coordinaten der Punkte 1 und 2 abgesondert von einander anwenden. Ich nehme daher hier an, daſs unter den von den Stationen 1 und 2 aus beobachteten bekannten Punkten wenigstens zwei die nemlichen seyen. Vermittelst dieser, oder wenn mehr wie zwei der auf beiden Stationen beobachteten bekannten Punkte die nemlichen sind, vermittelst beliebiger zwei dieser rechne man zuerst durch die vorstehende Auflösung die numerischen Werthe der Coordinaten x_1, y_1, x_2, y_2. Seyen nun auf der Station 1 überhaupt die Punkte m, n, etc. beobachtet, und w^m_1, w^n_1, etc. die Winkel, die die Linien $m,1$; $n,1$; etc. mit der Axe der x machen, dann hat man die Gleichungen

$$tg\, w^m_1 = \frac{y_m - y_1}{x_m - x_1}$$

$$tg\, w^n_1 = \frac{y_n - y_1}{x_n - x_1}$$

etc.

Sind auf der Station 2 die Punkte μ, ν, etc. beobachtet, so hat man ebenso, es mögen diese mit jenen identisch seyn oder nicht, die Gleichungen

$$tg\, w^\mu_2 = \frac{y_\mu - y_2}{x_\mu - x_2}$$

$$tg\, w^\nu_2 = \frac{y_\nu - y_2}{x_\nu - x_2}$$

etc.

Nennen wir nun wie vorher die beobachteten Richtungen $\left(\frac{m}{1}\right)$, $\left(\frac{n}{1}\right)$, etc. $\left(\frac{\mu}{2}\right)$, $\left(\frac{\nu}{2}\right)$, etc., so müssen, wenn die Beobachtungen und die relative Lage der bekannten Gegenstände absolut genau sind, sich allemal zwei Größen k_1 und k_2 dergestallt bestimmen lassen, daſs für alle auf der Station 1 beobachteten Punkte

$$-k_1 + \left(\frac{m}{1}\right) - w^m_1 = 0; \quad -k_1 + \left(\frac{n}{1}\right) - w^n_1 = 0; \text{ etc.}$$

und für alle auf der Station 2 beobachteten Punkte

$$-k_2 + \left(\frac{\mu}{2}\right) - w^\mu_2 = 0; \quad -k_2 + \left(\frac{\nu}{2}\right) - w^\nu_2 = 0, \text{ etc.}$$

Da dieses aber nie der Fall seyn wird, so muſs man vermittelst der Werthe, die diese Gleichungen wegen der Beobachtungsfehler bekommen, die den berechneten Werthen der Coordinaten der beiden Punkte 1 und 2 hinzuzufügenden Verbesserungen den Grundsätzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung gemäſs bestimmen. Zu dem Ende müssen wir zuerst durch die Gleichungen für $tg\, w^m_1$, etc. die Relationen zwischen den Incrementen der beobachteten Richtungen und der Coordinaten ermitteln. Ich setze statt dieser Gleichungen

$$(m,1) \sin w^m_1 = y_m - y_1$$

$$(m,1) \cos w^m_1 = x_m - x_1$$

wo $(m,1)$ die Entfernung der Punkte m und 1 bedeutet, und so ferner für alle beobachteten Punkte. Da nun jedenfalls hier die Lage der bekannten Punkte als vollkommen richtig angenommen werden muſs, so giebt die Differentiation der vorstehenden beiden Gleichungen, in der Voraussetzung, daſs m Einer der bekannten Punkte sey, und nachdem $\delta(m,1)$ eliminirt worden ist,

$$\delta w^m_1 = \pi \frac{y_m - y_1}{(m,1)^2} \delta x_1 - \pi \frac{x_m - x_1}{(m,1)^2} \delta y_1$$

wo $\pi = 206265''$ ist. Jeder von der Station 1 aus beobachtete bekannte Punkt giebt eine ähnliche Gleichung, die Beobachtung des Punktes 2 giebt aber

$$\delta w^2_1 = \pi \frac{y_m - y_1}{(2,1)^2} \delta x_1 - \pi \frac{x_2 - x_1}{(2,1)^2} \delta y_1 - \pi \frac{y_2 - y_1}{(2,1)^2} \delta x_2 + \pi \frac{x_2 - x_1}{(2,1)^2} \delta y_2$$

Gleicherweise erhalten wir, wenn μ irgend einer der auf der Station 2 beobachteten bekannten Punkte ist

$$\delta w^\mu_2 = \pi \frac{y_\mu - y_2}{(\mu,2)^2} \delta x_2 - \pi \frac{x_\mu - x_2}{(\mu,2)^2} \delta y_2$$

und die Beobachtung des Punktes 1 giebt

$$\delta w^1_2 = \pi \frac{y_2 - y_1}{(2,1)^2} \delta x_1 - \pi \frac{x_2 - x_1}{(2,1)^2} \delta y_1 - \pi \frac{y_2 - y_1}{(2,1)^2} \delta x_2 + \pi \frac{x_2 - x_1}{(2,1)^2} \delta y_2.$$

Die Werthe von δw^m_1, etc. δw^μ_1, etc. sind die oben angeführten Größen $-k_1 + \left(\frac{m}{1}\right) - w^m_1$, etc. $-k_2 + \left(\frac{\mu}{1}\right) - w^\mu_1$, etc., in welchen man auch $k + \delta k_1$ statt k_1 und $k_2 + \delta k_2$ statt k_2 schreiben kann. Wenn also auf der Station 1 im Ganzen l be-

kannte Gegenstände beobachtet worden sind, so ergeben sich l Gleichungen von der Form

$$0 = k_1 + w_1^m - \left(\frac{m}{1}\right) + \delta k_1 + \pi \frac{y_m - y_1}{(m,1)^2} \delta x_1 - \pi \frac{x_m - x_1}{(m,1)^2} \delta y_1$$

$$0 = k_1 + w_1^n - \left(\frac{n}{1}\right) + \delta k_1 + \pi \frac{y_n - y_1}{(n,1)^2} \delta x_1 - \pi \frac{x_n - x_1}{(n,1)^2} \delta y_1$$

etc. etc.

und die Gleichung

$$0 = k_1 + w_1^2 - (\tfrac{2}{1}) + \delta k_1 + \pi \frac{y_2 - y_1}{(2,1)^2} \delta x_1 - \pi \frac{x_2 - x_1}{(2,1)^2} \delta y_1$$

$$- \pi \frac{y_2 - y_1}{(2,1)^2} \delta x_2 + \pi \frac{x_2 - x_1}{(2,1)^2} \delta y_2$$

sind ferner auf der Station 2 λ bekannte Gegenstände beobachtet, so erhalten wir λ Gleichungen von der Form

$$0 = k_2 + w_2^\mu - \left(\frac{\mu}{2}\right) + \delta k_2 + \pi \frac{y_\mu - y_2}{(\mu,2)^2} \delta x_2 - \pi \frac{x_\mu - x_2}{(\mu,2)^2} \delta y_2$$

$$0 = k_2 + w_2^\nu - \left(\frac{\nu}{2}\right) + \delta k_2 + \pi \frac{y_\nu - y_2}{(\nu,2)^2} \delta x_2 - \pi \frac{x_\nu - x_2}{(\nu,2)^2} \delta y_2$$

etc. etc.

und die Gleichung

$$0 = k_2 + w_2^1 - (\tfrac{1}{2}) + \delta k_2 + \pi \frac{y_2 - y_1}{(2,1)^2} \delta x_1 - \pi \frac{x_2 - x_1}{(2,1)^2} \delta y_1$$

$$- \pi \frac{y_2 - y_1}{(2,1)^2} \delta x_2 + \pi \frac{x_2 - x_1}{(2,1)^2} \delta y_2.$$

Die Gröfsen k_1 und k_2 sind hier willkührlich und werden am zweckmäfsigsten im Voraus so bestimmt, dafs sowohl die Gröfsen $k_1 + w_1^m - \left(\frac{m}{1}\right)$, etc. und die Gröfsen $k_2 + w_2^\mu - \left(\frac{\mu}{2}\right)$, etc. alle klein werden, welches leicht zu bewerkstelligen ist. Hierauf hat man also $l + \lambda + 2$ Gleichungen, aus welchen die sechs unbekannten Gröfsen δx_1, δx_2, δy_1, δy_2, δk_1 und δk_2 nach den Vorschriften der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden müssen.

Man kann übereinstimmend mit den Grundsätzen dieser Methode die unbekannten Gröfsen δk_1 und δk_2 im Voraus aus den obigen Gleichungen eliminiren, wodurch die nachherige Arbeit sehr abgekürzt wird. Man mufs zu dem Ende die $l+1$ Gleichungen, welche δk_1 enthalten, addiren, durch ihre Anzahl $l+1$ dividiren, und dieses arithmetische Mittel von jeder derselben abziehen. Nachdem man hierauf auf die $\lambda+1$ Gleichungen, welche δk_2 enthalten, das nemliche Verfahren angewandt hat, ergeben sich $l + \lambda + 2$ Gleichungen zwischen den vier unbekannten Gröfsen δx_1, δy_1, δx_2 und δy_2, die nach den bekannten Vorschriften der Methode der kleinsten Quadrate aufgelöst werden müssen.

Statt dieses Verfahrens könnte man auch ohne vorläufige Werthe der Coordinaten x_1, y_1, x_2 und y_2 zu berechnen, die wahrscheinlichsten Verbesserungen der beobachteten Richtungen suchen, aber dieses Verfahren wird weitläuftiger wie das oben beschriebene, weil die Bedingungsgleichungen eine zusammengesetzte Form haben.

Die in diesem Artikel behandelte Aufgabe ist ein specieller Fall der allgemeinen Aufgabe, deren Auflösung ich in Nr. 361 der Astr. Nachr. gegeben habe, und die Auflösung, die ich ausführlich behandelt habe, gehört der dort gegebenen zweiten Auflösung an, während die eben kurz angedeutete Auflösung der dort gegebenen ersten Auflösung entspricht.

6.

Ich kann jetzt von dem Falle, wo man mehr wie hinreichende Data sich durch die Beobachtungen verschafft hat, kein Beispiel geben, weil die Berechnung der hiesigen Triangulation noch nicht hinreichend vorgerückt ist. Die Berechnung der im vorigen Artikel abgeleiteten Gleichungen für δx_1, etc. kann ich aber jedenfalls für das obige Beispiel zeigen, wenn gleich man davon zur Ermittelung genauerer Werthe der Coordinaten der unbekannten Punkte keinen Gebrauch wird machen können. Ich werde hiebei, um zu zeigen wie grofse Veränderungen wenigstens in diesem Beispiel eine kleine Veränderung der Coordinaten der unbekannten Punkte in den beobachteten Richtungen hervorbringt, die eben gefundenen Coordinaten um ein weniges verändern, bemerke aber dazu, dafs es bei der würklichen Anwendung der Formeln auf den Fall, wo mehr wie hinreichende Data vorhanden sind, nicht vortheilhaft ist, eine Veränderung mit den vorläufig aus den Beobachtungen zweier bekannten Punkte abgeleiteten Coordinaten vorzunehmen.

Seyen nun

$$x_1 = +38{,}5; \quad x_2 = -1{,}0$$
$$y_1 = -1206{,}0; \quad y_2 = -1663{,}0$$

Hiemit und mit den oben gegebenen Werthen der Coordinaten der Punkte 3 und 4

$$x_3 = -313{,}34; \quad x_4 = -310{,}57$$
$$y_3 = -1198{,}31; \quad y_4 = -1341{,}53$$

bekommen wir

$$y_2 - y_1 = -457{,}0; \quad x_2 - x_1 = -39{,}5$$
$$y_3 - y_1 = +7{,}69; \quad x_3 - x_1 = -351{,}84$$
$$y_4 - y_1 = -135{,}53; \quad x_4 - x_1 = +272{,}07$$
$$y_3 - y_2 = +464{,}69; \quad x_3 - x_1 = -312{,}34$$
$$y_4 - y_2 = +321{,}47; \quad x_4 - x_1 = +311{,}57$$

und somit erfordern die Gleichungen

$$y_m - y_1 = (m,1) \sin w_1^m$$
$$x_m - x_1 = (m,1) \cos w_1^m$$

und

$$y_\mu - y_2 = (\mu,2) \sin w_2^\mu$$
$$x_\mu - x_2 = (\mu,2) \cos w_2^\mu$$

die folgende Rechnung, bei welcher die überschriebenen Zahlen die Indices der Gegenstände oder beobachteten Punkte sind.

	2	3	4
$\log(y_m - y_1)$	2,65992n	0,88593	2,13204n,
$\log \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \} w_1^m$	9,99838n	9,99990n	9,95186,
$\log(x_1^m - x_1)$	1,59600n	2,54635n	2,43468,
$\log tg\, w_1^m$	1,06332	8,33958n	9,69736n,
w_1^m	265° 3′ 36″	178° 44′ 52″	333° 31′ 12″,
$\left(\frac{m}{1}\right)$	0	273 40 18	68 31 54,
$w_1^m - \left(\frac{m}{1}\right)$	265 3 36	265 4 34	264 59 18,

	3	4
$\log(y_\mu - y_2)$	2,66716	2,50714
$\log \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \} w_2^\mu$	9,91904	9,85617
$\log(x_\mu - x_2)$	2,49463n	2,49356
$\log tg\, w_2^\mu$	0,17253n	0,01358
w_2^μ	123° 54′ 27″	45° 53′ 43″
$\left(\frac{\mu}{2}\right)$	218 55 0	140 53 48
$w_2^\mu - \left(\frac{\mu}{2}\right)$	264 59 27	264 59 55

Ich führe hiebei an, dafs bei der würklichen Anwendung die Bögen w_1^m und w_2^μ scharf berechuet werden müssen. Setzen wir nun $k_1 = k_2 = -265° 2'$, so bekommen wir

$$k_1 + w_1^m - \left(\frac{m}{1}\right) \ldots\ldots +1'36'' \ldots\ldots +2'34'' \ldots\ldots -2'42''$$

$$k_2 + w_2^\mu - \left(\frac{\mu}{2}\right) \ldots\ldots -2\;33'' \ldots\ldots -2\;\;5$$

Da nothwendig $w_2^1 = 180° + w_1^2$ sich ergeben mufs, so erhalten wir

$$k_2 + w_2^1 - (\tfrac{1}{2}) = k_1 + w_1^2 - (\tfrac{2}{1}) = +1'36''$$

Ferner folgt aus der vorstehenden Rechnung

$\log(m,1) \ldots 2{,}66154 \ldots 2{,}54645 \ldots 2{,}48282$
$\log(\mu,2) \ldots 2{,}74812 \ldots 2{,}65097$

Die Rechnung für die Coefficienten

$$\pi \frac{y_m - y_1}{(m,1)^2}, \quad \pi \frac{x_m - x_1}{(m,1)^2}, \text{ etc.}$$

steht nun so

$\log \pi$	5,3144	5,3144	5,3144
$\log(y_m - y_1)$	2,6599n	0,8859	2,1320n,
$2\log(m,1)$	5,3231	5,0929	4,9656.
	2,6512n	1,1074	2,4808n
$\log \pi$	5,3144	5,3144	5,3144
$\log(x_m - x_1)$	1,5966n	2,5464n	2,4347,
$2\log(m,1)$	5,3231	5 0929	4,9656,
	1,5879n	2,7679n	2,7835

$\log \pi$	5,3144	5,3144
$\log(y_\mu - y_2)$	2,6672	2,5071
$2\log(\mu,2)$	5,4962	5,3019
	2,4854	2,5196
$\log \pi$	5,3144	5,3144
$\log(x_\mu - x_2)$	2,4946n	2,4936
$2\log(\mu,2)$	5,4962	5,3019
	2,3128n	2,5061

und wir haben somit die folgenden sechs Gleichungen,

$$\begin{aligned}
0 &= +96'' + \delta k_1 - 447''9\,\delta x_1 + 38''7\,\delta y_1 + 447''9\,\delta x_2 - 38''7\,\delta y_2 \\
0 &= +154 + \delta k_1 + 12{,}8\,\delta x_1 + 586{,}0\,\delta y_1 \\
0 &= -162 + \delta k_1 - 302{,}6\,\delta x_1 - 607{,}4\,\delta y_1 \\
0 &= +96 + \delta k_2 - 447{,}9\,\delta x_1 + 38{,}7\,\delta y_1 + 447{,}9\,\delta x_2 - 38{,}7\,\delta y_2 \\
0 &= -153 + \delta k_2 \qquad + 305{,}8\,\delta x_2 + 205{,}5\,\delta y_2 \\
0 &= -125 + \delta k_2 \qquad + 330{,}8\,\delta x_2 - 320{,}7\,\delta y_2
\end{aligned}$$

In diesem Falle kann es nichts nutzen, diese Gleichungen durch die Methode der kleinsten Quadrate zu behandeln, da ihre Anzahl der Anzahl der unbekannten Gröfsen gleich kommt. Sie werden jedenfalls die in den zu Grunde gelegten Coordinaten angenommenen Unterschiede mit der vorigen Rechnung wieder geben müssen, und geben in der That, wenn man sie aufgelöst hat,

$$\delta x_1 = +0{,}550, \quad \delta x_2 = +0{,}199$$
$$\delta y_1 = -0{,}410, \quad \delta y_2 = +0{,}063$$

während die bei Anfang der Rechnung angenommen Werthe dieser Gröfsen folgende sind

$$\delta x_1 = +0{,}54, \quad \delta x_2 = +0{,}21$$
$$\delta y_1 = -0{,}41, \quad \delta y_2 = +0{,}08$$

Aufserdem geben die obigen Gleichungen $\delta k_1 = \delta k_2 = +79''3$. Die erste und vierte derselben zeigen schon sogleich, dafs $\delta k_1 = \delta k_2$ seyn mufs, dieses hört aber auf der Fall zu seyn, wenn mehr Gleichungen wie unbekannte Gröfsen vorhanden sind.

Die kleinen in den Coordinaten angenommenen Unterschiede bringen, wie man sieht, in den Richtungen bedeutende Unterschiede zu Wege, und hieraus folgt, dafs die Coordinaten der unbekannten Punkte durch diese Aufgabe mit grofser Genauigkeit bestimmt werden können, sobald die Lage der bekannten Punkte mit Sicherheit bestimmt worden ist.

7.

Die allgemeine Aufgabe: „Die Lage und die absoluten „Dimensionen eines Polygons durch Messungen von Richtungen „von dessen Winkelpunkten aus zu bestimmen," schliefst sich der im Vorhergehenden behandelten Aufgabe unmittelbar an. Sind drei oder mehr unbekannte Punkte vorhanden und von jedem derselben aus nicht nur die übrigen, sondern auch zwei oder mehr bekannte Punkte beobachtet, so ist die Aufgabe jedenfalls mehr wie bestimmt. Die Beobachtungen zweier der bekannten Punkte von zwei der unbekannten Punkte aus geben, wie oben gezeigt worden ist, vorläufige Werthe der Coordinaten dieser Punkte, hiemit und durch die Beobachtungen der übrigen unbekannten Punkte bekommt man die vorläufigen Werthe der Coordinaten dieser. Bezeichnen wir nun überhaupt irgend einen der bekannten Punkte mit m und irgend einen der unbekannten mit ν, so giebt jede, von irgend einem der Punkte ν aus beobachtete Richtung irgend eines der Punkte m die Gleichung

$$0 = k_\nu + w_\nu^m - \left(\frac{m}{\nu}\right) + \delta k_\nu + \pi \frac{y_m - y_\nu}{(m,\nu)^2}\delta x_\nu - \pi \frac{x_m - x_\nu}{(m,\nu)^2}\delta y_\nu$$

und irgend eine vom Punkte ν aus beobachtete Richtung eines andern unbekannten Punktes ν' die Gleichung

$$0 = k_\nu + m_\nu^{\nu'} - \left(\frac{\nu'}{\nu}\right) + \delta k_\nu + \pi \frac{y_{\nu'} - y_\nu}{(\nu',\nu)^2}\delta x_\nu - \pi \frac{x_{\nu'} - x_\nu}{(\nu',\nu)^2}\delta y_\nu$$
$$- \pi \frac{y_{\nu'} - y_\nu}{(\nu',\nu)^2}\delta x_{\nu'} + \pi \frac{x_{\nu'} - x_\nu}{(\nu',\nu)^2}\delta y_{\nu'}.$$

Diese Gleichungen alle, deren Anzahl stets der Anzahl aller beobachteten Richtungen gleich kommt müssen wie oben beschrieben behandelt und durch die Methode der kleinsten Quadrate aufgelöst werden.

Hansen.

Altona 1841. März 25.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

Nº. 420.

Tafeln zur Reduction derjenigen Sterne, welche in den Zonen Aug. 19 bis Aug. 26. 1789 der Pariser Memoiren für 1789 vorkommen, auf den Anfang des Jahres 1790.

Von Herrn *R. Kysaeus.*

$$\alpha = t + k + k' \frac{z - Z}{100'}$$

$$\delta = z + p + p' \frac{z - Z}{100'}$$

die nördlichen Zenithdistanzen positiv genommen.

pag. 208. Aug. 19. 1789. $Z = 3°$.

t	k	k'	p	p'
17^h 0'	− 8″63	− 0″068	48° 52′ 16″8	+ 1″51
10	8,73	0,073	17,1	1,51
20	8,83	0,077	17,4	1,51
30	8,93	0,081	17,7	1,52
40	9,03	0,085	18,0	1,53
50	9,13	0,089	18,4	1,54
18 0	− 9,22	0,093	52 18,8	+ 1,55
10	9,31	0,097	19,2	1,56
20	9,40	0,101	19,7	1,57
30	9,49	0,104	20,2	1,59
40	9,57	0,107	20,7	1,60
50	9,65	0,110	21,3	1,61
19 0	− 9,73	− 0,113	52 21,9	+ 1,62
10	9,80	0,116	22,5	1,63
20	9,87	0,119	23,2	1,64
30	9,94	0,122	23,9	1,65
40	10,00	0,125	24,6	1,66
50	10,06	0,128	25,3	1,68
20 0	− 10,11	− 0,130	52 26,0	+ 1,69
10	10,16	0,132	26,8	1,70
20	10,21	0,134	27,6	1,71
30	10,25	0,136	28,4	1,73
40	10,29	0,138	29,2	1,74
50	10,33	0,139	30,0	1,76
21 0	− 10,36	− 0,140	52 30,9	+ 1,78
10	10,38	0,141	31,7	1,79
20	10,40	0,142	32,5	1,80
30	10,41	0,143	33,4	1,82
40	10,42	0,143	34,3	1,84
50	10,42	0,143	35,1	1,85
22 0	− 10,42	− 0,143	52 36,0	+ 1,86
10	10,42	0,143	36,9	1,88
20	10,41	0,143	37,8	1,90
30	10,39	0,143	38,7	1,91
40	10,37	0,143	39,6	1,92
50	10,35	0,142	40,4	1,94
23^h 0'	− 10″32	− 0″141	48° 52′ 41″2	+ 1″96
10	10,29	0,140	42,1	1,98
20	10,25	0,138	42,9	1,99
30	10,21	0,136	43,7	2,00
40	10,17	0,134	44,5	2,01
50	10,12	0,132	45,3	2,03
0 0	− 10,07	− 0,130	52 46,1	+ 2,04
10	10,01	0,128	46,8	2,05
20	9,95	0,126	47,5	2,06
30	9,88	0,123	48,2	2,07
40	9,81	0,120	48,9	2,08
50	9,74	0,117	49,6	2,09
1 0	− 9,66	− 0,114	52 50,2	+ 2,10
10	9,58	0,111	50,8	2,11
20	9,50	0,108	51,4	2,12
30	9,42	0,105	51,9	2,13
40	9,34	0,101	52,4	2,14
50	9,25	0,097	52,9	2,15
2 0	− 9,16	− 0,093	52 53,4	+ 2,16
10	9,06	0,089	53,8	2,16
20	8,96	0,085	54,2	2,16
30	8,86	0,081	54,5	2,17
40	8,76	0,077	54,8	2,18
50	8,66	0,073	55,1	2,18

pag. 209. Aug. 23. 1789. $Z = 5°$

t	k	k'	p	p'
18 10	− 9,92	+ 0,026	48 52 18,1	+ 1,59
20	10,02	0,022	18,5	1,60
30	10,12	0,018	19,0	1,61
40	10,21	0,014	19,5	1,62
50	10,30	0,010	20,1	1,63
19 0	− 10,38	+ 0,006	52 20,7	+ 1,64
10	10,46	+ 0,002	21,3	1,65
20	10,55	− 0,001	21,9	1,66
30	10,62	0,004	22,5	1,67
40	10,69	0,007	23,2	1,68
50	10,76	0,010	23,9	1,69
20 0	− 10,83	− 0,013	52 24,6	+ 1,70
10	10,89	0,016	25,3	1,71
20	10,95	0,018	26,1	1,72
30	11,00	0,020	26,9	1,73
40	11,05	0,022	27,7	1,75
50	11,09	0,024	28,5	1,76

t	k	k'	p	p'
21ʰ 0'	−11"12	−0"026	48°52'29"3	+1"77
10	11,15	0,027	30,2	1,79
20	11,18	0,028	31,1	1,81
30	11,21	0,029	31,9	1,82
40	11,23	0,030	32,8	1,83
50	11,24	0,031	33,7	1,85
22 0	11,25	−0,031	52 34,6	+1,87
10	11,26	0,031	35,5	1,88
20	11,26	0,031	36,3	1,89
30	11,25	0 031	37,2	1,91
40	11,24	0,030	38,1	1,93
50	11,22	0,029	39,0	1,95
23 0	−11,20	−0,028	52 39,9	+1,96
10	11,17	0,027	40 8	1,97
20	11,14	0,026	41,6	1,98
30	11,11	0,025	42,5	2,00
40	11,07	0,023	43,3	2,01

pag. 210. Aug. 24. 1789. $Z = 7°$.

t	k	k'	p	p'
17 20	−9,89	+0,171	48 52 7,4	+1,58
30	10,00	0,166	7,7	1,58
40	10,11	0,161	8,0	1,58
50	10,22	0,156	8,3	1,59
18 0	−10,33	+0,151	52 8,7	+1,60
10	10,44	0,146	9,1	1,60
20	10,54	0,141	9,6	1,61
30	10,65	0,136	10,1	1,62
40	10,75	0,132	10,6	1,63
50	10,84	0,127	11,1	1,64
19 0	−10,93	+0,123	52 11,7	+1,65
10	11,02	0,119	12,3	1,66
20	11,10	0,115	12,9	1,67
30	11,19	0,111	13,6	1,68
40	11,27	0,107	14,3	1,69
50	11,34	0,103	15,0	1,70
20 0	−11,41	0,100	15,7	1,71
10	11,47	0,097	16,4	1,72
20	11,53	0,094	17,2	1,73
30	11,58	0,092	18,0	1,74
40	11,63	0,090	18,8	1,76
50	11,68	0,088	19,6	1,77
21 0	−11,72	+0,086	52 20,4	+1,78
10	11,76	0,084	21,3	1,80
20	11,79	0,083	22,2	1,82
30	11,82	0,082	23,1	1,83
40	11,84	0,081	24,0	1,84
50	11,86	0,080	24,9	1,85
22 0	−11,87	+0,079	52 25,8	+1,87
10	11,87	0,079	26,7	1,89
20	11,87	0,079	27,6	1,90
30	11,86	0,079	28,5	1,91
40	11,85	0,080	29,4	1,92
50	11,84	0,031	30,3	1,93

pag. 211. Aug. 25. 1789. $Z = 9°$.

t	k	k'	p	p'
18 10	−10,52	−0,117	48 52 25,9	+1,63
20	10,63	0,122	27,3	1,64
18ʰ30'	−10"73	−0"127	48°52'27"8	+1"65
40	10,83	0,132	28,3	1,66
50	10,93	0,137	28,9	1,67
19 0	−11,03	−0,142	52 29,5	+1,68
10	11,13	0,147	30,1	1,69
20	11,22	0,152	30,7	1,70
30	11,30	0,156	31,4	1,71
40	11,38	0,160	32,1	1,72
50	11,45	0,164	32,8	1,73
20 0	−11,52	−0,168	52 33,5	+1,74
10	11,59	0,172	34,2	1,75
20	11,65	0,175	35,0	1,76
30	11,71	0,178	35,8	1,77
40	11,77	0,181	36,6	1,78
50	11,82	0,183	37,4	1,79
21 0	−11,86	−0,185	52 38,3	+1,80
10	11,89	0,187	39,2	1,81
20	11,92	0,189	40,1	1,83
30	11,95	0,190	41,0	1,84
40	11,97	0,191	41,9	1,85
50	11,98	0,192	42,8	1,86
22 0	−11,99	−0,193	52 43,7	+1,88
10	11,99	0,193	44,6	1,89
20	11,99	0,193	45,5	1,90
30	11,99	0,193	46,4	1,91
40	11,98	0,193	47,3	1,93
50	11,96	0,192	48,2	1,94
23 0	+11,94	0,191	52 49,1	1,95
10	11,91	0,190	50,0	1,96
20	11,88	0,189	50,9	1,98
30	11,84	0,187	51,8	2,00
40	11,80	0,185	52,7	2,01
50	11,75	0,183	53,5	2,02
0 0	−11,70	−0,180	52 54,3	+2,03
10	11,64	0,177	55,1	2,04
20	11,58	0,174	55,9	2,05
30	11,51	0,171	56,7	2,06

pag. 212. Aug. 26. 1789. $Z = 11°$.

t	k	k'	p	p'
18 20	−11,08	−0,601	48 52 25,1	+1,69
30	11,20	0,607	25,5	1,69
40	11,31	0,613	26,0	1,70
50	11,41	0,619	26,6	1,71
19 0	−11,52	−0,624	52 27,2	+1,72
10	11,62	0,629	27,8	1,72
20	11,72	0,635	28,4	1,73
30	11,81	0,640	29,0	1,74
40	11,90	0,645	29,7	1,75
50	11,99	0,649	30,4	1,76
20 0	−12,07	−0,653	52 31,2	+1,77
10	12,15	0,657	32,0	1,78
20	12,22	0,661	32,8	1,79
30	12,28	0,664	33,6	1,80
40	12,34	0,667	34,4	1,81
50	12,40	0,670	35,2	1,82

t	k	k'	p	p'
21ʰ 0'	−12″45	−0″673	48°52′36″1	+1″84
10	12,49	0,675	37,0	1,85
20	12,53	0,677	37,8	1,86
30	12,56	0,679	38,7	1,87
40	12,59	0,681	39,6	1,89
50	12,61	0,682	40,6	1,90
22 0	−12,63	−0,683	52 41,5	+1,91
10	12,64	0,684	42,4	1,92
20	12,64	0,684	43,3	1,93
30	12,64	0,684	44,3	1,94
40	12,63	0,683	45,2	1,95
50	12,62	0,682	46,1	1,96
23 0	−12,60	−0,682	52 47,0	+1,98
10	12,58	0,681	47,9	1,99
20	12,55	0,679	48,8	2,00
30	12,51	0,677	49,7	2,01
40	12,47	0,675	50,6	2,03
50	12,42	0,672	51,5	2,04
0 0	−12,37	−0,669	52 52,4	+2,05
10	12,31	0,666	53,2	2,06
20	12,25	0,663	54,0	2,07
30	12,18	0,659	54,8	2,08
40	12,11	0,654	55,6	2,09
50	12,03	0,649	56,4	2,10
1ʰ 0'	−11″95	−0″645	48°52′57″1	+2″11
10	11,86	0,641	57,8	2,12
20	11,77	0,636	58,5	2,13

Fädenabstände.

Bei der nördlichen Lage des Quadranten sind die Abstände der Fäden im Aequator:

25″059 und 25″220.

Die Collimation ist angenommen zu + 1′ 30″ und die Refraction berücksichtigt.

Z. D.	1—2.	2—3.
0	38″10	38″35
1	38,88	39,13
2	39,71	39,97
3	40,59	40,85
4	41,52	41,79
5	42,51	42,78
6	43,56	43,84
7	44,67	44,96
8	45,86	46,16
9	47,13	47,43
10	48,48	48,80
11	49,94	50,26
12	51,49	51,83
13	53,17	53,51

R. Kysaeus.

Schreiben des Herrn *Bertram*, Ingenieur-Geographen des Königl. Preuſs. Generalstabes, an den Herausgeber.

Berlin 1841. März 10.

Um die mir auf dem Punkte Schönberg in der letzten Hälfte des August v. J. noch übrig bleibende freie Zeit möglichst zu benutzen, versuchte ich, so gut es bei den gegebenen Mitteln möglich war, die Polhöhe zu bestimmen. Herr Major *Baeyer* hält diese Beobachtungen für ganz gelungen und trägt mir auf sie Ihnen zuzusenden.

Die Instrumente, die ich zu meiner Disposition hatte, waren:

1. Derselbe 12zollige, drei Sekunden angebende Kreis, welcher früher von *Gambey* für Herrn *Alexander v. Humboldt* Excellenz angefertigt wurde und 1835 mit zur Bestimmung der Meereshöhe von Berlin diente.

2. Ein mir gehörender Taschen-Chronometer von Hrn. *Tiede*.

Um meinen Zweck zu erreichen, beobachtete ich Zenithdistanzen von Sternen südlich und nördlich des Zeniths im Meridian, welche weder nach ihrer Culminationszeit noch nach ihrer Entfernung vom Zenith weit auseinander lagen, um mich von der Kenntniſs der wahren Refraction möglichst, und von einem constanten Fehler des Instruments völlig unabhängig zu machen, nach der bekannten Formel:

$$2\psi = s+r+x-p+p'-(s'+r'+x) \text{ und } \psi = \frac{s-s'}{2}+\frac{r-r'}{2}\pm\frac{p\pm p'}{2}$$

worin ψ die Aequatorshöhe s, die Zenithdistanz des nördlichen Sternes, r dessen wahre Refraction und p dessen Poldistanz; s', r' und p' dieselben Gröſsen für den correspondirenden südlichen Stern und x den Fehler des Instruments bezeichnen.

Die Zeit erhielt ich mit etwa 0,75 Secunde Genauigkeit durch auſser dem Meridian beobachtete Sternhöhen. Ein etwaniger Fehler indeſs, der schon an und für sich von wenigem Belange hierbei ist, wird übrigens auch durch Beobachtungen vor und nach der Culmination in gleichen Abständen völlig ausgeglichen. Die angewendeten Sterne sind Polaris, α Tauri, α Bootis, β Ursæ minoris und α Coronæ, und ich erhalte aus sämmtlichen Beobachtungen folgendes Resultat:

Datum.	Angewendete Sterne.	Aequatorshöhe.	Abweichung vom Mittel.
Aug. 17.	α Tauri und Polaris	36°1′ 9″86	+0″20
19.	α Bootis und β Ursæ min.	9,58	−0,08
	α Coronæ — β Ursæ min.	9,58	−0,08
20.	α Bootis und Polaris	10,96	+1,30
	α Coronæ — β Ursæ min.	10,63	+0,97
	α Bootis und β Ursæ min.	9,79	+0,13
22.	α Bootis und Polaris	8,06	−1,60
	α Bootis und β Ursæ min.	10,30	+0,64
	α Coronæ und β Ursæ min.	10,73	+1,07
27.	α Bootis und Polaris	10,42	+0,76
	α Bootis — β Ursæ min.	9,10	−0,56
	α Coronæ und β Ursæ min.	9,44	−0,22
29.	α Bootis und Polaris	8,31	−1,35
	α Bootis und β Ursæ min.	8,68	−0,98
	α Coronæ und β Ursæ min.	9,64	−0,02

Datum.	Angewendete Sterne.	Aequators-höhe.	Abweichung vom Mittel.
31.	α Bootis — Polaris	36° 1′ 9″98	+ 0″32
	α Bootis und β Ursæ min.	9,98	+ 0,32
	α Coronæ und β Ursæ min.	8,90	— 0,76
	Mittel	36° 1′ 9″66	

wahrscheinlicher Fehler jeder Beobachtung = ± 0″56
wahrscheinlicher Fehler des Resultates = ± 0,13

Aufserdem habe ich noch das Azimuth von *Dietrichshagen* durch mehrere Polarstern-Beobachtungen bestimmt, was jedoch ein viel geringeres Gewicht hat als die Polhöhe, theils weil ich, der Construction des Instrumentes zufolge, die Abweichung der Vertical-Axe nur vor und nach jeder Beobachtung messen konnte, während der Beobachtung selbst aber keine Sicherheit dafür hatte; theils auch weil der Azimuthal-Kreis nur zwei Nonien hat, und ich dabei noch von einem möglichen Fehler der Kreistheilung sehr abhängig bin; es wäre mir jedoch höchst erwünscht, es bald mit dem aus Ihren Operationen hervorgehendem Resultat vergleichen zu können. Das von mir gefundene Azimuth von *Dietrichshagen* auf Schönberg ist = 71° 49′ 26″83.

C. L. Bertram,
Ingenieur-Geograph des Generalstabes.

Schreiben des Herrn *M. Koller*, Directors der Sternwarte in Kremsmünster, an den Herausgeber.

Kremsmünster 1841. Febr. 14.

Ich übersende Ihnen hiemit den Rest der Beobachtungen, welche auf hiesiger Sternwarte an *Bremickers* Cometen gemacht wurden.

1840.	Mittl. Zeit zu Kremsm.	Des Kometen scheinbare AR.	Des Kometen scheinbare nördl. Abw.	Vergleichs-sterne.
Dec. 16	6h 24′ 22″22	0h 9′ 30″94	37° 33′ 60″9	θ Androm.
		29,43	57,6	α Androm.
17	6 18 37,91	0 14 23,02	36 38 49,7	α Androm.
		22,64	55,1	ρ Androm.
18	7 16 51,08	0 19 22,11	35 40 42,6	τ Androm.
		20,81	42,5	α Androm.
22	6 27 13,17	0 37 13,89	32 5 18,5	π Androm.
		13,85	20,9	δ Androm.
23	6 28 14,05	0 41 26,99	31 12 46,2	π Androm.
		28,14	44,4	δ Androm.
24	6 3 26,75	0 45 31,61	30 21 29,4	δ Androm.
		31,53	27,8	σ 1 Pisc.
25	6 26 31,57	0 49 36,17	29 29 39,4	δ Androm.
		35,70	38,5	σ 1 Pisc.
26	6 29 43,02	0 53 21,76	28 38 50,9	δ Androm.
		21,19	55,8	σ 1 Pisc.
27	8 20 8,87	0 57 39,94	27 46 4,7	σ 1 Pisc.
		39,78	8,4	G Pisc.
28	9 4 28,35	1 1 30,70	26 56 25,7	G Pisc.
		31,25	28,3	υ Pisc.
29	9 59 42,35	1 5 15,93	26 7 8,1	G Pisc.
1841.		17,38	11,0	υ Pisc.
Jan. 9	6 39 35,22	1 40 21,08	18 42 22,3	β Arietis.
		20,52	29,4	α Arietis.
22	6 57 34,91	2 14 23,77	12 24 37,5	α Ceti.
23	6 36 45,85	2 16 30,54	———	α Ceti.

Am 22sten und 23sten Jänner war nur noch eine Spur des Cometen durch das Fernrohr des Aequatoreals zu sehen, daher die erhaltenen Positionen nur als eine rohe Annäherung zu betrachten sind. Die Ihnen in meinem letzten Schreiben mitgetheilten parabolischen Elemente des Cometen haben sich als gut bewährt, sie setzten mich in den Stand ihn so lange zu verfolgen. Ich habe neue Elemente aus den Beobachtungen von Nov. 29, Dec. 16 und 28 gerechnet; da sie jedoch wenig von den vorigen verschieden sind, so glaube ich sie hier übergehen zu dürfen. Ein bedeutender Fehler hat sich bei der Angabe der Position des Cometen vom 4ten Decbr, welche ich Ihnen in meinem Schreiben vom 11ten Dec. mittheilte, eingeschlichen, es soll nämlich heifsen:

1840.	M. Z. Kremsm.	AR. adp Com.	Decl. adp. Com.	Vgl. sterne.
Dec. 4	16h 5′ 11″96	23h 2′ 16″03	+48° 7′ 22″1	α Cassiop.
		16,37	———	8 Androm.

Im Sommer des verflossenen Jahres habe ich mehrjährige auf hiesiger Sternwarte gemachte Temperaturbeobachtungen zusammengestellt und daraus Resultate erhalten, die ich hier kurz mittheile. Der tägliche Gang der Wärme aus 7jährigen, täglich 8 bis 9mal gemachten Beobachtungen abgeleitet, wird durch folgende Ausdrücke in den einzelnen Monaten des Jahres dargestellt:

Monat	Ausdruck	
Januar.	$T_n = -3°2342 + 1,1665 \sin[n.15° + 43° \ 4'] + 0,4145 \sin[n.30° + 51°21'] + 0,1377 \sin[n.45° + 53°56']$	$\varepsilon T_n = 0°0377$
Febr.	$T_n = -1,0129 + 1,7375 \sin[n.15 + 39 \ 48] + 0,5714 \sin[n.30 + 47 \ 1] + 0,2554 \sin[n.45 + 46 \ 48]$	$\varepsilon T_n = 0,0156$
März.	$T_n = 2,6879 + 2,2853 \sin[n.15 + 40 \ 55] + 0,5883 \sin[n.30 + 60 \ 5] + 0,0809 \sin[n.45 + 181 \ 11]$	$\varepsilon T_n = 0,0058$
April.	$T_n = 6,1771 + 2,4034 \sin[n.15 + 43 \ 14] + 0,5009 \sin[n.30 + 58 \ 52] + 0,1767 \sin[n.45 + 187 \ 6]$	$\varepsilon T_n = 0,0136$
Mai.	$T_n = 12,8288 + 3,3759 \sin[n.15 + 50 \ 35] + 0,1837 \sin[n.30 + 125 \ 15] + 0,1504 \sin[n.45 + 259 \ 23]$	$\varepsilon T_n = 0,0161$
Juni.	$T_n = 16,7212 + 3,5477 \sin[n.15 + 55 \ 33] + 0,3280 \sin[n.30 + 192 \ 7] + 0,1510 \sin[n.45 + 271 \ 0]$	$\varepsilon T_n = 0,0337$
Juli.	$T_n = 18,0125 + 2,8589 \sin[n.15 + 51 \ 26] + 0,1360 \sin[n.30 + 96 \ 40] + 0,1949 \sin[n.45 + 250 \ 10]$	$\varepsilon T_n = 0,0547$
Aug.	$T_n = 16,6954 + 3,0356 \sin[n.15 + 49 \ 26] + 0,2061 \sin[n.30 + 99 \ 19] + 0,2021 \sin[n.45 + 246 \ 34]$	$\varepsilon T_n = 0,0507$
Sept.	$T_n = 13,5508 + 3,1066 \sin[n.15 + 39 \ 29] + 0,4750 \sin[n.30 + 64 \ 31] + 0,1578 \sin[n.45 + 231 \ 13]$	$\varepsilon T_n = 0,0513$
Oct.	$T_n = 8,2900 + 2,6066 \sin[n.15 + 39 \ 8] + 0,6254 \sin[n.30 + 48 \ 3] + 0,1264 \sin[n.45 + 356 \ 0]$	$\varepsilon T_n = 0,0164$
Nov.	$T_n = 2,3887 + 1,2629 \sin[n.15 + 38 \ 19] + 0,4467 \sin[n.30 + 46 \ 18] + 0,1856 \sin[n.45 + 34 \ 11]$	$\varepsilon T_n = 0,0506$
Dec.	$T_n = 0,2646 + 0,8120 \sin[n.15 + 46 \ 38] + 0,4165 \sin[n.30 + 40 \ 9] + 0,1854 \sin[n.45 + 34 \ 35]$	$\varepsilon T_n = 0,0161$

In diesen Ausdrücken bezeichnet T_n die der Stunde n des Tages entsprechende Temperatur in Grade Celsius, und εT_n den wahrscheinlichen Fehler von T_n. Folgende Tabelle der stündlichen Temperaturen ist nach den angeführten Ausdrücken berechnet.

Stunde.	Januar.	Febr.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septbr.	Octbr.	Novbr.	Decbr.	Stunde.
0	—2°00	0°70	4°64	8°24	15°44	19°43	20°20	19°02	15°81	10°39	3°60	1°23	0
1	—1,70	1,22	5,05	8,6[illegible]	15,86	19,74	20,57	19,45	16,40	11,10	4,02	1,55	1
2	—1,66	1,37	5,22	[illegible]	16,11	19,95	20,83	19,67	16,75	11,45	4,14	1,62	2
3	—1,83	1,10	5,18	8,73	16,17	20,00	20,92	19,76	16,86	11,40	3,99	1,43	3
4	—2,15	0,64	4,93	8,54	15,97	19,83	20,78	19,61	16,70	11,00	3,65	1,08	4
5	—2,49	0,14	4,54	8,18	15,52	19,42	20,36	19,19	16,27	10,40	3,24	0,70	5
6	—2,79	—0,30	4,04	7,66	14,85	18,79	19,73	18,55	15,62	9,72	2,90	0,40	6
7	—3,01	—0,56	3,50	7,03	14,06	18,01	18,96	17,77	14,86	9,11	2,67	0,23	7
8	—3,17	—0,77	2,98	6,39	13,25	17,16	18,20	16,99	14,13	8,61	2,53	0,15	8
9	—3,32	—0,99	2,53	5,83	12,48	16,29	17,53	16,31	13,49	8,22	2,41	0,11	9
10	—3,48	—1,24	2,17	5,42	11,78	15,44	16,98	15,74	12,98	7,87	2,25	0,04	10
11	—3,65	—1,58	1,90	5,16	11,13	14,62	16,52	15,25	12,55	7,50	2,05	—0,05	11
12	—3,82	—1,89	1,65	4,97	10,52	13,88	16,10	14,78	12,13	7,12	1,82	—0,16	12
13	—3,95	—2,13	1,38	4,76	9,96	13,26	15,68	14,26	11,65	6,71	1,63	—0,24	13
14	—4,05	—2,30	1,07	4,48	9,51	12,87	15,30	13,86	11,13	6,32	1,49	—0,26	14
15	—4,12	—2,35	0,73	4,14	9,28	12,80	15,07	13,56	10,65	6,02	1,41	—0,26	15
16	—4,20	—2,41	0,44	3,83	9,35	13,10	15,09	13,52	10,33	5,83	1,35	—0,27	16
17	—4,28	—2,50	0,31	3,69	9,78	13,82	15,41	13,81	10,30	5,81	1,29	—0,32	17
18	—4,33	—2,56	0,42	3,83	10,51	14,79	16,03	14,44	10,63	5,93	1,23	—0,41	18
19	—4,28	—2,58	0,82	4,32	11,44	15,87	16,84	15,30	11,29	6,25	1,24	—0,48	19
20	—4,07	—2,35	1,49	5,09	12,44	16,91	17,72	16,25	12,19	6,78	1,39	—0,44	20
21	—3,67	—1,85	2,32	6,00	13,39	17,80	18,53	17,15	13,20	7,52	1,75	—0,21	21
22	—3,11	—1,05	3,20	6,91	14,21	18,49	19,20	17,92	14,20	8,45	2,31	+0,20	22
23	—2,51	—0,11	4,01	7,68	14,89	19,02	19,75	18,53	15,09	9,44	2,98	+0,73	23
Mittel	—3°23	—1°01	2°69	6°18	12°83	16°72	18°01	16°69	13°55	8°29	2°39	0°26	Mittel.

Die Zeiten des Maximums und Minimums und der mittleren Temperaturen geben folgende Ausdrücke:

Maximum:

$$H_n = 2^h3675 + 0{,}6410\, sin[30°(n+\tfrac{1}{2}) + 257°46'] + 0{,}1355\, sin[60°(n+\tfrac{1}{2}) + 295°\ 7] + 0{,}0403\, sin[90°(n+\tfrac{1}{2}) + 74°45] \quad \varepsilon H_n = 0{,}0407$$

Minimum:

$$H_n = 16^h8917 + 1{,}8771\, sin[30°(n+\tfrac{1}{2}) + 89\ 38] + 0{,}0247\, sin[60°(n+\tfrac{1}{2}) + 35\ 19] + 0{,}3854\, sin[90°(n+\tfrac{1}{2}) + 161\ 27] \quad \varepsilon H_n = 0$$

Mittlere Temperatur am Morgen:

$$H_n = 21^h2425 + 1{,}0264\, sin[30°(n+\tfrac{1}{2}) + 98\ 33] + 0{,}2426\, sin[60°(n+\tfrac{1}{2}) + 268\ 26] + 0{,}0669\, sin[90°(n+\tfrac{1}{2}) + 206\ \ 7] \quad \varepsilon H_n = 0{,}0960$$

Mittlere Temperatur am Abend:

$$H_n = 8^h4825 + 0{,}0980\, sin[30°(n+\tfrac{1}{2}) + 254\ 54] + 0{,}4361\, sin[60°(n+\tfrac{1}{2}) + 284\ \ 5] + 0{,}4733\, sin[90°(n+\tfrac{1}{2}) + 314\ 24] \quad \varepsilon H_n = 0.0061$$

Hier ist H_n die dem Monate n entsprechende Zeit des fraglichen Stadiums. Für die einzelnen Werthe hat man daher folgende Zeiten:

Monat.	Maximum.	Minimum.	Mittlere Temperatur am Morgen.	Mittlere Temperatur am Abend.	Monat.	Maximum.	Minimum.	Mittlere Temperatur am Morgen.	Mittlere Temperatur am Abend.
Januar	1h68	18h56	21h91	8h07	Juli	2h99	15h27	20h15	8h27
Februar	1,87	17,90	21,82	8,98	August	2,98	15,92	20,65	8,20
März	2,17	17,56	21,63	8,85	Septbr.	2,83	16,22	21,27	8,94
April	2,50	16,74	21,06	8,32	Octbr.	2,39	17,00	21,84	9,26
Mai	2,69	15,38	20,36	8,42	Novbr.	1,93	18,36	22,14	8,33
Juni	2,78	14,74	19,99	8,63	Decbr.	1,68	19,05	22,08	7,51

Der jährliche Gang der Wärme, wie ihn 20jährige Beobachtungen geben, wird durch folgende Formel dargestellt:

$$T_n = 7°8642 + 10{,}5232\, sin[30°(n+\tfrac{1}{2}) + 253°24'] + 0{,}4621\, sin[60°(n+\tfrac{1}{2}) + 250°37'] + 0{,}4070\, sin[90°(n+\tfrac{1}{2}) + 145°37] \quad \varepsilon T_n = 0°2466$$

T_n ist hier die dem Monate n entsprechende mittlere Temperatur. Nach diesem Typus sind die mittleren Temperaturen der einzelnen Monate:

Januar	—3°18	April	8°42	Juli	18°00	Oct.	8°21	Mittlere Jahrestemperatur 7°838	Mittlere Temperatur:
Febr.	—1,95	Mai	12,95	Aug.	17,37	Nov.	2,79	Kältester Tag.......Januar 5,61	März 26,85
März	2,72	Juni	16,13	Sept.	13,60	Dec.	—1,00	Wärmster Tag.......Juli 9,18	Oct. 1,89

Die monatlichen Schwankungen der Temperatur endlich, wie sie ebenfalls aus 20jährigen Beobachtungen folgen, giebt folgender Ausdruck:

$$\Delta_n = 18°613 + 1{,}6094\, sin[30°(n+\tfrac{1}{2}) + 32°15'] + 0{,}4617\, sin[60°(n+\tfrac{1}{2}) + 34°22'] + 0{,}2735\, sin[90°(n+\tfrac{1}{2}) + 35°53'] \quad \varepsilon\Delta_n = 0°0308$$

Hier bezeichnet Δ_n die dem Monate n entsprechende Schwankung. Für die einzelnen Monate hat man daher die Schwankungen:

Januar 20°14	März 20°20	Mai 18°85	Juli 17°23	Septbr. 17°66	Novbr. 17°59
Februar 20,61	April 19,59	Juni 17,86	Aug. 17,39	Octbr. 17,49	Decbr. 18,73.

Beiliegend erhalten Sie auch die 1839 am hiesigen Meridiankreise gemachten Mond- und Planetenbeobachtungen, welche gröſstentheils von Herrn *Reslhuber* berechnet wurden.

M. Koller.

Beobachtungen am Meridiankreise der Sternwarte zu Kremsmünster im Jahre 1839.

I. Beobachtungen des Mondes sammt ihrer Vergleichung mit *Burckhardt's* Tafeln mittelst der von Herrn Conferenzrath *Schumacher* berechneten Mondephemeride. (Astr. Nachr. Nr. 372.)

	AR. des Mondes im Meridian.	Vergleich. mit der Eph. $d\alpha$ = (Ephem. — α)	Decl. des Mondescentrums im Meridian.	Vergleich. mit der Eph. $d\delta$ = (Ephem. — δ)
1839 Januar 27.	α = 7h14'47"53	$d\alpha$ = + 0"75	δ = +27°12'35"90	$d\delta$ = — 17"40
— 28.	8 12 47,64	+ 0,61	+ 24 18 21,00	+ 3,70
März 31.	13 52 25,60	— 0,11	— 14 54 2,80	— 9,20
April 23.	10 43 15,78	+ 0,42	+ 9 39 6,00	— 5,30
Juli 21.	15 59 50,87	+ 0,56	— 25 40 7,00	— 0,60
— 22.	16 56 45,97	— 0,06	— 27 47 45,60	+ 0,10
Sept. 17.	19 0 11,63	— 0,24	— 27 27 22,00	+ 7,10
Oct. 15.	19 33 44,83	+ 0,03	— 25 59 13,59	+ 14,71
— 16.	20 29 38,16	+ 0,52	— 22 32 32,99	+ 11,34
— 17.	21 24 3,36	+ 0,21	— 17 47 49,97	+ 9,69
— 18.	22 17 11,87	+ 0,21	— 11 57 24,58	+ 14,78
— 19.	23 9 48,67	+ 0,12	— 5 16 52,75	+ 12,73
— 20.	0 3 0,94	+ 0,04	+ 1 53 47,09	+ 5,72
— 21.	0 58 8,16	+ 0,43	+ 9 9 15,62	+ 4,11
Nov. 18.	1 24 14,60	+ 0,94	+ 12 25 51,58	+ 7,66
Dec. 15.	0 58 23,33	+ 0,84	———	———
— 18.	———	———	+ 25 42 10,64	+ 6,69

II. Beobachtungen der Mondsterne.

		AR.	Fädenzahl.
Januar 27.	ε Geminorum	α = 6h34' 3"19	5
	τ Geminorum	7 0 55,18	5
	Mond I Rand	7 13 34,70	5
	κ Geminorum	7 34 45,03	5
	σ Cancri	7 53 38,97	5
— 28.	κ Geminorum	7 34 45,05	5
	σ Cancri	7 53 38,90	5
	Mond I Rand	8 11 37,41	5
	δ Cancri	8 35 33,54	5
März 31.	α Virginis	13 16 45,04	5
	θ Virginis	13 37 24,16	5
	Mond II Rand	13 53 28,42	4
	λ Virginis	14 10 26,33	5
April 23.	γ Leonis	10 11 7,76	5
	ρ Leonis	10 24 21,82	5
	Mond I Rand	10 42 23,43	5
	χ Leonis	10 56 44,39	5
	τ Leonis	11 19 41,34	5
Juli 22.	α Scorpionis	16 19 35,79	5
	τ Scorpionis	16 25 55,33	5
	Mond I Rand	16 54 35,18	5
	θ Ophiuchi	17 12 11,01	5
	p Sagittarii	17 37 29,42	5
Sept. 17.	λ Sagittarii	α = 18h18' 5"28	5
	σ Sagittarii	18 45 20,57	5
	Mond I Rand	18 59 0,05	5
	h² Sagittarii	19 26 58,01	5
	59 Sagittarii	19 47 7,31	5
Oct. 15.	τ Sagittarii	18 56 56,08	5
	h² Sagittarii	19 26 57,29	5
	Mond I Rand	19 32 34,47	5
	c Sagittarii	19 52 48,34	5
	σ Capricorni	20 10 9,08	5
— 16.	c Sagittarii	19 52 48,42	5
	σ Capricorni	20 10 9,03	3
	Mond I Rand	20 28 28,72	5
	η Capricorni	20 55 17,72	5
	ε Capricorni	21 6 53,29	5
— 17.	η Capricorni	20 55 17,83	5
	ε Capricorni	21 6 53,49	5
	Mond I Rand	21 22 54,92	5
	δ Capricorni	21 38 12,46	5
	i Aquarii	21 57 47,79	5
— 18.	δ Capricorni	21 38 12,48	5
	i Aquarii	21 57 47,63	5
	Mond I Rand	22 16 4,15	5
	λ Aquarii	22 44 16,54	5

			AR.	Fädenzahl.
Oct.	19.	λ Aquarii	α = 22h 44′ 16″40	5
		Mond I Rand	23 8 41,03	5
		λ Piscium	23 33 53,73	5
		g Piscium	23 53 38,28	5
—	20.	λ Piscium	23 33 53,78	5
		g Piscium	23 53 38,33	5
		Mond I Rand	0 1 52,54	5
		δ Piscium	0 40 24,11	5
—	21.	δ Piscium	0 40 23,95	5
		Mond I Rand	0 56 58,09	5
Oct.	21.	η Piscium	1h 22′ 56″72	5
		β Arietis	1 45 49,43	5
Nov.	18.	ε Piscium	0 54 39,47	5
		Mond I Rand	1 23 4,01	5
		β Arietis	1 45 49,64	5
		θ′ Arietis	2 9 15,32	5
Dec.	15.	Mond I Rand	0 57 15,15	1
		η Piscium	1 22 57,26	5
		ο Piscium	1 36 58,65	5

III. Beobachtungen der Planeten sammt ihrer Vergleichung mit der Berliner Ephemeride.

		M. Z. in Kremsm.	AR.	dα = (Eph. — α)	Decl.	dδ = (Eph. — δ)
			Beobachtungen des Mars.			
März	24.	11h 8′ 11″34	α = 11h 14′ 57″99	dα = — 0″20	δ = + 8° 43′ 2″53	dδ = — 0″07
April	16.	9 17 34,51	10 54 43,75	+ 0,17	9 47 19,50	+ 0,03
——	23.	8 48 49,14	——	——	9 35 22,50	— 5,66
——	30.	8 22 18,04	10 54 29,95	— 0,15	9 10 20,44	— 5,66
May	10.	7 47 54,45	10 59 26,27	— 0,42	8 14 59,47	— 1,94
——	14.	7 35 9,65	11 2 25,63	— 0,08	7 47 15,42	— 6,79
			Beobachtungen des Jupiters.			
März	24.	12 51 9,63	12 58 13,21	— 1,04	— 4 29 39,85	+ 1,60
——	31.	12 20 23,40	12 54 57,78	— 0,52	4 9 0,93	+ 1,44
April	16.	11 10 0,87	12 47 28,84	— 0,59	3 22 27,79	+ 3,75
——	23.	10 39 29,20	12 44 26,77	— 0,71	3 3 59,50	+ 2,01
——	30.	10 9 12,37	12 41 41,85	— 0,70	2 47 35,74	+ 0,38
May	8.	9 35 4,02	12 39 0,34	— 0,40	2 32 3,10	+ 0,65
——	10.	9 26 37,19	12 38 25,23	— 0,39	2 28 45,02	+ 0,14
——	14.	9 9 50,33	12 37 21,86	— 0,35	2 22 55,62	— 0,42
Juni	7.	7 32 39,67	12 34 32,62	— 0,40	2 11 17,87	— 2,64
			Beobachtungen der Pallas.			
März	24.	13 10 9,38	13 17 16,07	+ 2,54	+ 11 57 7,83	— 8,92
——	31.	12 37 43,10	13 12 20,33	+ 2,91	14 20 21,05	— 3,74
April	16.	11 23 8,55	13 0 38,40	+ 3,11	18 49 29,85	— 6,72
——	23.	10 51 10,21	12 56 10,70	——	20 14 30,81	——
			Beobachtungen der Ceres.			
März	24.	13 27 6,60	13 34 16,07	— 2,46	+ 6 58 38,82	+ 23,42
——	31.	12 54 8,18	13 28 48,12	— 2,20	7 30 33,24	+ 25,11
April	16.	11 37 29,75	13 15 1,96	— 1,86	8 19 19,68	+ 22,32
——	23.	11 4 14,93	13 9 17,57	——	8 25 52,05	——
			Beobachtungen des Saturn.			
Juni	7.	11 16 45,35	16 19 15,11	— 0,56	— 19 27 20,91	— 20,85
——	8.	11 12 31,29	16 18 56,92	— 0,49	19 26 43,93	— 19,72
——	9.	11 8 17,42	16 18 38,90	— 0,50	19 26 16,21	— 9,66
——	11.	10 59 50,10	16 18 3,32	— 0,63	19 24 58,79	— 12,65
——	14.	10 47 9,91	16 17 10,72	— 0,64	19 23 7,19	— 15,76
——	15.	10 42 56,64	16 16 53,32	— 0,48	19 22 32,92	— 14,79
——	20.	10 21 54,22	——	——	19 19 46,80	— 12,84
Juli	5.	9 19 18,58	16 11 52,69	— 0,52	19 13 10,27	— 6,31
——	7.	9 11 2,39	16 11 28,26	— 0,39	19 12 20,82	— 13,60
——	8.	9 6 55,06	16 11 16,81	— 0,63	19 12 0,61	— 14,94
——	11.	8 54 34,17	16 10 43,56	— 0,48	19 11 10,35	— 14,22
——	12.	8 50 28,05	16 10 33,33	— 0,68	19 10 53,34	— 17,16
——	17.	8 30 1,74	16 9 46,45	— 0,55	19 9 54,59	— 13,93
——	20.	8 17 50,42	16 9 22,81	— 0,69	19 9 30,21	— 14,10
——	21.	8 13 47,27	16 9 15,55	— 0,63	19 9 24,32	— 13,90
——	22.	8 9 44,51	16 9 8,69	— 0,59	19 9 22,19	— 11,10
——	23.	8 5 41,88	16 9 1,95	— 0,31	19 9 18,37	— 10,93
——	26.	7 53 37,28	16 8 45,04	— 0,49	19 9 9,90	— 14,20

Beobachtungen des Uranus.

	M. Z. in Kremsm.	AR.	$d\alpha = (\text{Eph.} - \alpha)$	Decl.	$d\delta = (\text{Eph.} - \delta)$
Sept. 7.	11h 58′ 32″98	α = 23h 3′ 53″39	$d\alpha$ = + 4″97	δ = − 6° 53′ 17″31	$d\delta$ = + 23″69
— 9.	11 50 23,41	23 3 35,43	+ 5,13	6 55 3,82	+ 19,35
— 10.	11 46 18,59	23 3 26,57	+ 5,10	6 56 2,57	+ 22,82
— 12.	11 38 9,50	23 3 8,87	+ 5,05	6 57 53,36	+ 23,46
— 17.	11 17 45,72	23 2 24,42	+ 5,50	7 2 24,98	+ 23,24
— 23.	10 53 19,43	23 1 33,43	+ 4,92	7 7 42,11	+ 23,95
— 25.	10 45 10,79	23 1 16,58	+ 5,01	7 9 22,80	+ 22,21
— 26.	10 41 6,52	23 1 8,19	+ 5,12	7 10 11,61	+ 20,49
Oct. 10.	9 44 16,75	22 59 20,84	+ 5,08	7 20 59,65	+ 20,60
— 11.	9 40 14,12	22 59 14,10	+ 4,90	7 21 39,42	+ 19,13
— 13.	9 32 8,64	22 59 0,40	+ 5,13	7 22 57,02	+ 16,68
— 14.	9 28 6,24	22 58 53,90	+ 5,07	7 23 43,80	+ 24,62
— 15.	9 24 4,22	22 58 47,77	+ 4,78	7 24 24,41	+ 27,21
— 16.	9 20 1,88	22 58 41,31	+ 4,84	7 24 57,07	+ 22,71
— 17.	9 15 59,86	22 58 35,20	+ 4,89	7 25 35,07	+ 24,42
— 18.	9 11 57,62	22 58 28,83	+ 4,23	7 26 6,89	+ 20,80
— 19.	9 7 56,09	22 58 23,20	+ 4,97	7 26 45,47	+ 24,88
— 20.	9 3 54,42	22 58 17,42	+ 5,01	7 27 15,66	+ 21,43
— 21.	8 59 52,85	22 58 11,74	+ 5,06	7 27 47,48	+ 20,53
Nov. 8.	7 47 52,39	22 56 57,44	+ 5,04	7 34 41,07	+ 15,59
— 9.	7 43 53,98	22 56 54,94	+ 5,02	7 35 2,04	+ 23,48
— 11.	7 35 57,94	22 56 50,71	+ 4,76	7 35 22,13	+ 20,86

Beobachtungen der Juno.

	M. Z. in Kremsm.	AR.	$d\alpha$	Decl.	$d\delta$
Sept. 26.	13 14 19,11	1 34 45,95	+ 5,38	0 6 20,28	+ 26,85
Oct. 10.	12 11 52,03	1 27 20,86	+ 5,99	3 18 46,51	+ 20,41
— 11.	12 7 18,56	1 26 42,70	+ 5,96	3 32 7,70	+ 16,02
— 13.	11 58 10,27	1 25 26,02	+ 6,19	3 58 34,53	+ 15,51
— 14.	11 53 36,11	1 24 47,66	+ 5,93	4 11 38,18	+ 19,30
— 15.	11 49 1,59	1 24 8,94	+ 5,87	4 24 28,01	+ 19,63
— 16.	11 44 26,83	1 23 29,98	+ 6,01	4 37 4,51	+ 17,95
— 17.	11 39 52,35	1 22 51,30	+ 5,86	4 49 29,52	+ 16,78
— 18.	11 35 17,78	1 22 12,54	+ 5,89	5 1 40,83	+ 14,80
— 19.	11 30 43,30	1 21 33,85	+ 6,01	5 13 37,19	+ 11,58
— 20.	11 26 9,29	1 20 55,66	+ 5,88	5 25 19,04	+ 8,14
— 21.	11 21 35,57	1 20 17,74	+ 5,81	5 36 49,16	+ 8,13

Reslhuber.

Verbesserungen in Nr. 415.

S. 97. Z. 7 v. u. .... statt Linse .... lese man Linsen.

— 100. — 3 — .... — $\frac{1}{-e_{i-2}}+\alpha_{i-2}$ .... — — $\frac{1}{-e_{i-2}+\alpha_{i-2}}$

— 100. — 13 u. 14 2mal .... — n_{i-1} .... — — $n_i - 1$

— 100. — 6 v. u. .... — $n_{i-1} - 1$ .... — — n_{i-1}

— 101. 3tes Glied des Kettenbruchs — $\frac{n-1}{r_1}$ .... — — $\frac{n_{i-1}}{r_1}$

4tes Glied des Kettenbruchs — $-e_{i+1}$ .... — — $-e_{i-1}$

Z. 4 des Textes .... — die Glieder .... — — drei Glieder.

— 105. — 1 .... — C .... — — c

— 5 .... — x .... — — $-x$

— 7 .... — x .... — — $-x$

— 10 .... — $\frac{-(2.4i+3)+1}{(1,4i+3)} \frac{-(4i\,3,2)+1}{(4i+3,1)}$ — — $\frac{-(2,4i+3)+1}{(1,4i+3)} = \frac{-(4i+3,2)+1}{(4i+3,1)}$

Ausdruck von $f-c$ .... — $\frac{(4i+2,2)}{(4i+3,1)}$ .... — — $\frac{(4i+3,2)}{(4i+3,1)}$

(Hiebei eine Beilage.)

B E I L A G E

zu

№. 420. DER ASTRONOMISCHEN NACHRICHTEN.

Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Ich übersende Ihnen hiemit meine Beobachtungen des letzten von Herrn Dr. *Bremicker* entdeckten Cometen.

1840.	M. Hamb. Z.	Scheinb. AR. des Cometen.	Scheinb. Decl. des Cometen.	Zahl d. Beob.
Oct. 31.	8ʰ22′ 0″08	19° 0′ 39″467	60° 55′ 28″69	12
Nov. 1.	6 52 26,82	19 5 43,214	60 54 31,48	5
2.	10 28 10,86	19 12 4,756	60 52 7,84	2
3.	5 50 5,24	19 16 42,267	60 51 11,78	2
	7 15 19,82	19 17 2,979	60 50 33,74	11
4.	13 20 2,14	19 24 28,450	60 46 31,34	7
5.	6 57 8,31	19 28 56,872	60 43 16,11	7
9.	8 21 27,13	19 56 59,328	60 21 30,63	2
11.	6 55 59,20	20 8 40,337	60 0 48,52	9
12.	6 27 11,41	20 15 41,102	59 50 3,76	13
13.	8 5 4,80	20 23 26,385	59 36 5,27	1
14.	9 29 42,97	20 31 14,402	59 21 18,39	10
15.	6 41 14,84	20 37 50,215	59 7 7,50	16
18.	6 34 54,83	21 0 40,717	58 9 58,25	12
19.	6 48 36,13	21 8 29,169	57 47 16,72	12
	7 46 50,1	21 8 51,280	57 46 27,32	x
20.	6 25 23,65	21 16 6,285	57 23 14,93	11
24.	6 44 42,53	21 47 13,882	55 26 0,50	16
25.	6 25 2,60	21 54 47,306	54 52 15,69	4
	13 41 46,60	21 57 7,628	54 42 19,72	2
26.	7 9 17,20	22 2 38,673	54 15 27,30	9
29.	7 33 59,12	22 25 6,281	52 15 46,65	11
Dec. 2.	9 11 4,79	22 46 56,829	49 58 3,17	13
3.	7 7 2,82	22 53 12,672	49 13 42,05	9
	8 49 21,41	22 53 42,254	49 10 52,41	5
6.	6 56 47,26	23 12 59,640	46 43 49,08	2
13.	7 42 40,03	23 54 19,495	40 19 3,31	12
14.	7 0 57,17	23 59 29,359	39 24 18,24	17
15.	6 17 45,63	0 2 52,297	38 29 7,03	2
16.	8 50 43,24	0 10 6,085	37 27 56,16	15
18.	7 34 23,16	0 19 31,004	35 39 31,85	13
19.	8 47 55,90	0 24 25,694	34 41 26,54	7
21.	8 2 41,39	0 33 15,525	32 54 42,36	12
23.	7 58 57,91	0 41 47,577	31 8 36,52	13
25.	7 42 23,08	0 49 52,085	29 26 8,12	13
	10 34 11,99	0 50 21,596	29 20 56,22	1
26.	8 8 10,01	0 53 51,430	28 34 51,10	11
27.	9 31 19,89	0 57 55,621	27 43 41,96	6

Scheinbare Positionen der verglichenen Sterne.

1840.	Gröſse.	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
Oct. 31.	8	18° 58′ 10″899	60° 45′ 11″58
	7	18 58 17,646	61 11 46,88
	8	18 59 8,812	60 39 6,22
	9	19 1 13,454	60 49 56,01
	7	19 5 6,329	61 3 6,45
Nov. 1.	7	19° 5′ 6″326	61° 3′ 6″34
		19 6 11,577	60 48 51,45
— 2.		19 9 32,286	60 49 20,510
		(19 10 59	60 51 47)
		(19 14 35	60 46 9)
	7	19 16 0,405	60 40 10,165
— 3.		19 16 0,365	60 40 10,06
		19 21 29,752	60 47 25,83
		19 21 56,899	60 53 35,17
— 4.		19 21 56,858	60 53 35,07
— 5.	8	19 29 25,158	60 31 47,42
— 9.	6.7	19 57 16,703	60 25 25,86
— 11.	7	20 6 38,654	59 56 10,36
	6	20 10 30,480	60 9 33,59
— 12.	dup.	20 14 34,608	59 48 58,39
		20 15 53,637	60 7 21,78
		20 17 35,019	59 55 21,19
— 13.		20 22 1,973	59 29 47,81
		20 22 29,060	59 39 37,62
— 14.	6	20 28 31,775	59 31 35,14
— 15.	dup.	(20 32 43	59 6 46)
		(20 35 58	59 2 27)
		20 36 22,382	59 8 40,14
		(20 38 38	59 11 54)
— 18.		21 0 29,538	57 53 30,437
— 19.	dup.	21 7 25,289	57 48 50,74
		21 8 51,280	57 46 27,32
		21 9 42,909	57 38 42,44
— 20.		21 14 56,768	57 39 31,47
		21 20 24,483	57 23 59,90
— 24.		21 46 37,265	55 3 3,96
		21 46 37,967	55 3 21,91
		21 47 45,126	55 28 9,97
— 25.		21 54 38,016	54 51 46,88
		21 54 42,753	54 49 36,49
		(21 55 37	54 37 10)
— 26.		21 57 39,669	54 7 0,36
		22 0 35,629	54 28 42,71
		22 2 16,011	54 10 25,70
— 29.	dup.	22 21 32,514	52 9 48,14
		22 21 54,911	52 28 3,28
		22 23 0,529	52 13 6,27
		22 25 41,762	52 13 10,21
		22 26 1,553	52 24 37,32
Dec. 1.		22 36 39,835	50 39 9,49
		22 37 37,168	50 37 5,50
		22 43 17,253	50 50 17,99
		22 44 7,551	50 46 34,74

1840.	Gröfse.	Scheinb. AR.	Scheinb. Decl.
Dec. 2.	6	22h 43′ 21″427	49° 50′ 26″485
		22 45 47,286	49 51 59,98
		22 47 55,465	50 7 23,41
		22 48 3,95	50 9
— 3.		22 51 36,829	49 0 28,60
		22 53 39,721	49 6 32,38
		22 55 0,337	49 21 12,94
	5.6	22 57 3,495	49 11 37,42
— 6.		23 14 11,387	46 29 7,76
		23 15 27,533	46 44 59,41
— 13.		23 51 3,255	40 19 12,97
— 14.		23 57 54,519	39 32 14,47
		23 59 25,819	39 11 58,44
		23 59 27,374	39 16 6,29
	9	0 0 1,994	39 21 46
— 15.		0 2 47,769	38 22 48,36
— 16.		0 7 41,561	37 52 45,64
	6	0 8 48,432	37 48 10,51
	7	0 11 42,649	37 21 37,65
		0 13 13,822	37 18
— 18.		0 17 14,844	35 36 25,45
		0 20 31,487	36 1 25,84
		(0 24 52	35 43 45)
— 19.	8	0 23 39,498	34 45 9,06
		0 23 57,754	34 35 26,17
	6	0 27 1,679	34 47 9,81
	6	0 28 51,765	34 31 40,78
— 21.	5.6	0 28 24,733	32 50 52,27
	7.8	0 33 18,095	32 59 45,00
		(0 33 5	32 54 32)
	7	0 35 50,423	32 45 4,23
— 23.		0 41 44,185	31 11 49,30
		0 42 16,459	31 11 18,282
		0 43 16,0	31 8 21,67
— 25.		0 47 51,505	29 24 24,49
		0 49 22,644	29 27 41,69
		0 52 53,437	29 26 51,53
		0 53 34,907	29 18 35,30
	7	0 58 21,937	29 23 6,65
— 26.		0 55 2,506	28 38 55,58
	6	0 55 47,528	28 48 48,55
— 27.		0 57 34,699	27 39 18,78
		0 58 30,345	27 41 12,57

Am 19ten November um 7h 46′ 50″ wurde ein Stern vom Cometen bedeckt, woraus die mit einem x bezeichnete Position des Cometen an diesem Tage abgeleitet ist.

Die Ableitung der Positionen des Cometen aus den verglichenen Sternörtern ist gröſstentheils von dem Herrn *Funk* besorgt.

Die Beobachtungen am 13ten November, 6ten und 15ten December sind unter ungünstigen Umständen angestellt.

Die scheinbaren Oerter der verglichenen Sterne sind für die Vergleichungstage mit dem Cometen angegeben.

Die nur zu vollen Secunden angegebenen ohngefähren Sternpositionen sind nur zur Identification der anderen beigefügt.

C. Rümker.

Urban Jürgensens Werk über die höhere Uhrmacherkunst.

Die früher in Nr. 396 und 405 dieses Journals angekündigte deutsche Ausgabe des Werkes meines seligen Vaters: „Regeln für die genaue Abmessung der Zeit durch Uhren, oder Anweisung zur Verfertigung astronomischer, nautischer und anderer genauen Uhren," ist unter der Presse, und erscheint nach 8—9 Wochen mit einem Atlas von 23 Tafeln.

Das Werk ist mit mehreren Zusätzen versehen, unter denen die Beschreibung der Kunst, die harten Steine zu durchbohren, und sie zum Gebrauche in Chronometern und astronomischen Uhren auszuschleifen, welche Beschreibung, von Zeichnungen begleitet, hoffentlich um so willkommener sein wird, da früher über diesen Theil der Uhrmacherkunst, so viel bekannt, nicht geschrieben worden ist.

Die Subscriptionsplane zu diesem Werke bittet man spätestens vor medio Mai an Unterzeichneten einzusenden, da alsdann der Subscriptionspreis, 3 Species (4 Thlr. 12 gr. Pr. Ct.) aufhört, und der Ladenpreis 4 Spec. (6 Thlr. Pr. Ct.) eintritt.

Kopenhagen, den 8ten März 1841.

Louis Urban Jürgensen.

Verbesserung in Nr. 418.

pag. 152. Z. 3 v. u. statt: ich ergebende Sonnendurchmessers lese man: sich ergebende Sonnendurchmesser.

Inhalt.

Altona 1841. April 1.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 421.

Ueber Fernröhre mit Glasspiegeln und deren Vorzüge.

Von Herrn Dr. *Barfuſs.*

§. 1.

Es ist fast zu bedauern, daſs die Glasspiegel, ihrer doppelten Bilder wegen, bisher immer die Vorurtheile gegen sich hatten, da doch dieselben dasjenige Mittel sind, durch welches wir, weil sie die Strahlen zugleich brechen und spiegeln, über den Gang des Lichtes am meisten Herr werden. Sie sind meines Wissens nicht einmal einer vollständigen mathematischen Untersuchung unterworfen worden, was doch höchst nöthig ist, wenn es sich um ihre Anwendbarkeit bei optischen Instrumenten handelt. Dennoch besitzen die so sehr verachteten Glasspiegel Eigenschaften, wodurch sie sich weit über Glaslinsen und Metallspiegel erheben; Eigenschaften, welche uns in den Stand setzen, durch sie Telescope zu erhalten, die bei höchstens fünf Fuſs Länge dasselbe leisten, was die gröſsten bisher ausgeführten Refractoren vermochten. Deſshalb scheinen mir die Glasspiegel ein Mittel zu seyn, an die Stelle dioptrischer Achromaten, welche, wenn sie kräftig seyn sollen, immer noch eine sehr unbequeme Länge erhalten müssen, ein weit leichter zu handhabendes, vielleicht auch weit kräftigeres Werkzeug zu setzen. Freilich wird die Ausführung der Glasspiegeltelescope durch eben die Grenzen beschränkt seyn, welche auch für dioptrische Objective gesetzt sind, weil sehr groſse Glasstücke einmal nicht leicht rein zu erhalten sind, und dann auch die Dicke der Linsen so beträchtlich werden müſste, daſs das Licht beim Durchgange durch dieselben eine allzu merkliche Schwächung erleiden würde. In Bezug auf diese Hindernisse wird man nicht leicht über die riesenhaften Spiegeltelescope von 2 bis 4 Fuſs Oeffnung kommen können, so daſs Metallspiegel, wenn es sich um die Ausführung sehr groſser und kräftiger Werkzeuge handelt, unbedingt den Vorzug behalten. Wenn wir aber im Stande sind, durch Glasspiegel die Länge der Refractoren um das Dreifache, ja vielleicht um das Vierfache abzukürzen, ohne einen bedeutenden Nachtheil herbeizuführen, so verdienen diese Instrumente gewiſs eine tiefere Nachforschung und einen ehrenvollen Platz unter den übrigen dioptrischen Werkzeugen.

Ueber die Lichtstärke der Fernröhre mit Glasspiegeln läſst sich jetzt noch kein entscheidendes Urtheil fällen, da wir noch nicht wissen, wie weit ein Glasspiegel gebracht werden kann; denn während für die Vervollkommnung der Glaslinsen und Metallspiegel die gröſsten Kräfte aufgeboten wurden, was ist da für die Glasspiegel geschehen? Sind wir nicht noch immer auf demselben Standpuncte, wo unsere Vorfahren vor mehr als hundert Jahren standen? Nach *Rumford* giebt der beste Glasspiegel nur etwa 0,65 des auffallenden Lichtes wieder, während nach demselben Schriftsteller eine Glaslinse 0,8 des Lichtes durch sich hindurchgehen läſst. Zwei Glaslinsen würden also nur 0,64 der ganzen durchströmenden Lichtmasse wiederzugeben im Stande seyn, woraus folgt, daſs in Hinsicht auf Lichtstärke ein Glasspiegel einem achromatischen Objective wenigstens gleich zu setzen wäre. Da wir aber sehen werden, daſs ein Glasspiegeltelescop am besten mit zwei Glasspiegeln hergerichtet wird, so wird es nur 0,65 von der Lichtstärke eines Refractors, der mit ihm gleiche Oeffnung hat, besitzen, und somit muſs die Oeffnung des Objectivspiegels um $\frac{1}{4}$ gröſser werden, als die der achromatischen Doppellinse, wenn er mit dieser in Hinsicht der Helligkeit gleichen Schritt halten soll. Es ist aber keinesweges ausgemacht, daſs dieses das Höchste sey, was mit Glasspiegeln zu erreichen steht.

Man kann nun aber die Oeffnung des Glasspiegels, wenn die Anordnung recht gemacht wird, wohl 3 bis 4mal gröſser nehmen, als die der achromatischen Doppellinse, ohne Undeutlichkeit der Bilder befürchten zu müssen, selbst dann nicht, wenn man die stärksten Oculare anbringt. Da, wie wir sehen werden, für die Glasspiegeltelescope die *Cassegrain*sche Einrichtung die vortheilhafteste ist, so erhalten wir auſserdem noch den sehr wichtigen Vortheil, daſs das vom groſsen Spiegel erzeugte Bild durch den kleinen Spiegel 6 bis 7mal vergröſsert wird, weſshalb wir zu sehr starken Vergröſserungen eben noch keine sehr scharfen Oculare nöthig haben, also auch die noch etwa übrige Undeutlichkeit des Bildes nicht so sehr merken werden.

Wenn der groſse Spiegel 20 Zoll Brennweite hat, so kann man seine Oeffnung recht gut 5 bis 6 Zoll groſs nehmen. Die Hauptröhre des Instrumentes müſste dann etwa 17 Zoll lang werden. Die *Fraunhofer*schen Achromaten haben bei 4 Zoll Oeffnung 60 Zoll Länge, und sind daher über $3\frac{1}{2}$mal länger als unser Spiegeltelescop. Da nun beim Rückgange des Lichtes vom kleinen Spiegel das Bild 6mal vergröſsert werden kann, so haben wir gleichsam ein Telescop von 120 Zoll Fo-

calweite, welches mit einem Ocular von ½ Zoll Brennweite eine 600fache Vergröfserung giebt, und dieses immer noch mit ziemlicher Deutlichkeit, vorausgesetzt, dafs die Linsen nach möglichst accurater Rechnung möglichst accurat geschliffen werden.

Man kann auch einen Glasspiegel so einrichten, dafs er gar keine doppelten Bilder hat, wenigstens nicht nahe bei der Axe, und am Rande des Gesichtsfeldes kaum merklich; allein die Ausführung eines solchen Spiegels scheint zu grofsen Schwierigkeiten zu unterliegen.

Früher schlug ich einen aus zwei Linsen bestehenden Objectivspiegel vor, weil ich wegen der Unvollkommenheit meiner Formeln damals noch nicht erkennen konnte, dafs man denselben Zweck durch einfachere Mittel erreichen könnte. Diese Vorrichtung verträgt ebenfalls eine sehr grofse Oeffnung, jedoch mufs hierbei das Licht 6mal gebrochen, und weil der kleine Spiegel nicht entbehrt werden kann, zweimal gespiegelt werden, während bei zwei Glasspiegeln das Licht zweimal weniger gebrochen wird.

Die Mikroscope scheinen durch Glasspiegel bedeutend gefördert werden zu können. Ich habe die Theorie solcher Mikroscope in einer besondern Schrift: „Theorie der Spiegelmikroscope mit sphärischen Glasspiegeln, Weimar bei *Voigt*," entwickelt. Ich bemerke bei dieser Gelegenheit, dafs ich bei Abfassung dieser Schrift durch Verwechselung eines + und — (§. 16) auf eine etwas unrichtige Formel gerathen bin, die aber nur eine sehr unwesentliche Nebensache betrifft, nämlich die Gröfse des Bildes, sofern sie von der Dicke der Spiegellinse abhängt.

Wir wollen nun zur Berechnung des Spiegeltelescopes und zur Entwickelung der hierzu nöthigen Grundformeln übergehen.

§. 2.

Wir denken uns eine auf beiden Seiten convexe Linse, die durch Belegung der einen Fläche zu einem Spiegel umgeschaffen wird. Der Halbmesser der belegten Fläche sey $= R$, der der offenen $= r$, die Entfernung des Objectives $= a$, die Dicke der Linse in ihrer Mitte $= \Delta$ und ihr Brechungsverhältnifs $= n$. Zuerst werden nun die Strahlen von der Vorderfläche des Glases gebrochen und nach einem Puncte hinter dem Spiegel gewiesen, dessen Abstand k durch die Gleichung berechnet wird:

$$\frac{1}{k} = \frac{n-1}{nr} - \frac{1}{na}.$$

Sie fallen also convergirend auf die hohle Hauptspiegelfläche und der Convergenzpunct liegt in der Entfernung $k-\Delta$ hinter dieser Fläche, daher ihre zweite Vereinigungsweite, welche wir b nennen wollen, durch die Gleichung berechnet wird:

$$\frac{1}{b} = \frac{2}{R} + \frac{1}{k-\Delta},$$

und der Vereinigungspunct liegt in der Entfernung $b-\Delta$ vor der vorderen Fläche der Linse. Beim Rückgange durch die Vorderfläche werden endlich die Strahlen ebenso gebrochen, wie beim Austritt aus einer Linse. Nennen wir also die letzte Vereinigungsweite α, so ist

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{n-1}{r} + \frac{n}{b-\Delta}.$$

Diesen Ausdruck für α entwickeln wir nun so, dafs wir blofs die Glieder noch beibehalten, welche die erste Potenz von Δ zum Factor haben. Hierdurch erhalten wir:

$$\text{I} \ldots\ldots \frac{1}{\alpha} = \frac{2n}{R} + \frac{2(n-1)}{r} - \frac{1}{\alpha} + 2\Delta\left(\frac{2n}{R^2} + \frac{2(n-1)}{Rr} + \frac{(n-1)^2}{nr^2} - \frac{2}{aR} - \frac{2(n-1)}{nar} + \frac{1}{na^2}\right).$$

Nehmen wir hier a unendlich und setzen die Brennweite $= p$, so wird

$$\text{II} \ldots \frac{1}{p} = \frac{2n}{R} + \frac{2(n-1)}{r} + 2\Delta\left(\frac{2n}{R} + \frac{2(n-1)}{Rr} + \frac{(n-1)^2}{nr^2}\right)$$

also auch

$$\text{III} \ldots \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a} - \frac{2\Delta}{a}\left(\frac{2}{R} + \frac{2(n-1)}{nr} - \frac{1}{na}\right).$$

Vernachlässigen wir aber die Dicke Δ der Linse, so wird

$$\text{IV} \ldots \frac{1}{p} = \frac{2n}{R} + \frac{2(n-1)}{r}.$$

$$\text{V} \ldots \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}.$$

Man setze die Brennweite der Linse selbst (wenn sie nicht belegt ist) $= q$, und die Brennweite eines Hohlspiegels, dessen Krümmung der der belegten Fläche gleich ist, $= \pi$, so wird

$$\text{VI} \ldots \frac{1}{p} = \frac{1}{\pi} + \frac{2}{q},$$

aus welcher Gleichung sich recht deutlich abnehmen läfst, wie hier Brechung und Spiegelung zusammenwirken.

§. 3.

Wenn wir in den Formeln des vorigen § wegen der Farbenzerstreuung n in $n+dn$ übergehen lassen, so mag sich α in $\alpha+d\alpha$, p in $p+dp$ verwandeln. Wir haben dann, wenn wir jene Aenderungen als Differentialien betrachten:

$$\text{VII} \ldots \frac{-dp}{p^2} = \frac{2dn}{R} + \frac{2dn}{r} + 2\Delta\,dn\left(\frac{2}{R^2} + \frac{2}{Rr} + \frac{(n+1)(n-1)}{nnrr}\right)$$

$$\text{VIII} \ldots \frac{d\alpha}{\alpha^2} = \frac{dp}{p^2} + \frac{2\Delta\,dn}{n^2 a}\left(\frac{2}{r} + \frac{1}{a}\right).$$

Bei Telescopen hat indefs die Dicke der Glaslinse auf die Farbenzerstreuung keinen merklichen Einflufs, und wir können daher schon mit grofser Näherung:

IX.................. $\frac{-dp}{p^2} = \frac{2\,dn}{R} + \frac{2dn}{r}$

X.................... $d\alpha = \frac{\alpha^2}{p^2}\,dp$ setzen.

So gestaltet würden diese Formeln jedoch, obschon sie so einfach sind, nur sehr verwickelte Rechnungen für Glasspiegeltelescope geben. Zu diesem Behuf müssen wir sie noch so umformen, dafs wir setzen

$$\frac{2}{R} + \frac{2}{r} = \frac{\Sigma}{p}$$

also

XI............ $\begin{cases} \Sigma = \left(\frac{2}{R} + \frac{2}{r}\right)p \\ \text{oder } \Sigma = \frac{2p}{(n-1)q} \end{cases}$

wodurch wir dann erhalten:

XII.................. $dp = -\Sigma p\,dn$

XIII............... $\begin{cases} r = \frac{2p}{n\Sigma - 1} \\ R = \frac{-2p}{(n-1)\Sigma - 1} \end{cases}$

Die bei Glasspiegeln statt findende Farbenzerstreuung ist nun doppelter Natur, je nachdem Σ positiv oder negativ ist. Im ersten Falle sind die Vereinigungsweiten um so kürzer, je gröfser n ist, und es werden also, wie bei Glaslinsen, die violetten Strahlen stärker gebrochen als die mittleren, und diese wieder stärker als die rothen. Im andern Falle, wo Σ negativ ist, findet gerade das Umgekehrte statt, die violetten Strahlen haben längere Vereinigungsweiten als die rothen, so dafs man also mit Glasspiegeln jede beliebige Farbenzerstreuung hervorbringen kann. Wir werden die Farbenzerstreuung, wo Σ positiv ist, die positive, wo hingegen Σ negativ ist, die negative nennen.

Soll die Farbenzerstreuung verschwinden, so mufs $\Sigma = 0$ werden, wefshalb, da p nicht 0 seyn kann, q unendlich grofs seyn mufs. Die Linse mufs dann auf der einen Seite convex, auf der andern hohl seyn, die Halbmesser beider Krümmungen aber gleich. Diefs ist der Glasspiegel, wie ihn *Newton* zu Telescopen vorschlug, der aber wegen der doppelten Bilder verworfen wurde.

§. 4.

Wir wollen ferner die Abweichung wegen der Kugelgestalt eines Glasspiegels auf die einfachste Weise auszudrücken suchen.

Bei der Brechung an der Vorderfläche, wobei die Vereinigungsweite $= k$ (§. 2) wird, findet eine Abweichung statt, die wir mit $+dk$ bezeichnen wollen. Hierher entsteht sodann eine Abweichung von b, welche durch Differentiiren der Gleichung $\frac{1}{b} = \frac{2}{R} + \frac{1}{k - \Delta}$ gefunden wird, R und Δ als constant angesehen. Wir werden aber, um nicht allzu verwickelte Formeln zu erhalten, bei dieser Untersuchung $\Delta = 0$ setzen müssen, und dann ergiebt sich die bei b wegen dk stattfindende Abweichung $= \frac{b^2}{k^2}dk$. Hierzu kommt noch die Abweichung, die von der sphärischen Gestalt der Hauptspiegelfläche herrührt, und welche db seyn mag, also dafs die Gesammtabweichung von $b = \delta b = \frac{b^2}{k^2}dk + db$ ist. Beim Austritt aus der Linse findet wieder wegen δb eine Abweichung von α statt, die man durch Differentiiren der Gleichung $\frac{1}{\alpha} = \frac{n-1}{r} + \frac{n}{b}$ findet, r und n constant genommen und das Differential von $b = \delta b$ gesetzt. Diese Abweichung ist demnach $= \frac{n\alpha^2\delta b}{b^2} = \frac{n\alpha^2}{k^2}dk + \frac{n\alpha^2}{b^2}db$. Fügen wir hierzu noch die Abweichung wegen der sphärischen Gestalt der Vorderfläche, die $d\alpha$ seyn mag, so haben wir die ganze Abweichung von α. Nennen wir sie ω, so ist

$$\omega = \frac{r\alpha^2}{k^2}dk + \frac{n\alpha^2}{b^2}db + d\alpha.$$

Nach den dioptrischen Formeln ist nun, wenn x die halbe Oeffnung des Glasspiegels bedeutet:

$$dk = \frac{-kk\,x^2}{2(n-1)^2}\left(\frac{n}{a} + \frac{1}{k}\right)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{k}\right)^2$$

also

$$\frac{n\alpha^2}{k^2}dk = \frac{-n\alpha^2x^2}{2(n-1)^2}\left(\frac{n}{a} + \frac{1}{k}\right)\left(\frac{1}{a} \pm \frac{1}{k}\right)^2.$$

Ferner, wenn $\frac{2}{R} = \frac{1}{\pi}$ gesetzt wird

$$db = \frac{-(k+b)^2}{8k^2\pi}x^2$$

$$\frac{n\alpha^2}{b^2}db = \frac{-n\alpha^2(k+b)^2}{8b^2k^2\pi}x^2 = \frac{-n\alpha^2}{4R}\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{b}\right)^2x^2;$$

endlich

$$d\alpha = \frac{-n\alpha^2x^2}{2(n-1)^2}\left(\frac{n}{\alpha} - \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{b}\right)^2$$

Daher

$$\omega = \frac{-n\alpha^2x^2}{2(n-1)^2}\left(\left(\frac{n}{a} + \frac{1}{k}\right)\left(\frac{1}{a} + \frac{k}{1}\right)^2 + \frac{(n-1)^2}{2R}\left(\frac{1}{k} + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{n}{\alpha} - \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{b}\right)^2\right).$$

Sodann ist

$$\left(\frac{n}{a}+\frac{1}{k}\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{k}\right)^2 = \frac{(n-1)^3}{n^3}\left(\frac{1}{r}+\frac{n+1}{a}\right)\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{a}\right)^2$$

$$\left(\frac{(n-1)^2}{2R}\left(\frac{1}{k}\pm\frac{1}{b}\right)^2 = \frac{2(n-1)^2}{R}\left(\frac{n-1}{nr}+\frac{1}{R}-\frac{1}{na}\right)^2\right.$$

$$\left(\frac{n}{a}-\frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{b}\right)^2 = (n-1)^3\left(\frac{2(n+1)}{R}+\frac{2n^2-1}{nr}-\frac{n+1}{na}\right)\cdot\left(\frac{2}{R}+\frac{2n-1}{nr}-\frac{1}{na}\right).$$

Hier setzen wir aber statt r und R die Werthe aus XII und XIII, wodurch wir erhalten:

$$\omega = -\tfrac{1}{2}na^2x^2\left[\frac{n-1}{n^3}\left(\frac{n\Sigma-1}{2p}+\frac{n+1}{a}\right)\left(\frac{n\Sigma-1}{2p}+\frac{1}{a}\right)^2-\frac{(n-1)\Sigma-1}{n^2p}\left(\frac{1}{2p}-\frac{1}{a}\right)^2 + \frac{n-1}{n^3}\left(\frac{n\Sigma+2n+1}{2p}-\frac{n+1}{a}\right)\cdot\left(\frac{n\Sigma+1}{2p}-\frac{1}{a}\right)^2\right].$$

Ferner setzen wir $\frac{1}{a} = \frac{\mu}{2p}$, also

XIV .... $\mu = \frac{2p}{a}$, wodurch wir erhalten:

$$\omega = \frac{-a^2x^2}{16n^3p^3}\left[(n-1)(n\Sigma-1+\mu(n+1))(n\Sigma-1+\mu)^2-2n((n-1)\Sigma-1)(1-\mu)^2+(n-1)(n\Sigma+2n+1-\mu(n+1))(n\Sigma+1-\mu)^2\right].$$

Ferner setze man

XV .... $1-\mu = 1-\frac{2p}{a} = \vartheta$,

so dafs man hat $a = \frac{2p}{1+\vartheta}$

und

$$\omega = \frac{-x^2}{4n^3(1+\vartheta)^2p}\left[(n-1)(n\Sigma+t)(n\Sigma-\vartheta)^2-2n((n-1)\Sigma-1)\vartheta^2+(n-1)(n\Sigma+u)(n\Sigma+\vartheta)^2\right],$$

wenn noch der Kürze halber

$$-1+\mu(n+1) = t$$
$$2n+r-\mu(n+1) = u$$

genommen wird. Dieses läfst sich aber durch Auflösung der Producte der binomen Factoren noch weiter reduciren. Stellen wir alsdann die Werthe von t und u wieder her, so erhalten wir:

XVI .... $\omega = \frac{-x^2}{2n(1+\vartheta)^2p}((n-1)n^2\Sigma^3+(n-1)n^2\Sigma^2+2(n^2-1)\Sigma\vartheta^2+n\vartheta^2)$,

welches der einfachste Ausdruck für die Kugelabweichung eines Glasspiegels ist, der sich zu unseren Zwecken defshalb ganz besonders eignet, weil er zugleich den Ausdruck der Farbenzerstreuung mit enthält.

Ist das Object sehr weit entfernt oder $a = \infty$, so wird $\mu = \frac{2p}{a} = 0$, daher $\vartheta = 1-\mu = 1$, und folglich

XVII... $\omega = \frac{-x^2}{8np}((n-1)n^2\Sigma^3+(n-1)n^2\Sigma^2+2(n^2-1)\Sigma+n)$

Sind, wie beim *Newton*schen Glasspiegel die beiden Halbmesser einander gleich und entgegengesetzt, so wird $\Sigma = 0$, also die Abweichung

$$\omega = \frac{-x^2}{8p}$$

wie bei einem einfachen Hohlspiegel.

Die Abweichung kann auch 0 werden, wenn $(n-1)n^2\Sigma^3 + (n-1)n^2\Sigma^2+2(n^2-1)\Sigma+n = 0$ wird. Setzen wir $n = \frac{3}{2}$, so mufs $\frac{9}{8}\Sigma^3+\frac{9}{8}\Sigma^2+\frac{5}{2}\Sigma+\frac{3}{2} = 0$ seyn, von welcher Gleichung die einzige mögliche Wurzel $\Sigma = -\frac{2}{3}$ ist, also dafs die Abweichung nur verschwinden kann, wenn der Spiegel negative Farbenzerstreuung hat. Mit diesem Werthe von Σ finden wir nach XIII) $r = -p$ und $R = \frac{3}{4}p$; also dafs die Vorderfläche des Spiegels hohl seyn mufs. Von diesem merkwürdigen Spiegel können wir leider keinen Gebrauch zu Telescopen machen, aber für Mikroscope, welche man durch monochromatische Flammen erleuchten will, dürfte er wohl die beste Objectivvorrichtung seyn, denn bei seiner grofsen Deutlichkeit verträgt er auch eine sehr grofse Oeffnung, und die Nebenbilder sind ganz unschädlich.

Uebrigens ist leicht zu sehen, dafs jede positive und negative Kugelabweichung mit Glasspiegeln hervorgebracht werden kann.

§. 5.

Die bisher aufgeführten Formeln geben nur genäherte Werthe für die Lage der Vereinigungspuncte bei Glasspiegeln; auf alle Fälle aber reichen sie zur näherungsweisen Berechnung eines Glasspiegelinstrumentes vollkommen hin. Soll aber ein Instrument so berechnet werden, dafs es die gröfste mögliche Deutlichkeit erhält, so müssen wir nothwendig diejenigen Formeln kennen, wodurch der Gang der Lichtstrahlen genau dargestellt wird. Es sey also unter Beibehaltung aller übrigen Bezeichnungen der Winkel, welchen der aus einem Puncte der Axe auf den Spiegel fallende Strahl mit der Axe macht, $= \varphi$, so hat man für die Vereinigungsweite nach der Brechung an

der Vorderfläche folgende Rechnung, die ein jeder aus der Construction des Einfalls- und Brechungswinkels und aus den gewöhnlichen trigonometrischen Formeln sich leicht erklären kann:

$$\sin\psi = \frac{r-a}{r}\sin\varphi$$
$$\sin\omega = \frac{\sin\psi}{n}$$
$$\varphi' = \varphi+\omega-\psi$$
$$k = r - \frac{r\sin\omega}{\sin\varphi'}$$
$$k' = k+\Delta.$$

Fallen die Strahlen parallel auf den Spiegel, so ist $\sin\psi = \frac{x}{r}$, wenn x die halbe Oeffnung bedeutet, und dann bleiben die übrigen Formeln unverändert.

Ferner bei der Spiegelung:

$$\sin\lambda = \frac{R-k'}{R}\sin\varphi'$$
$$\varphi'' = \varphi'-2\lambda$$
$$b = R+\frac{R\sin\lambda}{\sin\varphi''}$$
$$b' = b-\Delta.$$

Endlich beim Austritt aus der Linse:

$$\sin\psi'' = \frac{r-b'}{r}\sin\varphi''$$
$$\sin\omega'' = n\sin\psi''$$
$$\varphi''' = \varphi''+\omega''-\psi''$$
$$\alpha = r-\frac{r\sin\omega''}{\sin\varphi'''}$$

§. 6.

Endlich sind noch die Oerter zu berechnen, wohin die durch die Spiegelung bloſser Glasflächen erzeugten Nebenbilder fallen. Wir haben aber zwei solche Bilder zu betrachten; das erste, welches von der Vorderfläche erzeugt wird, wenn die Strahlen in die Linse eindringen wollen, und welches wir immer das Erste nennen werden. Dieses liegt, nach der in §. 2 gemachten Voraussetzung hinter dem Spiegel, und wenn wir seinen Abstand $=\beta$ setzen, so ist

$$\text{XVIII)}\quad \beta = \frac{ar}{2a+r}$$

Das zweite Nebenbild entsteht durch Rückspiegelung an der Vorderfläche, wenn die Strahlen aus der Linse austreten wollen, in welchem Augenblicke sie nach dem Puncte der Axe convergiren, der in der Entfernung $b-\Delta$ (§. 2) vor dem Spiegel liegt. Sie werden von der hohlen Innenseite der Vorderfläche reflectirt, und wenn die Vereinigungsweite $=c$ gesetzt wird, so ist

$$\frac{1}{c} = \frac{2}{r}+\frac{1}{b-\Delta},$$

und die Strahlen fallen dann wieder auf die Hauptspiegelfläche, nach dem von dieser Fläche um $c-\Delta$ entfernten Puncte convergirend. Nach der Reflexion von der belegten Fläche sey die Vereinigungsweite $=g$, so ist

$$\frac{1}{g} = \frac{2}{R}+\frac{1}{c-\Delta},$$

und der Abstand des Vereinigungspunctes von der Vorderfläche des Spiegels ist $g-\Delta$. Indem nun endlich die Strahlen aus der Linse austreten, werden sie wieder gebrochen, und in der Weite γ vereinigt, für welche wir die Relation haben:

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{n-1}{r}+\frac{n}{g-\Delta}.$$

Entwickeln wir den Ausdruck für γ wieder in eine nach den Potenzen von Δ fortgehende Reihe, so ist

$$\text{XIX}\ldots\ldots\quad \frac{1}{\gamma} = \frac{4n}{R}+\frac{4n-2}{r}-\frac{1}{a}+4n\Delta\left(\frac{6}{R^2}+\frac{2(5n-2)}{nrR}+\frac{5n^2-4n+1}{n^2r^2}-\frac{4}{naR}-\frac{2(2n-1)}{n^2ar}+\frac{1}{n^2a^2}\right),$$

oder wenn wir $\Delta=0$ setzen:

$$\text{XX}\ldots\ldots\quad \frac{1}{\gamma} = \frac{4n}{R}+\frac{4n-2}{r}-\frac{1}{a}.$$

Diese unter den Nummern I bis XX aufgeführten Formeln, nebst denen in §. 5 sind es, auf welchen die ganze Theorie der Glasspiegeltelescope beruht.

§. 7.

1) Bei einem Glasspiegelfernrohr ist nun neben der optischen Deutlichkeit, welche auf der Vernichtung der Kugelabweichung und Farbenzerstreuung beruht, auch die Vermeidung der doppelten Bilder eine nothwendige Forderung, und in dieser Hinsicht sind nur zwei Wege möglich. Das erste und beste wäre offenbar, daſs man jene Nebenbilder selbst mit zur Verstärkung des Hauptbildes benutzte, daſs man also den Glasspiegel so einrichtete, daſs beide Nebenbilder mit dem Hauptbilde genau congruiren. Wir wollen untersuchen, ob dieses möglich ist.

2) Für einen solchen Spiegel müſste aber nothwendig $\alpha=-\beta$ (II und XVIII) werden, weil in den Grundformeln α und β auf verschiedene Seiten des Spiegels fallen, beide Längen aber nothwendig auf einerlei Seite liegen müssen. Da nun a unendlich, so wird $-\beta=\alpha=-\frac{1}{2}r=p$, also $r=-2p$, d. h. die Vorderfläche des Spiegels muſs hohl seyn. Wir haben also in II $-r$ statt r und $\frac{1}{2}r$ statt p zu setzen, so daſs wir haben:

$$\frac{2}{r} = \frac{2n}{R}-\frac{2(n-1)}{r}+2\Delta\left(\frac{2n}{R}-\frac{2(n-1)}{rR}+\frac{(n-1)^2}{nr^2}\right).$$

Würden wir hier $\Delta=0$ setzen, so hätten wir $r=R$, es kann also r von R nicht viel unterschieden seyn, so daſs man in dem mit Δ multiplicirten Gliede $r=R$ setzen darf. Man erhält dadurch:

$$\frac{2}{r} = \frac{2n}{R} - \frac{2(n-1)}{r} + \frac{2\Delta}{R^2} \cdot \frac{n^2+1}{n^2}$$

woraus dann

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R} + \frac{n^2+1}{n^2} \cdot \frac{\Delta}{R^2}$$

$$r = R - \frac{n^2+1}{n^2} \cdot \Delta$$

und $p = \frac{1}{2}R - \frac{n^2+1}{2n^2}\Delta$

folgt, und bei dieser Einrichtung congruirt das erste Nebenbild mit dem Hauptbilde bis auf einen geringen Unterschied.

3) Doch ist noch die Frage, ob auch das zweite Nebenbild mit dem Hauptbilde congruiren werde, allein dieses fällt, sofern wir nur die ersten Potenzen von Δ berücksichtigen, vollkommen damit zusammen. Setzen wir nämlich in XIX zunächst $-r$ statt R und $x = \infty$, so erhalten wir

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{4n}{R} - \frac{4n-2}{r} + 4n\Delta\left(\frac{6}{R^2} - \frac{2(5n-2)}{nrR} + \frac{5n^2-4n+1}{n^2 r^2}\right).$$

In dem mit Δ multiplicirten Gliede setzen wir $r = R$, außerdem aber $\frac{1}{r} = \frac{1}{R} + \frac{n^2+1}{n^2} \cdot \frac{\Delta}{R^2}$. Hiedurch wird:

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{2}{R} + \frac{2(n^2+1)}{n^2} \cdot \frac{\Delta}{R^2}$$

also $\gamma = \frac{1}{2}R - \frac{n^2+1}{2n^2}\Delta = p = \beta.$

4) Da nun alle drei Bilder bis auf Glieder von der Ordnung Δ miteinander congruiren, so scheint es der Mühe werth zu seyn zu untersuchen, wie vollkommen die Congruenz aller drei Bilder seyn werde, wenn das erste Nebenbild mit dem Hauptbilde genau vereinigt wird. Um hierfür eine Rechnung in Ziffern führen zu können, wollen wir $n = \frac{3}{2}$ setzen, so dafs $r = R - \frac{13}{9}\Delta$ wird. Die Gröfse Δ wollen wir $= \frac{1}{90}R$ nehmen, welches hinreichende Stärke für die Glaslinse giebt. Nehmen wir nun noch überdiefs $R = 2$, damit die Brennweite des Spiegels nahe $= 1$ werde, so haben wir $r = 1{,}9679012$ und $\Delta = 0{,}0222222$. Hiermit erhält man dann nach §. 2, indem man r negativ nimmt:

$$\begin{aligned} k &= 5{,}9037036 \\ b &= 1{,}203007 \\ p &= 0{,}9839967 \\ \beta = \tfrac{1}{2}r &= 0{,}9839506 \\ \text{Unterschied} &= 0{,}0000461. \end{aligned}$$

Man kann nun den Werth von r noch hinreichend verbessern durch den Zusatz:

$$dr = \frac{-(r-2p)r}{2p\left(n + \frac{2(n-1)\Delta}{nR}\right)}$$

oder schon hinreichend genau durch

$$dr = -\frac{(r-2p)}{n},$$

so dafs für unser Beispiel das verbesserte $r = 1{,}9679627$ wäre. Mit diesem Werthe von r wird aber p sehr genau $= \frac{1}{2}r$.

Um die Coincidenz des zweiten Nebenbildes zu prüfen, wollen wir γ nach §. 2 und 6 genau berechnen, wobei zu bemerken ist, dafs in den dortigen Formeln r negativ genommen werden mufs. Man findet aber

$$\begin{aligned} k &= -5{,}903888 \\ b &= 1{,}203000 \\ c &= -5{,}903880. \end{aligned}$$

Es wird also genau $c = k$, d. h. es fallen die Strahlen des zweiten Nebenbildes eben so zum zweitenmal auf die Hauptspiegelfläche, wie die ganze Lichtmasse, wenn sie von der Vorderfläche des Spiegels gebrochen worden ist. Unter diesen Umständen mufs aber nothwendig $\gamma = p$ werden. Es congruiren also alle drei Bilder ganz vollkommen.

5) Die bisher betrachtete Congruenz der Nebenbilder bezieht sich nur auf die aus der Axe kommenden Centralstrahlen. Da beide Halbmesser nicht viel unterschieden sind, so hat das erste Nebenbild mit dem Hauptbilde gleiche Kugelabweichung (§. 4); aber es läfst sich leicht zeigen, dafs auch das zweite Nebenbild dieselbe Kugelabweichung hat, und daher congruiren auch die Vereinigungspuncte der aus der Axe kommenden Randstrahlen bei allen drei Bildern vollkommen. Für Strahlen, welche aus der Axe kommen, leistet also ein Glasspiegel nach der beschriebenen Einrichtung genau dasselbe, was eine einfache Spiegelfläche bewirkt.

6) Beim Hauptbilde findet eine kleine Farbenzerstreuung statt, welche durch

$$dp = +\frac{dn}{n}\Delta$$

ausgedrückt wird. Sie ist demnach sehr unbedeutend, und eher nützlich als schädlich, da sie der Ocularzerstreuung entgegengesetzt ist und also einen Theil derselben vertilgt.

7) Wenn aber auch die in der Axe liegenden Bilder congruiren, so ist doch noch die Frage, ob dasselbe auch am Rande des Gesichtsfeldes statt finde. Dieses ist jedoch nicht der Fall, sondern ich finde, wenn φ das halbe Gesichtsfeld in Theilen des Halbmessers bedeutet, das Hauptbild um $\frac{1}{n}\Delta\varphi$ gröfser und eben so viel kleiner als das zweite Nebenbild. Um den Einflufs dieser Gröfse besser schätzen zu können, sey für ein einfaches Ocular die Vergröfserung des Rohres $= m$, so ist $\varphi = \frac{1}{4(m+1)}$ (wenn die Oeffnung des Oculars seiner halben Brennweite gleich ist), und daher jener Abstand

$= \frac{\Delta}{4n(m+1)}$. Dieser wird aber durch das Ocular vergrössert und erscheint als ein Object vom Durchmesser $\frac{\Delta\nu}{4n(m+1)}$ in der Weite des deutlichen Sehens (8 Zoll), wenn ν die Ocularvergrößerung (8 Zoll dividirt durch die nach Zollen gemessene Brennweite des Oculars) bedeutet. Wäre z. B. bei 6 Fuſs Focallänge des grofsen Spiegels die Brennweite des Oculares $= \frac{1}{4}$ Zoll, so wäre $m+1 = 361$, $\nu = 40$, daher jener Abstand nahe $= \frac{\Delta}{54}$.

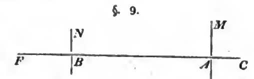
Da diese Gröfse nach der Mitte hin immer mehr und mehr verschwindet, so würde sie keineswegs das Telescop beeinträchtigen, allein die Schwierigkeit, beide Halbmesser so zu treffen, dafs alle drei Bilder zusammenfallen, scheint doch der Ausführung des Gedankens im Wege zu stehen. Diese Schwierigkeit wird noch vergröfsert, wenn die beiden Flächen, um die Abweichung der Randstrahlen zu beseitigen, anders als sphärisch gestaltet werden sollen. Zu läugnen ist indessen nicht, dafs dieses Telescop sehr vollkommen seyn müfste, wenn man statt des kleinen Spiegels sich eines catoptrischen Prismas bediente. Defshalb schien es mir nicht ohne Interesse, die Sache hier zu untersuchen.

§. 8.

Wir bemerkten schon im Anfange, dafs wenn ein Spiegeltelescop zwei Spiegel bekommen mufs, die Einrichtung nach *Gregory* oder *Cassegrain* vor der *Newton*schen den Vorzug habe. Dieses gilt unter der Voraussetzung, dafs man beide Spiegel so einrichten könne, dafs das von ihnen hervorgebrachte Bild frei von aller Abweichung ist. Bei Metallspiegeln ist dieses schon beim grofsen und vielleicht noch mehr beim kleinen Spiegel schwierig, daher dann allerdings die *Newton*sche Einrichtung vorzuziehen ist. Allein bei Glasspiegeln läfst sich die Abweichung selbst durch sphärische Flächen bis zu einem solchen Grade beseitigen, dafs man die stärksten Vergröfserungen anbringen kann, und daher sind offenbar die erstgenannten Einrichtungen vorzuziehen. Von diesen hat aber das *Cassegrain*sche Telescop, aufser dem Vorzug der geringeren Länge, vor dem *Gregory*schen auch noch das voraus, dafs es nur ein wirkliches Bild besitzt, oder vielmehr, dafs die vom grofsen Spiegel herkommenden Strahlen, bevor sie vom kleinen Spiegel aufgenommen werden, sich noch nicht durchkreuzt haben, denn die Beobachtungen haben gelehrt, dafs jenseits des Brennpunctes die Lichtstrahlen von ihrer Intensität verlieren. Daher auch wahrscheinlich die gröfsere Helligkeit, welche man beim *Cassegrain*schen Telescop im Vergleich mit dem *Gregorian*ischen bemerkt haben will. Bei Glasspiegeln entscheidet jedoch der Umstand am meisten für das *Cassegrain*sche Telescop, weil nur dieses bei blofs sphärischen Flächen grofse Oeffnungen verträgt; auch ist bei seinem Objectivspiegel die Farbenzerstreuung nur halb so grofs, als bei dem des *Gregory*schen Telescopes.

Wir wollen nun zeigen, wie ein *Cassegrain*sches Spiegeltelescop zu construiren sey, und dann etwas über das *Gregorian*ische sagen.

§. 9.



1) Es sey die Brennweite des grofsen Spiegels bei $M = P$, die des kleinen $N = p$ (wo aber p eigentlich eine Zerstreuungsweite bedeutet und daher negativ zu setzen ist, wenn es an die Stelle einer wahren Brennweite tritt. Ferner sey der Abstand des kleinen Spiegels vom Focus des grofsen $FB = b$, also sein Abstand vom grofsen Spiegel selbst $= P - b$. Das wirkliche Bild falle in C, und es sey $BC = l$, so ist $l = \frac{pb}{p-b}$. Wir nehmen dann die Einrichtung so, dafs $l = 6b$ wird, woraus $a = \frac{5}{6}p$ folgt.

2) Nennen wir den Abstand des wirklichen Bildes vom grofsen Spiegel $AC = t$, so ist $l = 6b = P - b + t$, also $7b = \frac{35}{6}p = P + t$. Wie grofs t seyn soll, ist willkührlich, wir wollen daher für kleinere Röhre $t = \frac{1}{5}P$ setzen; dann wird $p = \frac{36}{175}P$ und $b = \frac{6}{35}P$. Durch das Entgegenstehen des kleinen Spiegels geht dann etwa $\frac{1}{34}$ von der Fläche des grofsen verloren. Für gröfsere Röhre müfste man t etwas kleiner nehmen.

3) Wegen der Farbenzerstreuung mufs nun $\frac{dl}{dn} = 0$ werden. Weil aber $\frac{1}{l} = \frac{1}{b} - \frac{1}{p}$, so ist $\frac{dl}{l^2} = \frac{db}{b^2} - \frac{dp}{p^2} = 0$, und $dp = \frac{p^2}{b^2}db = \frac{36}{25}db$; oder weil db nichts anders ist, als dP, so hat man $dp = \frac{36}{25}dP$.

Setzt man nun nach §. 3 $dP = -\Sigma P dn$ und $dp = -\sigma p dn$, wo σ für den kleinen Spiegel eben das bedeutet, was Σ für den grofsen ist, so wird $\sigma p = \frac{36}{25}\Sigma P$, woraus $\sigma = 7\Sigma$ folgt. Es mufs also der kleine Spiegel 7mal so viel Zerstreuungsvermögen besitzen, als der grofse.

4) Nun sind die Halbmesser beider Spiegel zu bestimmen. Die Abweichung des grofsen Spiegels ist:

$$\omega = \frac{-x^2}{8nP}((n-1)n^2\Sigma^2 + (n-1)n^2\Sigma^2 + 2(n^2-1)\Sigma + n).$$

Weil beide Spiegel entgegengesetzte Brechung haben, so müs-

sen sie die Farben auf gleiche Weise zerstreuen, d. h. wenn Σ positiv ist, so muſs es auch σ seyn. Nennen wir daher die halbe Oeffnung des kleinen Spiegels ξ (wo $\xi = \frac{6}{35}x$ seyn wird), so ist seine Abweichung

$$\omega' = \frac{-\xi^2}{2n(1+\vartheta)^2 p}((n-1)n^2\sigma^3 + (n-1)n^2\sigma^2 + 2(n^2-1)\sigma\vartheta^2 + n\vartheta^2).$$

Da ferner der kleine Spiegel die Abweichung des groſsen vernichten soll, so muſs er so eingerichtet werden, daſs er von dem Puncte C in F ein Bild entwirft, das eben die Abweichung hat, als das Bild F des groſsen Spiegels, d. h. es muſs $\omega = \omega'$ seyn.

Setzt man nun $n = 1{,}52$, wie es beim gemeinen Spiegelglase der Fall ist, so wird

$$\omega = \frac{-x^2}{8nP}(1{,}201408\Sigma^3 + 1{,}201408\Sigma^2 + 2{,}6208\Sigma + 1{,}52).$$

Es ist ferner $\xi = \frac{bx}{P} = \frac{6}{35}x$; dann nach §. 4, XV, wenn man dort $-p$ statt p setzt: $1 + \vartheta = 2 + \frac{2p}{l} = \frac{12}{5}$ und $\vartheta = \frac{7}{5}$; endlich $p = \frac{36}{175}P$ und $\sigma = 7\Sigma$, daher

$$\omega' = \frac{-x^2}{8nP}(40{,}881244\Sigma^3 + 5{,}840179\Sigma^2 + 3{,}5672\Sigma + 0{,}295555).$$

Durch die Gleichstellung von ω und ω' erhalten wir daher folgende Gleichung:

$$39{,}679836\Sigma^3 + 4{,}638711\Sigma^2 + 0{,}9464\Sigma - 1{,}224445 = 0$$

oder

$$\Sigma^3 + 0{,}116905\Sigma^2 + 0{,}0238509\Sigma - 0{,}03085811 = 0.$$

Hiervon ist $\Sigma = +0{,}257115$ eine Wurzel; die beiden andern Wurzeln sind imaginair, daher bloſs die einzige Einrichtung möglich ist, welche aus gedachter Wurzel folgt. Mit Hülfe derselben erhält man nach §. 3 XIII

Für den groſsen Spiegel:

Halbmesser der belegten Fläche $= 2{,}30867\,P$ convex

—— —— offenen —— $= 3{,}28307\,P$ hohl.

Für den kleinen Spiegel:

Halbmesser der belegten Fläche $= 31{,}20057\,p = 6{,}41840\,P$

—— —— offenen —— $= 1{,}15227\,p = 0{,}237038\,P$

5) Wollten wir also mit einem Spiegel von 10 Zoll Focallänge ein Fernrohr construiren, so wäre die Einrichtung folgende:

1) Brennweite des groſsen Spiegels.........10,000
2) Halbmesser seiner belegten Fläche.......23,087 convex
3) ——— —— offenen ——.........32,831 hohl
4) Abstand beider Spiegel................. 8,286
5) Zerstreuungsweite des kleinen Spiegels... 2,057
6) Halbmesser seiner belegten Fläche.......64,184 hohl
7) ——— —— offenen —— .... 2,370 hohl
8) Abstand des wirklichen Bildes hinter dem groſsen Spiegel....................... 2,000
9) Die Oeffnung des kleinen Spiegels wird $\frac{6}{35}$ von der des groſsen oder etwas gröſser; das Loch im groſsen Spiegel kann genau $\frac{6}{35}$ von der ganzen Oeffnung erhalten.

6) Es läſst sich nun leicht übersehen, wie die doppelten Bilder unschädlich werden. Das erste Nebenbild des groſsen Spiegels fällt in dem Beispiele Nr. 5 um 16,4 Zoll nach vorn, und daher gehen die meisten seiner Strahlen (etwa $\frac{17}{18}$) vor dem kleinen Spiegel vorbei; was darauf fällt, wird von letzterem Spiegel wieder in einem Bilde gesammelt, von welchem aus die Strahlen so sehr divergiren, daſs, wegen der Lichtlosigkeit, die in jedem Strahlenkegel wegen des Entgegenstehens des kleinen Spiegels statt findet, nichts in das Loch des groſsen Spiegels kommen kann.

Das zweite Nebenbild des groſsen Spiegels fällt in 7,2 Zoll Entfernung, also noch zwischen beide Spiegel. Sein Licht trifft zwar alles auf den kleinen Spiegel, wird aber von demselben so sehr zerstreut, das nichts davon in das Loch des groſsen Spiegels gelangen kann. Was von beiden Nebenbildern durch den kleinen Spiegel wieder auf den groſsen zurückgeführt wird, wird von letzterem nahe mit der Axe parallel aus dem Rohre gewiesen und gelangt nicht wieder auf den kleinen Spiegel.

Das erste Nebenbild des kleinen Spiegels fällt in 0,7 Zoll Entfernung von diesem Spiegel nach den Ocularen hin. Von hier aus divergiren seine Strahlen sehr stark, und es gilt von ihm alles, was von den beiden vorigen Nebenbildern gesagt ist.

Das zweite Nebenbild des kleinen Spiegels ist ein bloſses Scheinbild und fällt 0,8 Zoll hinter den kleinen Spiegel. Es ist das am mindesten gefährliche von allen.

Alle diejenigen Bilder aber, welche dadurch entstehen, daſs von bloſsen Glasflächen reflectirte Strahlen wieder von bloſsen Glasflächen reflectirt werden, finden auch bei dioptrischen Fernröhren statt, und können daher nicht in Anschlag kommen.

Folglich sind in diesem Telescop die Nebenbilder unschädlich.

8) Nun ist noch die Frage, eine wie groſse Oeffnung unser Telescop vertragen könne. Man kann das aber freilich nicht durch die bloſse Theorie ausmachen, denn wir wissen nicht, eine wie groſse Abweichung noch ertragen werden kann. Wenn wir indessen nach den genauen Formeln des §. 5 die Abweichung der Randstrahlen berechnen, so finden wir sie $= -0{,}007$ der Länge l, wenn der Winkel, den ein mit der

Axe parallel auffallender Strahl mit seinem Lothe macht, (ψ in §. 5) $= 4^0$ gesetzt wird. Diese Abweichung ist freilich nicht unbeträchtlich, allein sie findet auch blofs statt bei der ungeheuren Oeffnung des grofsen Spiegels, die 0,458 seiner Brennweite beträgt. Wenn wir indessen jene Oeffnung auf $\frac{1}{4}$ herabsetzen, so reducirt sich die Abweichung schon auf 0,0006214, und auf 0,0001203, wenn die Oeffnung bis auf $\frac{1}{6}$ verkleinert wird. Hierzu kommt auch noch, dafs die Abweichungskreise nach der Oeffnung des kleinen Spiegels abzumessen sind, die gegen 6mal kleiner ist als die des grofsen.

Wir wollen das schon in §. 1 aufgestellte Beispiel eines Telescopes von 20 Zoll Focalweite und 5 Zoll Oeffnung wieder aufnehmen. Da hier die Oeffnung $\frac{1}{4}$ von der Focalweite des grofsen Spiegels beträgt, so ist die Abweichung $= 0{,}0006214\,l$. Da ferner der Oeffnungsdurchmesser des kleinen Spiegels etwa $10\frac{1}{3}$ Linien betragen wird, so hat man den Durchmesser des Abweichungskreises $= 0{,}0006214 \times 10\frac{1}{3} = 0{,}006421$ Linie. Dieses ist der gröfste Abweichungskreis; der kleinste beträgt, wie bei den vom Würfel der Oeffnung abhängigen Abweichungskreisen, auch bei denen, die von der 5ten Potenz der Oeffnung abhängen, ebenfalls $\frac{1}{4}$ des gröfsten. Unser Abweichungskreis hat also eigentlich 0,001605 Linien im Durchmesser. Nehmen wir ein Ocular von $\frac{1}{2}$ Zoll Brennweite, welches dem Auge 40mal vergröfsert, so erscheint jener Abweichungskreis als ein Object von $0{,}001605 \times 40 = 0{,}0642$ Linien in der Weite des deutlichen Sehens, welches noch weniger als $\frac{1}{15}$ Linie ist. Nach der Tabelle über die mit sphärischen Hohlspiegeln zu erreichenden telescopischen Vergröfserungen, die man in *Smiths* Optik findet, ist der gesehene Durchmesser des Abweichungskreises etwa $\frac{1}{13}$ Linie, daher unser Telescop immer noch deutlicher, wenn wir von der Lichtstärke absehen. Durch eine genauere Rechnung, bei welcher auch die Dicke der Spiegellinsen mit zu berücksichtigen seyn wird, kann man aber eine noch vollkommenere Vereinigung der Central- und Randstrahlen, und somit auch gröfsere Deutlichkeit erhalten.

Diese Undeutlichkeit findet aber nur statt bei der so starken Vergröfserung, welche 600fach ist. Nehmen wir aber ein Ocular von 1 Zoll Brennweite, wobei die Vergröfserung 120fach ist, so wird die Deutlichkeit 5mal gröfser, d. h. der gesehene Durchmesser des Abweichungskreises beträgt, nun weniger als $\frac{1}{75}$ Linie, und das Telescop wird sehr vollkommen seyn.

Uebrigens läfst sich wohl so viel übersehen, dafs es am besten seyn wird, wenn der Künstler mehrere Linsen zum kleinen Spiegel bearbeitet und dann diejenige ausliest, welche am meisten sich bewährt. Vielleicht trifft es sich dann, dafs die eine oder die andere so von der sphärischen Form abweicht, dafs dadurch die Abweichung noch besser corrigirt wird.

§. 10.

Wir dürfen uns aber auch einige Zweifel nicht verschweigen, welche noch gegen das im vorigen § beschriebene Telescop gemacht werden könnten; es fragt sich nämlich, ob die Farbenzerstreuung der Spiegel so weit corrigirt sey, dafs der etwa noch übrige Rest derselben für unsere Sinne unmerklich wird.

Was nun zuerst die farbigen Randstrahlen betrifft, so ist wohl zu übersehen, dafs ihre sphärische Abweichung nicht bedeutend seyn kann, aber wichtiger ist die Frage, ob die Zerstreuung überhaupt gehörig gehoben sey.

Da wir beide Spiegel aus demselben Glas verfertigen, so kann von einer Abweichung, wie sie als secundaires Spectrum bei achromatischen Linsen existirt, hier nicht die Rede seyn. Aber es ist noch eine andere Abweichung vorhanden, welche durch die Entfernung der beiden Spiegel, als der ihre Farbenzerstreuung gegenseitig aufhebenden Mittel, verursacht wird. Wir haben nämlich in §. 9 Nr. 3 $\frac{dl}{l^2} = \frac{db}{b^2} - \frac{dp}{p^2} = 0$ gesetzt, da doch unter dieser Voraussetzung streng genommen kein Achromatismus eintreten kann.

Es ist nämlich ganz allgemein $\frac{1}{l} = \frac{1}{p} - \frac{1}{b}$, wo wir b und p positiv nehmen, also $d\left(\frac{1}{l}\right) = d\left(\frac{1}{p}\right) - d\left(\frac{1}{b}\right)$. Hier ist nun $d\left(\frac{1}{p}\right) = +\frac{\sigma dn}{p}$, und diese Gleichung ist streng richtig, wenn wir die Wirkung der Glasdicke aus der Acht lassen, weil $\frac{1}{p}$ eine ganze Function des ersten Grades von n ist. Ferner ist eigentlich $d\left(\frac{1}{b}\right) = \frac{1}{b+db} - \frac{1}{b}$ $= \frac{-db}{b(b+db)} = \frac{-db}{b^2} + \frac{db^2}{b^3} - \ldots$, also

$$d\left(\frac{1}{l}\right) = \frac{+\sigma dn}{p} + \frac{db}{b^2} - \frac{db^2}{b^3}.$$

Nun ist ferner $db = -dP$, und $\frac{1}{P} = \frac{2n}{R} + \frac{2(n-1)}{r}$, also $\frac{1}{P+dP} - \frac{1}{P} = \frac{-dP}{P(P+dP)} = \frac{\Sigma dn}{P}$, oder $\frac{dP}{1+\frac{dP}{P}}$ $= -\Sigma dn\, P$, woraus $dP = -\Sigma dn\, P(1 - \Sigma dn)$ folgt. Daher denn:

$$d\left(\frac{1}{l}\right) = \frac{\sigma dn}{p} + \frac{\Sigma dn P}{b^2} - \frac{\Sigma^2 dn^2 P}{b^2} - \frac{\Sigma^2 dn^2 P^2}{b^3} = \frac{-dl}{l(l+dl)}.$$

Weil wir aber $\frac{\sigma dn}{p} + \frac{\Sigma dn P}{b^2} = 0$ gemacht haben, und es auch nicht anders machen dürfen, so haben wir noch eine Abweichung

$$dl = \frac{l(l+dl)}{b^2}\Sigma^2 dn^2 P\left(1+\frac{P}{b}\right).$$

Statt $l + dl$ dürfen wir aber nun l^2 setzen, und weil in unserem Falle b negativ genommen werden mufs, so ist

$$dl = -\frac{l^2}{b^2}P\left(\frac{P}{b}-1\right)\Sigma^2 dn^2,$$

welches die noch übrige Abweichung ist, sofern sie vom Quadrat von dn abhängt. Setzen wir aber statt der Buchstaben die früher gefundenen Werthe, so wird sehr nahe

$$dl = -11{,}5\, dn^2 P$$

$$\text{oder}\quad dl = -11{,}17\, dn^2 l$$

Setzen wir aber dann für die äufsersten und schwächsten Strahlen des Spectrums $dn = \frac{1}{100}$, so wird

$$dl = \frac{-l}{895}.$$

So grofs ist demnach die noch übrige Abweichung. Da aber dieselbe immer negativ bleibt, es mag dn positiv oder negativ seyn, so fallen die Farben, welche gleichweit von der mittleren abstehen, genau zusammen. Den Abweichungskreis construiren wir daher in der Mitte von dl, um ihn am kleinsten zu erhalten, wefshalb eigentlich die Abweichung nur

$$dl = \frac{-l}{1790}$$

zu schätzen ist. Diese reducirt sich noch bedeutend weiter, wenn wir überlegen, dafs die Abweichungskreise nach dem kleinen Spiegel abzumessen sind.

Man wird nun, um diese Art der Farbenzerstreuung möglichst unschädlich zu machen, in der Wahl des mittleren Brechungsverhältnisses n vorsichtig seyn müssen; es wird das arithmetische Mittel aus den Brechungsverhältnissen der orangenen und dunkelblauen Strahlen am besten zum mittleren Brechungsverhältnifs sich eignen, weil dann diese beiden lebhaften Farben nach einerlei Seite gleichviel abweichen und also genau zusammentreffen werden. Die Abweichung der zwischen ihnen liegenden Farben ist dann jedenfalls nur gering, und die der äufsersten Strahlen, der geringen Intensität halber, unschädlich. Auf diese Art können wir dahin gelangen, dafs selbst bei den gröfsten Fernröhren, deren Ausführung mit Glasspiegeln noch möglich ist, die von dn^2 abhängige Farbenzerstreuung nichts schadet.

Es ist dabei ein grofses Glück, dafs der Werth von Σ und also auch die Farbenzerstreuung des Objectivspiegels, so gering ist, nämlich gegen 7,5 mal geringer, als bei einer Linse von gleicher Brennweite und aus gleicher Materie. Wäre die Zerstreuung des Spiegels der einer Linse gleich, so würde das Fernrohr ganz untauglich werden, weil dann die obige Farbenzerstreuung 56 mal gröfser werden würde.

Aus diesem Grunde scheint mir auch die von *Littrow* vorgeschlagene Trennung der beiden Linsen eines Doppelobjectivs sehr beschränkt werden zu müssen, wenn wir nicht ein Glas erfinden können, welches sehr viel weniger zerstreut, als unser jetziges Kronglas. Hätte man auch ein solches Flintglas, das so sehr zerstreute, dafs man die Correctionslinse von der Hauptlinse bis auf $\frac{1}{2}$ ihrer Brennweite abrücken dürfte, so würde zwar die Ausführung eines solchen Instruments sehr erleichtert werden, es würde aber auch dasselbe wegen der Gröfse von dn^2 abhängigen Farbenzerstreuung ganz unbrauchbar seyn.

§. 11.

Weit unter diesem nach *Cassegrain*scher Einrichtung construirten Telescop steht das *Gregory*sche mit Glasspiegeln. Die Nebenbilder werden zwar vollkommen unschädlich und der grofse Spiegel würde für sich eine ungeheuere Oeffnung vertragen; allein der kleine Spiegel erhält bei sphärischen Flächen eine so ungeschickte Form, dafs die Oeffnung des Instrumentes im Vergleich mit dem vorigen nur sehr gering seyn darf, wozu noch kommt, dafs die von dn^2 abhängige Farbenzerstreuung schon ziemlich bedeutend wird. Wir unterlassen daher hier die nähere Untersuchung dieses Instrumentes.

Es liefsen sich wohl noch auch andere Arten Telescope mit Glasspiegeln construiren, allein sie scheinen den beiden in §. 6 und 9 beschriebenen nachzustehen.

Weimar, den 1sten September 1840.

Dr. *Fr. W. Barfufs.*

Inhalt.

Altona 1841. April 8.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 422.

Neue Untersuchung der Reductionselemente der Declinationen und Bestimmung der Declinationen der Fundamentalsterne.

Von Herrn Geh. Rath und Ritter *Bessel*.

Es sind jetzt zwanzig Jahre verstrichen, seitdem ich meine, auf Beobachtungen mit dem Reichenbachschen Meridiankreise der Königsberger Sternwarte gegründeten Untersuchungen über die Reductionselemente der Declinationen bekannt machte und ihre Resultate zur Bestimmung der Declinationen der Fundamentalsterne und einer Anzahl von Circumpolarsternen anwandte. Diese Untersuchungen beruheten auf einer grofsen Anzahl von Beobachtungen und einer Vertheilung derselben, welche erwarten liefsen, dafs die Sicherheit ihrer Resultate, durch Anwendung *desselben* Apparats nicht leicht vermehrt werden könne. Indessen ist seit ihrer Aufsuchung so lange Zeit verflossen, dafs sowohl Fehler der Bestimmung der Declinationen für 1820, sich schon merklich vergröfsert haben, als auch Fehler der Bestimmung für 1755, durch deren Vergleichung mit der ersteren, die Reduction auf die gegenwärtige Zeit (1840) erlangt werden mufs, schon merklich hervortreten. Wenn nämlich die Fehler der Bestimmungen für 1820 und für 1755 durch e und e' bezeichnet werden, so geht daraus, für 1840, der Fehler $\frac{17}{13}e - \frac{4}{13}e'$ hervor. Man mufste daher die Sicherheit der Kenntnifs der Declinationen für 1840 wesentlich vermehren können, wenn man denselben Apparat, der ihre Bestimmung für 1840 ergeben hat, zu einer neuen Bestimmung anwendete. Aber man konnte auch von zwei Verbesserungen der Beobachtungsart, welche ich unten näher angeben werde, einen günstigen Erfolg erwarten.

Ich veranlafste daher Herrn Observator Dr. *Busch*, welcher die Meridianbeobachtungen auf der Königsberger Sternwarte seit dem Jahre 1831 ausführt, eine der früheren ähnliche Untersuchung vorzunehmen. Wie er diesem Wunsche entsprochen hat, wird das Folgende zeigen. Denn alle dazu angewandten Beobachtungen hat er allein ausgeführt, so wie er auch ihre Reduction auf 1840 selbst vorgenommen hat. Diese Arbeiten des Herrn Dr. *Busch* sind es, wodurch ich den Astronomen gegenwärtig eine nicht uninteressante Mittheilung zu machen glaube.

§. 1. *Veränderungen der früheren Beobachtungsart.*

Bekanntlich hat *Bohnenberger* ein sehr elegantes Verfahren angegeben, wodurch die Beobachtungen an Instrumenten, welche zur Bestimmung der Declinationen dienen, unmittelbar auf die Richtung der Lothlinie ihres Standpuncts bezogen werden können. Es besteht in der Beobachtung des von einer, im Gleichgewichte befindlichen Quecksilberfläche reflectirten Bildes des Fadennetzes des senkrecht auf sie gerichteten Fernrohrs, und giebt unmittelbar die Stellung, in welcher seine Absehenslinie auf den Nadir gerichtet ist. Dieses Verfahren ist jederzeit und so leicht ausführbar, dafs ich es für einen werthvollen Zusatz zur Beobachtungskunst halte. Ein Mittel, das Fadennetz von oben so stark zu beleuchten, dafs man sein reflectirtes Bild sehen kann, verdanke ich der Mittheilung meines sinnreichen Freundes, Prof. *von Steinheil*; es besteht in einem kleinen Planglase, welches, im 45ten Grade gegen die Axe des Fernrohrs geneigt, auf der Fassung des Oculars aufgestellt wird; durch welche hindurch man in das Fernrohr sieht, und welches zugleich, wenn es dem durch ein Fenster einfallenden Tageslichte zugewandt wird, Licht genug in das Fernrohr reflectirt, um die beabsichtigte Wirkung hervorzubringen. Als Herr *Baumann* in Berlin hier häufige Anwendungen dieser Einrichtung sah, war er der Meinung, dafs man das Licht verstärken könne, wenn man einen, die Augenöffnung nur zum Theil verdeckenden Metallspiegel, statt des Planglases, anwende; er hatte auch die Güte, mir einen solchen Spiegel zu verfertigen, welcher wirklich ein weit lebhafteres Licht giebt, als das, seinen gröfsten Theil durchgehen lassende unbelegte Planglas.

Die Anwendung dieses Mittels, die lothrechte Lage der Absehenslinie des Meridiankreises unmittelbar zu erkennen, führt zur Kenntnifs der Entfernungen beobachteter Sterne von dem *Scheitelpuncte*. Da diese früher nur durch die Verbindung von Beobachtungen in beiden entgegengesetzten Lagen der Axe des Instruments erlangt werden konnten, so konnte einer neuen Beobachtungsreihe der Vorzug vor der älteren gegeben werden, dafs jede einzelne Beobachtung eines Sterns, von anderen Sternbeobachtungen ganz unabhängig, auf die Richtung der Schwere bezogen werden konnte. Die ältere Beobachtungsreihe bestimmte dagegen zunächst die Entfernungen der Sterne von dem *Pole*, welcher durch Beobachtungen von Circumpolarsternen erkannt wurde. Vor diesen hat

die Beobachtung des Nadirs die Vorzüge, dafs sie von der Heiterkeit des Himmels nicht abhängig ist, also *jederzeit* vorgenommen werden kann, und dafs das reflectirte Bild der Fäden dem Zittern der Luft nie unterworfen ist, welches die Sicherheit der Beobachtungen von Sternen häufig vermindert. Ich halte also die regelmäfsige und häufige Anwendung des *Bohnenberger*schen Verfahrens für eine wesentliche Verbesserung der Beobachtungsart.

Durch die Bekanntmachung meiner früheren Untersuchung des auch gegenwärtig verfolgten Gegenstandes, ist die Beobachtung der von einer horizontalen Fläche reflectirten Bilder der Sterne, in die Praxis der Sternwarten eingeführt worden. Damals benutzte ich zu diesem Zwecke die Oberfläche des in einem drei Fufs Durchmesser habenden Gefäfse enthaltenen Wassers; allein auf der Greenwicher Sternwarte hat *Pond* eine weit kleinere Quecksilberfläche angewandt und dadurch vollkommen gelungene Beobachtungen erhalten. Ich bin diesem Beispiele gefolgt, indem ich die horizontale Fläche gleichfalls durch Quecksilber, in einer amalgamirten, sehr wenig tiefen Schale von Kupfer enthalten, hervorgebracht habe. Dadurch gewinnt die Bequemlichkeit der Anwendung des Verfahrens beträchtlich; auch verliert es seine frühere Beschränkung auf die Wärme der Luft, in welchem das Wasser nicht gefriert; endlich sind Schwankungen, welche durch Luftzug oder andere zufällige Bewegungen entstehen, in dem wenig tiefen Quecksilbergefäfse von weit kürzerer Dauer, als in dem tieferen Wassergefäfse. Ich wünschte, dafs die durch diese Einrichtung erlangte Erleichterung der Beobachtungen der reflectirten Bilder der Sterne häufige und namentlich bis zu gröfseren Entfernungen vom Scheitelpunkte fortgesetzte Anwendungen zur Folge haben mögte; allein wenn man sehr tiefe Sterne auf diese Art beobachten wollte, so war es nöthig, die untere Hälfte der Durchschnittsklappen zu öffnen, wodurch dem Luftzuge freierer Zutritt eröffnet wurde, welchen Herr Dr. *Busch* selten schwach genug fand, um solche Sterne häufig beobachten zu können. Im Jahre 1840 ist ein beträchtlicher Bau auf der Sternwarte vorgenommen worden, wodurch sie zu dem Empfange eines neuen Meridiankreises, welchen ich der Kunst der Herren *A.* & *G. Repsold* verdanken werde, vorbereitet worden ist. Diese Gelegenheit habe ich benutzt, um auch dem Verschlusse der Meridiandurchschnitte eine Einrichtung zu geben, welche den Luftzug ungleich besser ausschliefsen wird, als die frühere. Die häufigere und allgemeinere Beobachtung der reflectirten Bilder der Sterne war die zweite beabsichtigte Veränderung der früheren Beobachtungsart.

§. 2. *Beobachtungen der Circumpolarsterne.*

Von 59 Sternen, welche bei der früheren Untersuchung in beiden Culminationen beobachtet worden sind, sind für die gegenwärtige 30 ausgewählt worden, wovon jedoch drei (γ *Bootis*, η *Herculis*, α *Aurigae*) in der unteren Culmination unbeobachtet geblieben sind. Ihre Zahl wurde auf etwa die Hälfte vermindert, um die zur allgemeineren Beobachtung ihrer reflectirten Bilder nothwendige Zeit zu gewinnen. Alle Beobachtungen sind, durch Vergleichung mit der um 180° veränderten Bestimmung des Nadirs und durch Hinzufügung des Theilungsfehlers des Kreises, so wie die auf meine frühere Prüfung seiner Theilungen gegründete, S. VIII der Abtheilung VII der Königsberger Beobachtungen vorkommende Tafel ihn angiebt, auf scheinbare Zenithdistanzen, und diese durch die Strahlenbrechungstafel, welche sich in den *Tabulis Regiomontanis* findet, auf wahre Zenithdistanzen reducirt worden. Die früher bestimmte Biegung des Fernrohrs ist dabei nicht berücksichtigt worden, weil ihre neue Bestimmung einer der Gegenstände der Untersuchung ist. Das, der Strahlenbrechung wegen, angewandte äufsere Thermometer, ist durch die Methode untersucht worden, welche ich früher (Abth. VII. S. IX) bekannt gemacht habe; nachdem ich die inneren Ungleichheiten seiner Röhre dadurch erkannt hatte, haben die Herren *Pistor* und *Schiek* ihm eine neue, ihnen angemessene Scale gegeben, so dafs es die wahre Temperatur so lange unmittelbar angiebt, als die Bestimmung seiner beiden festen Punkte nicht eine Aenderung erfährt. Das Barometer ist noch das früher benutzte, und seinen Höhen ist (Abth. VIII. S. IX) eine Pariser Linie hinzugesetzt worden. Ferner sind die Entfernungen der reflectirten Bilder der Sterne, durch Hinzufügung von 0''063 tang. Zen. Dist., von dem 3 Fufs unter der Axe des Instruments stehenden Quecksilbergefäfse auf die Lothlinie des Instruments reducirt worden. Endlich ist Alles, durch die in den *Tabb. Regiom.* enthaltenen Hülfsmittel, auf 1840 gebracht, welche Epoche gewählt wurde, indem die Beobachtungen in die Zeit von 1836 bis zum Ende von 1840 fallen. In der folgenden Zusammenstellung trenne ich die in beiden entgegengesetzten Lagen des Instruments gemachten Beobachtungen, sowohl der Sterne selbst als ihrer reflectirten Bilder, von einander.

		Obere Culminationen. Entfernung vom Scheitelpuncte. Ost.		West.		Der reflectirten Bilder Entfernung vom Fufspunkte. Ost.		West.	
30	α Lyræ ....S.	16° 4′ 32″53	9	31″81	30	31″94	6	32″95	5
29	γ Bootis ....—	15 42 9,71	13	8,51	16	10,13	9	10,10	21
28	η Herculis .....—	15 29 2,38	8	0,77	10	1,98	4	3,65	14
27	ε Persei........—	15 10 21,84	2	23,06	8	——	—	——	—
26	γ Cygni ....—	14 57 58,85	2	58,07	23	58,71	10	59,46	13
25	β Persei........—	14 22 49,80	1	47,47	8	——	—	——	—
24	γ Andromedæ ..—	13 9 20,17	5	20,24	18	20,51	18	——	—
23	α Cygni........—	10 0 9,61	27	9,23	38	9,15	6	10,70	12
22	α Aurigæ........—	8 53 12,78	12	15,01	9	16,26	15	——	—
21	δ Persei........—	7 26 39,47	3	42,98	9	——	—	——	—
20	α —— ....—	5 25 42,45	7	44,20	13	——	—	——	—
19	θ Cygni ....—	4 51 ——	—	39,43	29	——	—	——	—
18	η Ursæ majoris...—	4 35 59,10	10	59,86	12	——	—	——	—
17	i Cygni........—	3 19 ——	—	21,95	12	——	—	——	—
16	γ Draconis......—	3 12 ——	—	15,10	27	——	—	——	—
15	7 Cygni ....—	2 45 ——	—	2,97	13	——	—	——	—
14	ψ —— ....—	2 41 ——	—	52,40	22	——	—	——	—
13	XVIII. 170 ......—	2 39 ——	—	59,75	17	——	—	——	—
12	β Draconis......—	2 17 ——	—	31,18	9	——	—	——	—
11	κ Cygni........—	1 38 ——	—	20,09	24	——	—	——	—
10	γ Ursæ majoris...—	0 7 45,68	16	46,97	18	——	—	——	—
9	α Cassiopeæ....N.	0 56 40,91	5	39,03	16	——	—	——	—
8	α Cephei........—	7 11 ——	—	42,07	20	46,68	4	44,91	10
7	α Ursæ majoris...—	7 53 57,22	20	57,12	13	60,18	13	58,63	9
6	β Cephei........—	15 8 ——	—	42,22	22	44,36	4	43,83	11
5	γ Ursæ minoris...—	17 41 21,19	9	21,25	27	22,11	5	22,08	11
4	β ———— ...—	20 5 42,66	8	43,48	20	43,81	8	43,78	11
3	γ Cephei ....—	22 1 31,95	10	32,39	12	32,20	3	35,15	4
2	δ Ursæ min.......—	31 52 38,11	20	39,36	58	——	—	39,97	7
1	α —— —— ....—	33 44 30,85	80	30,91	71	30,76	27	30,37	17
	Untere Culminationen.								
1	α Ursæ minoris ...N.	36 49 46,81	83	47,11	74	47,02	20	48,21	12
2	δ —— —— ...—	38 41 38,84	22	39,41	25	——	—	——	—
3	γ Cephei........—	48 32 46,11	19	48,16	7	48,63	6	47,40	8
4	β Ursæ min.......—	50 28 34,00	9	34,57	11	36,66	7	40,14	3
5	γ —— —— ....—	52 52 57,47	6	55,80	8	56,59	2	58,63	3
6	β Cephei........—	55 25 35,60	16	34,79	8	37,85	6	34,98	1
7	α Ursæ maj.......—	62 40 20,02	9	21,47	11	20,70	1	20,64	4
8	α Cephei ....—	63 22 35,54	13	34,43	7	37,35	6	——	—
9	α Cassiopeæ .....—	69 37 37,33	19	37,57	3	39,70	7	41,84	1
10	γ Ursæ maj.......—	70 42 3,75	5	5,36	14	——	—	7,88	3
11	κ Cygni ....—	72 12 36,20	10	33,55	2	——	—	——	—
12	β Draconis......—	72 51 47,87	9	43,97	3	——	—	——	—
13	XVIII. 170......—	73 14 16,34	1	12,00	2	——	—	——	—
14	ψ Cygni........—	73 16 8,57	13	7,96	2	——	—	——	—
15	7 —— ....—	73 17 18,72	8	14,59	2	——	—	——	—
16	γ Draconis.......—	73 46 32,13	8	27,98	3	——	—	——	—
17	i Cygni........—	73 53 38,78	12	——	—	——	—	——	—
18	η Ursæ maj. ....—	75 10 20,69	1	16,11	10	——	—	——	—
19	θ Cygni	75 25 54,74	12	52,73	2	——	—	——	—
20	α Persei........—	76 0 2,40	10	4,20	11	——	—	——	—
21	δ —— ....—	78 0 62,30	5	58,76	10	——	—	——	—
23	α Cygni........—	80 34 26,74	12	26,29	2	——	—	——	—
24	γ Andromedæ...—	83 43 41,14	9	40,36	7	——	—	——	—
25	β Persei........—	84 57 7,35	7	5,14	11	——	—	——	—
26	γ Cygni........—	85 32 17,51	10	——	—	——	—	——	—
27	ε Persei........—	85 44 42,52	6	42,56	10	——	—	——	—
30	α Lyræ........—	86 38 50,30	8	44,97	3	——	—	——	—

§. 3. *Beobachtungen der Fundamentalsterne.*

Die Beobachtungen der drei nördlichsten der Fundamentalsterne *α Aurigae*, *α Cygni*, *α Lyrae* sind schon in der vorigen Zusammenstellung angeführt; von den übrigen Sternen finden sich die folgenden.

		Entfernung vom Scheitelpunkte. Ost.		Entfernung vom Scheitelpunkte. West.		Der reflectirten Bilder Entfernung vom Fuſspunkte. Ost.		Der reflectirten Bilder Entfernung vom Fuſspunkte. West.	
31	α Geminorum *)...	22° 28′ 55″45	34	53″78	44	53″95	5	54″25	3
32	β Tauri.........	26 14 56,06	53	55,29	44	56 97	17	——	—
33	β Geminorum.....	26 18 27,40	59	26,44	47	27,22	5	27,75	5
34	α Andromedæ....	26 30 26,37	25	24,47	40	——	—	——	—
35	α Coronæ........	27 27 25,51	43	24,07	73	24,67	7	25,04	21
36	α Arietis........	32 0 41,40	46	40,71	27	41,78	7	——	—
37	α Bootis.........	34 41 44 88	51	43,60	61	44,40	5	44,96	10
38	α Tauri..........	38 31 57,66	52	56,49	29	——	—	——	—
39	β Leonis........	39 14 52,04	14	51,61	21	——	—	——	—
40	α Herculis.......	40 8 11,05	18	10,08	34	11,94	6	10,45	7
41	α Pegasi........	40 22 6,97	31	4,86	35	——	—	——	—
42	γ ——	40 25 13,86	36	12,12	38	——	—	——	—
43	α Leonis........	41 58 3,39	44	2,64	28	4,90	16	3,40	4
44	α Ophiuchi......	42 1 56,88	24	55,56	42	56,88	6	56,85	14
45	γ Aquilæ........	44 29 9,80	31	8,07	106	10,46	11	——	—
46	α ——	46 15 49,34	43	47,44	118	47,75	11	——	—
47	α Orionis........	47 20 35,29	40	34,04	37	35,99	16	——	—
48	α Serpentis......	47 46 50,48	38	48,82	65	50,32	5	59,82	17
49	β Aquilæ........	48 42 8,82	26	6,99	111	9,20	10	——	—
50	α Canis minoris...	49 5 4,16	48	2,48	57	2,82	6	3,80	6
51	α Ceti..........	51 15 23,35	18	22,77	14	——	—	——	—
52	β Virginis.......	52 2 53,58	18	51,50	13	——	—	——	—
53	α Aquarii........	55 48 31,34	28	30,50	47	——	—	——	—
54	α Hydræ........	62 40 57,62	37	56,14	19	59,90	3	——	—
55	β Orionis	63 6 22 23	55	20,93	50	——	—	——	—
56	α Virginis.......	65 2 17,68	18	16,44	34	——	—	——	—
57	1 α Capricorni....	67 42 43,68	23	42,66	42	——	—	——	—
58	2 α ——	67 44 ——	—	59,21	8	——	—	——	—
59	1 α Libræ........	70 2 32,58	10	29,93	12	——	—	——	—
60	2 α ——........	70 5 13,97	6	11,54	11	——	—	——	—
61	α Canis majoris...	71 12 57,41	23	57,20	25	61,85	3	——	—
62	α Scorpii........	80 47 6,14	14	5,87	9	——	—	——	—

*) Der hellste von den beiden Sternen des Doppelsterns.

§. 4. *Verbindung der Beobachtungen mit den Reductions-Elementen und Declinationen.*

Die Angaben der beiden vorigen §§. entsprechen den Ueberschriften der sie enthaltenden Columnen nur unter der Bedingung, daſs die Ablesungen des Kreises, auſser der schon angebrachten Verbesserung der Theilungsfehler, keiner weiteren Berichtigung bedürfen und daſs die angewandte Strahlenbrechungstafel richtig sei. Ich werde aber eine durch die Schwere erzeugte Biegung des Fernrohrs des Instruments annehmen und ihre Gröſse, so wie auch die Gröſse eines Factors, womit die angewandten Strahlenbrechungen zu multipliciren sind, als unbekannte Gröſsen betrachten, und deren Bestimmung durch jene Angaben suchen. Die Gröſse des Einflusses des Thermometerstandes auf die Strahlenbrechung, ist einer der Gegenstände der früheren Untersuchung gewesen, auf den ich diesesmal nicht zurückkommen werde.

Wenn man von der Biegung des Fernrohrs des Meridiankreises nur annehmen will, daſs sie in jeder Lage desselben durch unveränderliche Gegengewichte vernichtet werden könne, nicht aber, daſs sie in lothrechter Lage des Fernrohrs verschwinde, so ist die durch sie nothwendig gemachte Verbesserung der beobachteten Zenithdistanzen von der Form

$$\alpha \sin z + \beta \cos z$$

wo z die wahre Zenithdistanz bedeutet. Damit diese Formel für alle Punkte des Meridians gelte, muſs z von 0 bis 360° gezählt werden. Zählt man z von dem Scheitelpunkte durch Süden, den Fuſspunkt und Norden, bis wieder zum Scheitelpunkte, so ist eine nördliche Zenithdistanz $z' = 360° - z$ und ihre Verbesserung wegen der Biegung, die mit entgegengesetzten Zeichen genommene von $360° - z$, oder

$$\alpha \sin z' - \beta \cos z'.$$

Allein die eine Lage der horizontalen Drehungsaxe des Instruments hat zu der einen Hälfte des Meridians dieselbe Beziehung, welche die andere zu der anderen hat: oder wenn die Formel $\alpha \sin z + \beta \cos z$ für die eine dieser Lagen geltend angenommen wird, so gilt $\alpha \sin z - \beta \cos z$ für die andere. Ich werde daher die anzubringende Verbesserung

$$\varphi z = \alpha \sin z \pm \beta \cos z$$

und das obere Zeichen für die östliche Lage des Kreises, das untere für die westliche annehmen. Die Zenithdistanzen werden dann vom Scheitelpunkte durch Süden, von 0 bis 360° gezählt, oder, was damit gleichbedeutend ist, die nördlichen werden als negativ angesehen.

Die als Entfernungen vom Scheitelpunkte angegebenen Zahlen sind die um 180° verminderten Bewegungen der Absehenslinie des Fernrohrs von dem Fuſspunkte bis zu den Sternen, in der Richtung genommen, welche die Formel voraussetzt. Sie fordern also die Verbesserung $\varphi z - \varphi . 180° = \alpha \sin z \pm \beta (1 + \cos z)$, welche, wenn auch nördliche Zenithdistanzen als positiv angesehen werden sollen, für diese mit entgegengesetzten Zeichen, nämlich $= \alpha \sin z' \mp \beta (1 + \cos z')$ genommen werden muſs. Die als Entfernungen vom Fuſspunkte angegebenen Zahlen sind dagegen die Bewegungen der Absehenslinie des Fernrohrs, wenn sie südlich sind, von dem Sterne bis zu dem Fuſspunkte, wenn nördlich von diesem bis zu jenem. Der erste Fall fordert also die Verbesserung $\varphi . 180° - \varphi(180° - z) = -\alpha \sin z \mp \beta (1 - \cos z)$; der zweite die Verbesserung $\varphi z - \varphi . 180° = \alpha \sin z \pm \beta (1 + \cos z)$, welche durch den Ausdruck von z durch die nördliche Zenithdistanz z', nämlich $z = 180° + z'$, sich in $-\alpha \sin z' \pm \beta (1 - \cos z')$ verwandelt. Man hat daher den Angaben in den vier Columnen der beiden vorigen §§, wenn der Stern in dem *südlichen* Quadranten des Meridians, in der Zenithdistanz z culminirt, resp.

$$\alpha \sin z + \beta (1 + \cos z), \quad \alpha \sin z - \beta (1 + \cos z), \quad -\alpha \sin z - \beta (1 - \cos z), \quad -\alpha \sin z + \beta (1 - \cos z)$$

und wenn er im *nördlichen* Quadranten in der Zenithdistanz z culminirt, resp.

$$\alpha \sin z - \beta (1 + \cos z), \quad \alpha \sin z + \beta (1 + \cos z), \quad -\alpha \sin z + \beta (1 - \cos z), \quad -\alpha \sin z - \beta (1 - \cos z)$$

hinzuzusetzen.

Der Factor, womit die angewandten Strahlenbrechungen ρ zu multipliciren sind, werde ich durch $1 + k$ bezeichnen, also jeder Angabe der beiden Verzeichnisse ρk hinzusetzen, wo ρ das arithmetische Mittel aus allen Werthen der Strahlenbrechung, welche Behufs der Erlangung der Angabe, aus den Tafeln berechnet worden sind, bedeutet.

Die Ausdrücke der Entfernung eines Sterns vom Scheitelpunkte und seines reflectirten Bildes vom Fuſspunkte, durch seine Declination δ und die Polhöhe φ, sind:

Stern südlich vom Scheitelpunkte .... $-\delta + \varphi$
— nördlich — — obere Culm. .... $\delta - \varphi$
— — — — untere — $-\delta + 180° - \varphi$

Setzt man sie den Ausdrücken der für die Biegung des Fernrohrs und den Fehler der Strahlenbrechung verbesserten Angaben der Verzeichnisse §. 2 und 3 gleich, so erlangt man dadurch die Gleichungen, welche die unbekannten Gröſsen δ, φ, α, β, k mit diesen Angaben in Verbindung bringen. Die erste dieser Gröſsen ist für jeden anderen Stern eine andere; es ist aber bequemer, $\delta - \varphi \pm \rho k$, wo ρ die Strahlenbrechung eines Sterns in seiner oberen Culmination bedeutet und das obere Zeichen genommen wird, wenn diese südlich, das untere wenn sie nördlich vom Scheitelpunkte stattfindet, zu *einer*, jedem der beobachteten Sterne eigenthümlichen unbekannten Gröſse zu vereinigen, indem man für ρ das arithmetische Mittel aus allen, für die obere Culmination in Rechnung gebrachten Werthen der Strahlenbrechung annimmt. Wenn derselbe Stern auch in der unteren Culmination beobachtet ist, für welche die ähnlich vereinigte unbekannte Gröſse $\delta - 180° + \varphi + \rho' k$ ist, so kann man statt derselben die vorige $-180° + 2\varphi + (\rho' \mp \rho) k$ schreiben, wodurch den aus den Beobachtungen dieser Culmination hervorgehenden Gleichungen, auſser α und β, drei unbekannte Gröſsen gegeben werden, nämlich die vorige, φ und k. Für ρ' kann das arithmetische Mittel aller für die untere Culmination berechneten Werthe der Strahlenbrechung genommen werden; denn diese Werthe, so wie die von ρ, verändern sich nur durch die Schwankungen der Barometer- und Thermometerstände und zwar nicht so stark, daſs ihre Veränderungen einen erheblichen Beitrag zur Bestimmung von k liefern könnten.

Damit man mit kleineren Zahlen zu thun habe, kann man $d + \Delta d$ statt δ und $54° 42' 50'' + \Delta\varphi$ statt φ schreiben und unter d eine Näherung an den Werth von δ verstehen. Bezeichnet man dann den unbekannten Werth, welchen $\Delta d - \Delta\varphi \pm \rho . k$ für jeden der 62 Sterne der Verzeichnisse §. 2 und 3 besitzt, durch die Zahl (m), welche diesem Sterne dort beigelegt ist; ferner das was von jeder zu der *oberen* Culmination gehörigen Angabe in den vier Columnen der Verzeichnisse übrig bleibt, wenn man $\mp (54° 42' 50'' - d)$ hinzusetzt, durch n, n_1, n_2, n_3, so erhält man die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
&1^{\text{ste}}\ \text{Col.} \ldots\ n &= \mp (m) - \alpha \sin z \mp \beta (1 + \cos z)\\
&2^{\text{te}}\ \text{—} \ldots\ n_1 &= \mp (m) - \alpha \sin z \mp \beta (1 + \cos z)\\
&3^{\text{te}}\ \text{—} \ldots\ n_2 &= \mp (m) + \alpha \sin z \mp \beta (1 - \cos z)\\
&4^{\text{te}}\ \text{—} \ldots\ n_3 &= \mp (m) + \alpha \sin z \mp \beta (1 - \cos z)
\end{aligned}$$

wo die oberen Zeichen gelten, wenn die obere Culmination südlich von dem Scheitelpunkte, die unteren, wenn sie nördlich von demselben stattfindet. Wenn das, was von jeder zu der *unteren* Culmination gehörigen Angabe in den vier Columnen des Verzeichnisses §. 2 übrig bleibt, nachdem $d - 125^\circ 17' 10''$ hinzugesetzt ist, durch n', n'_1, n'_2, n'_3 bezeichnet wird, erhält man durch diese Angaben die Gleichungen:

$$1^{\text{ste}}\,\text{Col.}\ldots n' = -(m) - \alpha \sin z' + \beta(1 + \cos z') - 2\Delta\varphi - (\rho' \mp \rho)\,k$$
$$2^{\text{te}}\,\text{——}\ldots n'_1 = -(m) - \alpha \sin z' - \beta(1 + \cos z') - 2\Delta\varphi - (\rho' \mp \rho)\,k$$
$$3^{\text{te}}\,\text{——}\ldots n'_2 = -(m) + \alpha \sin z' - \beta(1 - \cos z') - 2\Delta\varphi - (\rho' \mp \rho)\,k$$
$$4^{\text{te}}\,\text{——}\ldots n'_3 = -(m) + \alpha \sin z' + \beta(1 - \cos z') - 2\Delta\varphi - (\rho' \mp \rho)\,k$$

Die aus einer beobachteten Zenithdistanz abgeleitete wahre verliert desto mehr von ihrer Sicherheit, je gröfser sie ist. Ich habe dieses früher (Abth. VII. S. XIII) näher untersucht, indem ich das *Gewicht* einer wahren Z. D. durch

$$\left(\frac{0''7126}{\varepsilon}\right)^2$$

ausgedrückt und die Gröfse von ε, für verschiedene Zenithdistanzen, durch die sich in ihrer Beobachtung zeigenden Unterschiede bestimmt habe. Man mufs das Gewicht jeder Beobachtung, oder die Gröfse ε, von welcher es abhängig gemacht worden ist, kennen, ehe man die auf den Beobachtungen der verschiedenen Sterne beruhenden Gleichungen, zur Bestimmung der ihnen gemeinschaftlichen unbekannten Gröfsen α, β, $\Delta\varphi$, k und der der oberen und unteren Culmination jedes Sterns gemeinschaftlichen (m) anwenden kann. Ich stelle daher, in der folgenden Tafel, die Logarithmen der Gewichte $(=p)$ zusammen, welche Herr Dr. *Busch*, der angeführten früheren Untersuchung gemäfs, den Beobachtungen der verschiedenen Sterne beigelegt hat. Diese Tafel enthält zugleich die angewandten Näherungswerthe d der Declinationen, und die Werthe von $\sin z$, $\cos z$, ρ, $\rho' \mp \rho$, also Alles was zur Bildung der Gleichungen nothwendig ist.

Circumpolarsterne.

	Obere Culmination.					Untere Culmination.			
	log p	sin z	cos z	ρ	d	log p′	sin z′	cos z	ρ′ ∓ ρ
1	9,95777	0,555	0,832	38″7	88°27′ 21″99	9,95396	0,599	0,800	82″1
2	9,95998	0,528	0,849	36,0	86 35 29,28	9,95164	0,625	0,780	84,8
3	9,97217	0,375	0,927	24,0	76 44 22,00	9,93723	0,749	0,662	91,5
4	9,97454	0,344	0,939	21,2	74 48 33,01	9,93350	0,771	0,636	91,6
5	9,97762	0,304	0,953	18,2	72 24 12,00	9,92843	0,797	0,603	96,1
6	9,98083	0,261	0,965	15,9	69 51 31,61	9,92306	0,823	0,567	102,8
7	9,98994	0,137	0,991	8,1	62 36 46,88	9,91044	0,888	0,459	124,4
8	9,99079	0,125	0,992	7,4	61 54 31,88	9,91044	0,894	0,448	124,8
9	9,99878	0,016	1,000	1,0	55 39 30,89	9,83669	0,937	0,348	161,0
10	0,00000	0,002	1,000	0,1	54 35 2,36	9,82665	0,944	0,330	170,2
11	9,99793	0,029	0,999	1,6	53 4 32,00	9,79721	0,952	0,306	190,5
12	9,99708	0,040	0,999	2,0	52 25 18,00	9,78761	0,956	0,295	195,4
13	9,99659	0,047	0,999	2,7	52 2 52,00	9,77812	0,957	0,288	201,0
14	9,99659	0,047	0,999	2,7	52 1 0,00	9,77812	0,958	0,288	200,5
15	9,99659	0,047	0,999	2,8	51 59 48,00	9,77812	0,958	0,288	202,7
16	9,99587	0,056	0,998	3,0	51 30 35,64	9,76873	0,960	0,279	206,8
17	9,99587	0,058	0,998	3,3	51 23 30,00	9,76873	0,961	0,277	210,1
18	9,99417	0,080	0,997	3,5	50 6 50,20	9,73215	0,967	0,256	217,9
19	9,99393	0,085	0,996	5,0	49 51 12,00	9,73215	0,968	0,252	230,7
20	9,99308	0,095	0,996	5,7	49 17 7,40	9,70569	0,970	0,242	225,2
21	9,99054	0,130	0,992	8,0	47 16 12,00	9,64692	0,978	0,208	257,7
22	9,98862	0,154	0,988	9 0	45 49 37,47	——	——	——	——
23	9,98729	0,174	0,985	10,2	44 42 40,18	9,54733	0,985	0,164	342,5
24	9,98322	0,228	0,974	13,6	41 33 30,00	9,33631	0,994	0,109	475,6
25	9,98179	0,248	0,969	15,7	40 20 4,00	9,19515	0,996	0,088	557,4
26	9,98095	0,258	0,966	15,6	39 44 53,00	9,06957	0,997	0,078	656,0
27	9,98071	0,262	0,965	16,6	39 32 30,00	9,02085	0,997	0,074	636,9
28	9,98038	0,267	0,964	16,0	39 13 48,00	——	——	——	——
29	9,98012	0,271	0,963	16,1	39 0 40,00	——	——	——	——
30	9,96764	0,277	0,961	16,9	38 38 17,59	8,56929	0,998	0,058	818,9

Fundamentalsterne.

	log p	sin z	cos z	ρ	d
31	9,97182	0,382	0,924	24″1	32°13′56″19
32	9,96688	0,442	0,897	29,3	28 27 53,56
33	9,96688	0,443	0,896	29,0	28 24 22,83
34	9,96664	0,446	0,895	30,3	28 12 24,71
35	9,96548	0,461	0,887	29,6	27 15 25,37
36	9,95988	0,531	0,848	36,6	22 42 8,83
37	9,95650	0,569	0,822	40,0	20 1 5,68
38	9,95188	0,602	0,799	45,4	16 10 53,38
39	9,95096	0,633	0,774	47,9	15 27 58,30
40	9,94992	0,645	0,765	48,1	14 34 38,96
41	9,94980	0,648	0,762	50,6	14 20 44,45
42	9,94980	0,648	0,761	52,2	14 17 36,76
43	9,94762	0,669	0,744	52,6	12 44 46,92
44	9,94762	0,670	0,743	51,9	12 40 53,97
45	9,94464	0,701	0,713	57,6	10 13 40,45
46	9,94408	0,710	0,691	60,6	8 27 1,49
47	9,94408	0,735	0,678	63,7	7 22 15,10
48	9,94408	0,741	0,672	63,1	6 55 59,73
49	9,94408	0,751	0,660	66,4	6 0 41,34
50	9,94408	0,756	0,655	68,3	5 37 44,74
51	9,94408	0,780	0,626	76,4	3 27 26,85
52	9,94408	0,789	0,615	75,1	2 39 56,96
53	9,93272	0,827	0,562	85,4	— 1 5 41,11
54	9,91044	0,888	0,460	112,8	— 7 58 7,69
55	9,91044	0,892	0,452	118,8	— 8 23 31,81
56	9,89952	0,907	0,422	123 3	—10 19 27,93
57	9,84686	0,925	0,379	140,2	—12 59 53,14
58	9,84686	0,926	0,379	142,4	—13 2 10,49
59	9,83670	0,940	0,341	159,8	—15 19 40,74
60	9,83670	0,941	0,341	158,5	—15 22 21,91
61	9,81674	0,947	0,322	167,0	—16 30 7,57
62	9,53584	0,987	0,160	335,9	—26 4 15,01

§. 5. *Auflösung der durch das Vorige gegebenen Gleichungen.*

Diese Gleichungen haben die, jedem Sterne eigenthümlichen unbekannten Gröfsen (1), (2), (3),....(62), die beiden allen Sternen gemeinschaftlichen α, β, und die beiden nur bei den in der unteren Culmination beobachteten Sternen vorkommenden $\Delta\varphi$ und k. Obgleich die Gewichte der Beobachtungen in verschiedenen Zenithdistanzen, mit Rücksicht auf ihre, dem Horizonte zu, stark wachsenden Fehler bestimmt worden sind, so habe ich doch für angemessen erachtet, die hierdurch sehr gering werdenden Beiträge, welche die in 75° überschreitenden Zenithdistanzen gemachten Beobachtungen zu der Bestimmung von α, β und $\Delta\varphi$ liefern könnten, ganz zu vernachlässigen, so wie auch die, den in ihrer unteren Culmination über diese Grenze hinausgehenden Sternen zugehörigen (m) der oberen Culmination allein gemäfs zu bestimmen. Nachdem also die Gleichungen, nach der Ausschliefsung der aus den unteren Culminationen der Sterne 18 bis 30 hervorgehenden, auf die der Methode der kleinsten Quadrate gemäfse Art, zur Erlangung der Ausdrücke von (1), (2), (3),....(62) angewandt worden waren, wurden sie, nach fernerer Ausschliessung des Sterns 62, auch in Beziehung auf die unbekannten Gröfsen α, β, $\Delta\varphi$ so behandelt, wie diese Methode es fordert, in Beziehung auf k aber ohne Ausschliefsung einer Gleichung. Die hierdurch erlangten, zur Bestimmung von α, β, $\Delta\varphi$, k führenden Gleichungen, würden dann, durch Substitution der schon bekannt gewordenen Ausdrücke von (1), (2), (3)....(61), von diesen unbekannten Gröfsen befreit, und ergaben so die nothwendigen 4 Gleichungen zur Bestimmung von α, β, $\Delta\varphi$, k.

Ich lasse jetzt die Resultate dieser Rechnungen, so wie Herr Dr. *Busch* sie gefunden hat, hier folgen.

							Δd =
(1)	=	— 0″122	— 0,039 α	— 0,001 β	— 0,980 $\Delta\varphi$	— 40″2 k	(1) + $\Delta\varphi$ + 38″7 k
(2)	=	+ 0,448	+ 0,066 α	+ 0,128 β	— 0,703 $\Delta\varphi$	— 29,6 k	(2) + $\Delta\varphi$ + 35,7 k
(3)	=	+ 0,789	— 0,040 α	+ 0,346 β	— 1,120 $\Delta\varphi$	— 51,2 k	(3) + $\Delta\varphi$ + 24,0 k
(4)	=	+ 0,858	— 0,053 α	+ 0,253 β	— 0,735 $\Delta\varphi$	— 33,7 k	(4) + $\Delta\varphi$ + 21,2 k
(5)	=	+ 0,660	— 0,005 α	+ 0,469 β	— 0,492 $\Delta\varphi$	— 23,6 k	(5) + $\Delta\varphi$ + 18,2 k
(6)	=	+ 1,880	— 0,165 α	+ 0,823 β	— 0,830 $\Delta\varphi$	— 41,5 k	(6) + $\Delta\varphi$ + 15,9 k
(7)	=	+ 1,418	— 0,126 α	— 0,197 β	— 0,588 $\Delta\varphi$	— 34,2 k	(7) + $\Delta\varphi$ + 8,1 k
(8)	=	+ 1,914	— 0,174 α	+ 0,796 β	— 0,777 $\Delta\varphi$	— 46,3 k	(8) + $\Delta\varphi$ + 7,4 k
(9)	=	— 0,195	— 0,209 α	+ 0,820 β	— 0,991 $\Delta\varphi$	— 79,8 k	(9) + $\Delta\varphi$ + 1,0 k
(10)	=	+ 1,587	— 0,286 α	— 0,055 β	— 0,605 $\Delta\varphi$	— 51,5 k	(10) + $\Delta\varphi$ + 0,1 k
(11)	=	— 1,053	— 0,250 α	+ 1,729 β	— 0,479 $\Delta\varphi$	— 45,6 k	(11) + $\Delta\varphi$ — 1,6 k
(12)	=	+ 2,755	— 0,454 α	+ 0,402 β	— 0,903 $\Delta\varphi$	— 88,2 k	(12) + $\Delta\varphi$ — 2,0 k
(13)	=	— 1,142	— 0,134 α	+ 1,765 β	— 0,184 $\Delta\varphi$	— 19,4 k	(13) + $\Delta\varphi$ — 2,7 k
(14)	=	— 1,258	— 0,313 α	+ 1,691 β	— 0,583 $\Delta\varphi$	— 58,5 k	(14) + $\Delta\varphi$ — 2,7 k
(15)	=	+ 0,641	— 0,337 α	+ 1,610 β	— 0,635 $\Delta\varphi$	— 64,3 k	(15) + $\Delta\varphi$ — 2,8 k
(16)	=	+ 0,058	— 0,232 α	+ 1,723 β	— 0,389 $\Delta\varphi$	— 39,4 k	(16) + $\Delta\varphi$ — 3,0 k
(17)	=	— 0,752	— 0,365 α	+ 1,589 β	— 0,773 $\Delta\varphi$	— 76,3 k	(17) + $\Delta\varphi$ — 3,3 k
(18)	=	+ 0,286	— 0,080 α	+ 0,182 β	. . . .	. . . .	(18) + $\Delta\varphi$ — 3,5 k
(19)	=	— 1,430	— 0,085 α	+ 1,996 β	. . . .	. . . .	(19) + $\Delta\varphi$ — 5,0 k
(20)	=	— 0,988	— 0,094 α	+ 0,599 β	. . . .	. . . .	(20) + $\Delta\varphi$ — 5,7 k
(21)	=	— 4,102	— 0,130 α	+ 0,996 β	. . . .	. . . .	(21) + $\Delta\varphi$ — 8,0 k

(22)	=	$-2''258$	$-0{,}026\,\alpha$	$-0{,}161\,\beta$
(23)	=	$+0{,}260$	$-0{,}099\,\alpha$	$+0{,}262\,\beta$
(24)	=	$-0{,}313$	$-0{,}110\,\alpha$	$+0{,}834\,\beta$
(25)	=	$-1{,}694$	$-0{,}248\,\alpha$	$+1{,}531\,\beta$
(26)	=	$-1{,}613$	$-0{,}011\,\alpha$	$+0{,}859\,\beta$
(27)	=	$-2{,}818$	$-0{,}263\,\alpha$	$+1{,}180\,\beta$
(28)	=	$-0{,}382$	$+0{,}007\,\alpha$	$+0{,}158\,\beta$
(29)	=	$+0{,}411$	$+0{,}005\,\alpha$	$+0{,}092\,\beta$
(30)	=	$+0{,}341$	$+0{,}155\,\alpha$	$+0{,}825\,\beta$
(31)	=	$-0{,}659$	$-0{,}319\,\alpha$	$+0{,}229\,\beta$
(32)	=	$+0{,}521$	$-0{,}310\,\alpha$	$-0{,}134\,\beta$
(33)	=	$+0{,}152$	$-0{,}367\,\alpha$	$-0{,}196\,\beta$
(34)	=	$+0{,}089$	$-0{,}446\,\alpha$	$+0{,}437\,\beta$
(35)	=	$-0{,}041$	$+0{,}282\,\alpha$	$+0{,}382\,\beta$
(36)	=	$-0{,}030$	$-0{,}437\,\alpha$	$-0{,}426\,\beta$
(37)	=	$+0{,}067$	$-0{,}435\,\alpha$	$+0{,}136\,\beta$
(38)	=	$-0{,}409$	$-0{,}602\,\alpha$	$-0{,}511\,\beta$
(39)	=	$-0{,}082$	$-0{,}633\,\alpha$	$+0{,}355\,\beta$
(40)	=	$+0{,}480$	$-0{,}387\,\alpha$	$+0{,}431\,\beta$
(41)	=	$-0{,}301$	$-0{,}648\,\alpha$	$+0{,}107\,\beta$
(42)	=	$+0{,}274$	$-0{,}648\,\alpha$	$+0{,}047\,\beta$
(43)	=	$-0{,}390$	$-0{,}361\,\alpha$	$-0{,}387\,\beta$
(44)	=	$-0{,}200$	$-0{,}358\,\alpha$	$+0{,}341\,\beta$
(45)	=	$+0{,}940$	$-0{,}597\,\alpha$	$+0{,}889\,\beta$
(46)	=	$+0{,}575$	$-0{,}619\,\alpha$	$+0{,}935\,\beta$
(47)	=	$-0{,}013$	$-0{,}482\,\alpha$	$+0{,}001\,\beta$
(48)	=	$+0{,}753$	$-0{,}480\,\alpha$	$+0{,}330\,\beta$
(49)	=	$+1{,}196$	$-0{,}649\,\alpha$	$+0{,}983\,\beta$
(50)	=	$+2{,}007$	$-0{,}625\,\alpha$	$+0{,}130\,\beta$
(51)	=	$+0{,}054$	$-0{,}780\,\alpha$	$-0{,}203\,\beta$
(52)	=	$+0{,}332$	$-0{,}789\,\alpha$	$-0{,}261\,\beta$
(53)	=	$+0{,}296$	$-0{,}827\,\alpha$	$+0{,}396\,\beta$
(54)	=	$+0{,}573$	$-0{,}889\,\alpha$	$-0{,}470\,\beta$
(55)	=	$+0{,}199$	$-0{,}892\,\alpha$	$-0{,}069\,\beta$
(56)	=	$+1{,}061$	$-0{,}907\,\alpha$	$+0{,}438\,\beta$
(57)	=	$+0{,}184$	$-0{,}925\,\alpha$	$+0{,}403\,\beta$
(58)	=	$+1{,}281$	$-0{,}927\,\alpha$	$+1{,}379\,\beta$
(59)	=	$-0{,}394$	$-0{,}940\,\alpha$	$+0{,}122\,\beta$
(60)	=	$-0{,}488$	$-0{,}942\,\alpha$	$+0{,}395\,\beta$
(61)	=	$+0{,}002$	$-0{,}836\,\alpha$	$+0{,}092\,\beta$
(62)	=	$-1{,}025$	$-0{,}987\,\alpha$	$-0{,}252\,\beta$

Δd =	(22)	$+\Delta\varphi$	$-9{,}0\,k$
	(23)	$+\Delta\varphi$	$-10{,}2\,k$
	(24)	$+\Delta\varphi$	$-13{,}6\,k$
	(25)	$+\Delta\varphi$	$-15{,}7\,k$
	(26)	$+\Delta\varphi$	$-15{,}6\,k$
	(27)	$+\Delta\varphi$	$-16{,}6\,k$
	(28)	$+\Delta\varphi$	$-16{,}0\,k$
	(29)	$+\Delta\varphi$	$-16{,}1\,k$
	(30)	$+\Delta\varphi$	$-16{,}9\,k$
	(31)	$+\Delta\varphi$	$-24{,}1\,k$
	(32)	$+\Delta\varphi$	$-29{,}3\,k$
	(33)	$+\Delta\varphi$	$-29{,}0\,k$
	(34)	$+\Delta\varphi$	$-30{,}3\,k$
	(35)	$+\Delta\varphi$	$-29{,}6\,k$
	(36)	$+\Delta\varphi$	$-36{,}6\,k$
	(37)	$+\Delta\varphi$	$-40{,}0\,k$
	(38)	$+\Delta\varphi$	$-45{,}4\,k$
	(39)	$+\Delta\varphi$	$-47{,}9\,k$
	(40)	$+\Delta\varphi$	$-48{,}1\,k$
	(41)	$+\Delta\varphi$	$-50{,}6\,k$
	(42)	$+\Delta\varphi$	$-52{,}2\,k$
	(43)	$+\Delta\varphi$	$-52{,}6\,k$
	(44)	$+\Delta\varphi$	$-51{,}9\,k$
	(45)	$+\Delta\varphi$	$-57{,}6\,k$
	(46)	$+\Delta\varphi$	$-60{,}6\,k$
	(47)	$+\Delta\varphi$	$-63{,}7\,k$
	(48)	$+\Delta\varphi$	$-63{,}1\,k$
	(49)	$+\Delta\varphi$	$-66{,}4\,k$
	(50)	$+\Delta\varphi$	$-68{,}3\,k$
	(51)	$+\Delta\varphi$	$-76{,}4\,k$
	(52)	$+\Delta\varphi$	$-75{,}1\,k$
	(53)	$+\Delta\varphi$	$-85{,}4\,k$
	(54)	$+\Delta\varphi$	$-112{,}8\,k$
	(55)	$+\Delta\varphi$	$-118{,}8\,k$
	(56)	$+\Delta\varphi$	$-123{,}3\,k$
	(57)	$+\Delta\varphi$	$-140{,}2\,k$
	(58)	$+\Delta\varphi$	$-142{,}4\,k$
	(59)	$+\Delta\varphi$	$-159{,}8\,k$
	(60)	$+\Delta\varphi$	$-158{,}5\,k$
	(62)	$+\Delta\varphi$	$-167{,}0\,k$
	(61)	$+\Delta\varphi$	$-335{,}9\,k$

Die vier, zur Bestimmung von α. β, $\Delta\varphi$ und k dienenden Gleichungen sind:

$$+733''56 = 519{,}86\,\alpha - 5{,}58\,\beta + 345{,}56\,\Delta\varphi + 20586\,k$$
$$-2041{,}20 = -5{,}58\,\alpha + 8915{,}75\,\beta + 233{,}02\,\Delta\varphi + 10896\,k$$
$$+968{,}20 = +345{,}56\,\alpha + 233{,}02\,\beta + 1009{,}28\,\Delta\varphi + 56239\,k$$

und

$$+82937{,}3 = 32821{,}3\,\alpha + 22668{,}9\,\beta + 84672{,}6\,\Delta\varphi + 9201460\,k$$

Ihre Auflösung ergiebt:

$$\alpha = +0''9498$$
$$\beta = -0{,}2465$$
$$\Delta\varphi = +0{,}7054$$
$$k = -0{,}0002583.$$

§. 6. *Vergleichung der jetzt und im J. 1820 bestimmten Werthe der Reductionselemente der Declinationen.*

Der jetzt bestimmte Ausdruck der von der Wirkung der Schwere auf den Meridiankreis herrührenden Verbesserung einer beobachteten südlichen Zenithdistanz ist, jenachdem der Kreis gegen Osten oder gegen Westen gewandt ist:

$$+0''9498\ \sin z \mp 0'2465\ \cos z$$

oder die Verbesserung seiner beobachteten Angabe u ist:

$$= +0''9498\ \sin(u + 1^{\circ}\,33') - 0''2465\ \cos(u + 1^{\circ}\,33').$$

Früher fand ich den Ausdruck derselben Verbesserung (Abthl. VII. p. XIX)

$$= +1''11\ \sin(u + 1^{\circ}\,33') + 0'26\ \cos(u + 1^{\circ}\,33')$$

Das erste Glied beider Ausdrücke ist so nahe übereinstimmend, als man zu erwarten berechtigt seyn kann, das zweite ist aber eine halbe Secunde verschieden. Zufällige Beobachtungsfehler lassen eine so grofse Verschiedenheit nicht erwarten. Ich würde glauben, dafs das Instrument in der Zwischenzeit eine kleine Aenderung erfahren habe, wenn nicht ein Grund vorhanden wäre, dem angenommenen *Gesetze* der Biegung zu mifstrauen. Diesen Grund giebt die, durch zwei etwa horizontal gerichtete Fernröhre erlangte Bestimmung der Biegung, aus welcher sie nahe verschwindend hervorging (Abthl. X. p. IV), während sie, *beiden* auf die Beobachtung der Sterne und ihrer reflectirten Bilder gegründeten Bestimmungen zufolge, in der horizontalen Lage des Fernrohrs nahe eine Secunde grofs erscheint. Ist das Gesetz der Biegung anders als das angenommene, so mufs ihre neue Bestimmung von der älteren abweichen, indem sie den beobachteten Ort des Nadirs, die frühere den des Pols, zum Ausgangspunkte wählt, auch auf der bis zu gröfseren Zenithdistanzen fortgesetzten Beobachtung der reflectirten Bilder beruhet. Dafs die neue Bestimmung den vom Orte des Nadirs ausgehenden Beobachtungen der Sterne angemessener ist als die frühere und auch als die Annahme einer verschwindenden Biegung, ist nicht zweifelhaft.

Die *Polhöhe* des Meridiankreises geht aus der neuen Bestimmung

$$= 54^{\circ}\,42'\,50''705$$

hervor, während die frühere sie $= 54^{\circ}\,42'\,50''52$, also $0''185$ kleiner ergab. Ich glaube nicht, dafs man berechtigt ist, eine gröfsere Uebereinstimmung zu erwarten, zumal die über die Biegung gemachte Bemerkung zeigt, dafs die übrigbleibende Unsicherheit nicht nach den zufälligen Beobachtungsfehlern allein beurtheilt werden darf.

Die *Strahlenbrechung* ist, durch die neue Bestimmung, im Verhältnisse $1 : 1 - 0{,}0002583$ verändert worden. Diese Veränderung beträgt in der Zenithdistanz von 45° nur $-0''016$; sie ist nicht gröfser als eine Veränderung des Thermometerstandes um ein Achtel Grad der *Fahrenh.* Scale, oder des Barometerstandes um ein Zehntel Linie, sie hervorbringen würde. Sie ist viel zu klein, um eine Veränderung der auf der früheren Untersuchung beruhenden, in den *Tabulis Regiom.* abgedruckten Strahlenbrechungstafel rechtfertigen zu können, denn sie liegt in den Grenzen der Unsicherheit, sowohl der einen als der anderen Bestimmung; so dafs die so nahe Uebereinstimmung beider als ein glücklicher Zufall erscheint.

§. 7. *Bestimmung der Declinationen der beobachteten Sterne für 1840.*

Man erlangt diese Bestimmung, indem man, in den §. 5 mitgetheilten Ausdrücken von Δd, die gefundenen Werthe von α, β, $\Delta\varphi$, k substituirt und die dadurch gefundenen Werthe von Δd den §. 4 angeführten Annahmen von d hinzufügt. Dadurch erhält man:

		Decl. 1840.			Decl. 1840.
1	α Ursæ min.	88° 27′ 21″84	32	β Tauri	28° 27′ 54″53
2	δ ———	86 35 29,97	33	β Geminor.	28 24 23,39
3	γ Cephei	76 44 22,69	34	α Androm.	28 12 24,98
4	β Ursæ min.	74 48 33,95	35	α Coronæ	27 15 26,22
5	γ ———	72 24 12,90	36	α Arietis	22 42 9,24
6	β Cephei	69 51 33,31	37	α Bootis	20 1 6,02
7	α Ursæ maj.	62 36 48,55	38	α Tauri	16 10 53,23
8	α Cephei	61 54 33,60	39	β Leonis	15 27 58,25
9	α Cassiop.	55 39 30,32	40	α Herculis	14 34 39,68
10	γ Ursæ maj.	54 35 3,98	41	α Pegasi	14 20 44,23
11	κ Cygni	53 4 30,66	42	γ ———	14 17 37,13
12	β Draconis	52 25 20,32	43	α Leonis	12 44 47,00
13	XVIII. 170	52 2 50,87	44	α Ophiuchi	12 40 54,06
14	ψ Cygni	52 0 58,34	45	γ Aquilæ	10 13 41,32
15	7 ———	51 59 48,20	46	α ———	8 27 1,97
16	γ Draconis	51 30 35,49	47	α Orionis	7 22 15,35
17	i Cygni	51 23 28,65	48	α Serpentis	6 56 0,67
18	η Ursæ maj.	50 6 51,07	49	β Aquilæ	6 0 42,40
19	θ Cygni	49 51 10,70	50	α Canis min.	5 37 46,85
20	α Persei	49 17 6,88	51	α Ceti	3 27 26,94
21	δ ———	47 16 8,26	52	β Virginis	2 39 57,33
22	α Aurigæ	45 49 35,93	53	α Aquarii	— 1 5 40,97
23	α Cygni	44 42 40,99	54	α Hydræ	— 7 58 7,11
24	γ Androm.	41 33 30,09	55	β Orionis	— 8 23 31,70
25	β Persei	40 20 2,40	56	α Virginis	—10 19 27,10
26	γ Cygni	39 44 51,87	57	1 α Capric.	—12 59 53,19
27	ε Persei	39 32 27,35	58	2 α ———	—13 2 9,69
28	η Herculis	39 13 48,30	59	1 α Libræ	—15 19 41,31
29	γ Bootis	39 0 41,10	60	2 α ———	—15 22 22,64
30	α Lyræ	38 38 18,29	61	α Canis maj.	—16 30 7,64
31	α Geminor.	32 13 55,88	62	α Scorpii	—26 4 16,12

§. 8. *Vergleichung der für 1820 bestimmten Declinationen mit den jetzt für 1840 gefundenen.*

Die Bestimmungen der Declinationen der beiden Polarsterne für 1840, weichen von den auf die früheren und ihre Vergleichung mit den Fundamentis Astronomiæ gegründeten Angaben in den *Tabb. Regiom.*

α Ursæ minoris $-0''15$
δ ——— ——— $+0{,}69$

ab. Für alle übrigen, oben bestimmten Sterne theile ich hier die nach der Formel *)

$$+20''05569 \cos\alpha$$

berechnete jährliche Præcession für 1840, nebst ihrer, nach der Formel **)

$$-0''19501 \tang\delta \sin\alpha^2 - 0''44781 \sin\alpha - 0''00970 \cos\alpha$$

*) Tabb. Regiom. p. X u. XI.
**) ebendaselbst.

berechneten Säcularänderung mit; ferner die, unter Voraussetzung dieser Zahlen, durch die Vergleichung der Declinationen für 1755 und 1840, gefundenen Werthe der jährlichen eigenen Bewegungen; endlich die Unterschiede der Bestimmung der Declinationen für 1820, von den aus diesen Elementen berechneten.

		Jährliche Præcess.	Secular-Veränd.	Jährl. eig. Bewegung.	Verz. 1820.
3	γ Cephei......	+19″915	+ 0″032	+ 0″152	—0″09
4	β Ursæ minoris	—14,713	— 0,020	— 0,034	— 0,68
5	γ —— ——	—12,822	— 0,013	+ 0,069	— 0,04
6	β Cephei.....	+15,727	+ 0,066	— 0,042	— 1,31
7	α Ursæ majoris	—19,225	— 0,149	— 0,072	— 1,23
8	α Cephei.....	+15,065	+ 0,129	+ 0,004	— 1,34
9	α Cassiopeæ...	+19,867	— 0,076	— 0,057	+ 0,40
10	γ Ursæ majoris	—20,015	— 0,020	+ 0,005	— 1,15
11	κ Cygni......	+ 6,314	+ 0,188	— 0,084	+ 0,92
12	β Draconis....	— 2,891	+ 0,196	— 0,002	— 0,36
13	XVIII. 170...	+ 3,155	+ 0,197	——	——
14	ψ Cygni......	+ 9,376	+ 0,196	— 0,019	——
15	7 ——......	+ 7,148	+ 0,197	— 0,077	——
16	γ Draconis....	— 0,622	+ 0,203	— 0,058	+ 0,15
17	i Cygni......	+ 7,324	+ 0,202	+ 0,121	— 0,06
18	η Ursæ majoris	—18,131	+ 0,158	— 0,013	— 0,65
19	θ Cygni......	+ 7,848	+ 0,213	+ 0,216	+ 0,36
20	α Persei......	+13,359	— 0,467	— 0,059	+ 0,35
21	δ ——......	+12,100	— 0,497	— 0,065	——
22	α Aurigæ.....	+ 4,777	— 0,627	— 0,442	+ 1,15
23	α Cygni......	+12,620	+ 0,225	— 0,003	— 0,63
24	γ Andromedæ..	+17,621	— 0,262	— 0,067	— 0,46
25	β Persei......	+14,318	— 0,402	+ 0,008	— 0,15
26	γ Cygni......	+11,250	+ 0,254	+ 0,020	— 0,80
27	ε Persei......	+10,987	— 0,493	— 0,036	— 0,38
28	η Herculis....	— 7,072	+ 0,283	— 0,078	— 0,12
29	γ Bootis......	—16,141	+ 0,218	+ 0,178	— 0,34
30	α Lyræ.......	+ 2,750	+ 0,289	+ 0,278	— 0,97
31	α Geminorum..	— 7,218	— 0,521	— 0,079	+ 0,27
32	β Tauri......	+ 3,811	— 0,543	— 0,197	— 0,76
33	β Geminorum..	— 8,119	— 0,494	— 0,060	— 0,45
34	α Andromedæ..	+20,056	— 0,010	— 0,150	— 0,25
35	α Coronæ.....	—12,354	+ 0,296	— 0,060	— 0,65
36	α Arietis.....	+17,448	— 0,249	— 0,145	— 0,36
37	α Bootis......	—16,992	+ 0,226	— 0,967	— 0,20
38	α Tauri......	+ 7,937	— 0,463	— 0,176	+ 0,07
39	β Leonis.....	—19,986	— 0,028	— 0,102	+ 0,09
40	α Herculis....	— 4,567	+ 0,390	+ 0,041	— 0,53
41	α Pegasi.....	+19,298	+ 0,109	— 0,022	+ 0,12
42	γ ——......	+20,051	— 0,020	— 0,024	— 0,32
43	α Leonis.....	—17,362	— 0,227	+ 0,009	— 0,93
44	α Ophiuchi....	— 2,834	+ 0,402	— 0,209	— 0,06
45	γ Aquilæ.....	+ 8,369	+ 0,374	+ 0,002	— 0,68
46	α ——.....	+ 8,711	+ 0,376	+ 0,370	— 0,42
47	α Orionis.....	+ 1″180	— 0″473	— 0″004	—0″19
48	α Serpentis....	—11,761	+ 0,353	+ 0,053	— 0,70
49	β Aquilæ.....	+ 9,063	+ 0,379	— 0,484	— 0,75
50	α Canis minoris	— 7,750	— 0,426	— 1,048	— 0,64
51	α Ceti........	+14,553	— 0,321	— 0,127	— 0,10
52	β Virginis....	—19,996	— 0,025	— 0,292	— 0,23
53	α Aquarii.....	+17,261	+ 0,221	— 0,021	— 0,15
54	α Hydræ.....	—15,348	— 0,270	+ 0,029	— 0,42
55	β Orionis.....	+ 4,610	— 0,411	— 0,029	— 0,08
56	α Virginis....	—18,941	+ 0,160	— 0,043	— 0,58
57	1 α Capricorni..	+10,685	+ 0,406	— 0,024	+ 0,01
58	2 α —— ..	+10,715	+ 0,406	— 0,017	— 0,64
59	1 α Libræ.....	—15,259	+ 0,321	— 0,086	+ 0,50
60	2 α ——......	—15,249	+ 0,321	— 0,068	+ 0,61
61	α Canis majoris	— 3,318	— 0,384	— 1,243	+ 0,03
62	α Scorpii.....	— 8,507	+ 0,488	— 0,057	+ 0,87

Diese Vergleichung zeigt, im Allgemeinen, eine so nahe Uebereinstimmung der früheren Bestimmung der Declinationen und der jetzigen, dafs sie, den Erfahrungen zufolge, welche ähnliche Fälle mir früher gegeben haben, nicht gröfser erwartet wurde. Unter den Fundamentalsternen weicht *α Canis minoris* am meisten, nämlich — 1″64 ab; was wirklich auffallend ist, da die Beobachtungen dieses Sterns, sowohl früher als jetzt, hinreichend oft wiederholt sind und genügend erscheinen. Nächst dieser Abweichung des früheren Verzeichnisses von dem gegenwärtigen, findet sich die gröfste (+ 1″15) bei *α Aurigae*; allein die neuere Bestimmung beruhet auf einer geringeren Zahl von Beobachtungen, worunter die durch Reflexion von der horizontalen Quecksilberfläche gemachten, mehr als 2″ von den übrigen abweichen; was vermuthlich dem Umstande zuzuschreiben ist, dafs das nahe senkrecht stehende Fernrohr den gröfsten Theil des Quecksilbers verdeckte und nur Strahlen zum Bilde des Sterns vereinigte, welche in der Nähe des Randes des Objectivs einfielen. Ich halte daher die neuere Bestimmung für weniger sicher, als häufiger wiederholte directe, und von einem weiter entfernten Quecksilbergefäfse genommene Reflexions-Beobachtungen sie ergeben haben würden. Von den Bestimmungen der übrigen Fundamentalsterne für das J. 1820 entfernt sich keine eine Secunde von der gegenwärtigen; die meisten nähern sich ihr bis auf weniger als eine halbe Secunde. Indessen behalte ich mir vor, nächstens eine ausgedehntere Vergleichung verschiedener Verzeichnisse der Declinationen bekannt zu machen.

Bessel.

Altona 1841. April 29.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 423—425.

Ueber die Anwendung osculirender Elemente als Grundlage der Berechnung der Störungen eines Planeten, und über die unabhängigen Elemente der „Fundamenta nova etc."

Von Herrn Professor und Ritter *Hansen*.

In meinem, „Fundamenta nova investigationis etc." betitelten Werke habe ich unter andern gezeigt, dafs es nicht unumgänglich nöthig ist für die Berechnung der Störungen eines Himmelskörpers sich der rein elliptischen Elemente desselben zu bedienen. Durch die Einführung dreier Gröfsen, dort b, ξ und η benannt, habe ich bewirkt, dafs ich mich zur Berechnung der Mondstörungen des Werthes der Bewegung der mittleren Anomalie bedienen konnte, welcher aus den Beobachtungen ohne Rücksicht auf die Störungen folgt, so wie des Werthes der Excentricität, welcher durch den rein elliptischen Ausdruck sich aus dem gröfsten Gliede der Mittelpunktsgleichung ergiebt, obgleich diese nicht die rein elliptischen Werthe dieser Elemente sind. Pag. 77 des genannten Werkes zu Anfang des Art. 20 habe ich einen andern Gebrauch der Gröfsen b, ξ und η kurz angedeutet, diesen, der auf die Anwendung osculirender Elemente als Grundlage der Berechnung der Störungen eines Planeten hinführt, werde ich hier ausführlich behandeln.

1.

Seyen a_0, n_0, e_0, π_0 und a, n, e, π zwei Systeme von elliptischen Elementen, in welchen a die grofse Halbaxe, n die mittlere Bewegung, ae die Excentricität, und π die auf die Bahnebene projicirte Länge des Perihels bedeuten. Diese beiden Systeme seyen mit dem wahren Werthe λ des vom Radius Vector durchlaufenen Bogens, und dem wahren Werthe ρ dieses Radius Vectors, durch Hülfe der von τ abhängigen gestörten mittleren Anomalie $n_0\zeta_0$ und resp. $n\zeta$, und der Störungen des Logarithmus des Radius Vectors β_0 und resp. β so verbunden, dafs

$$(1)\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} n_0\zeta_0 &= v_0 - e_0 \sin v_0 \\ \bar{\varrho}_0 \cos\bar{\varphi}_0 &= a_0 \cos v_0 - a_0 e_0 \\ \bar{\varrho}_0 \sin\bar{\varphi}_0 &= a_0\sqrt{(1-e_0^2)}.\sin v_0 \\ a_0^3 n_0^2 &= \varkappa(M+m) \\ \lambda &= \bar{\varphi}_0 + n_0\gamma_0 t + \pi_0 \\ l\rho &= l\bar{\varrho}_0 + \beta_0 \end{aligned}\right.$$

$$\left.\begin{aligned} n\zeta &= v - e\sin v \\ \bar{\varrho}\cos\bar{\varphi} &= a\cos v - ae \\ \bar{\varrho}\sin\bar{\varphi} &= a\sqrt{(1-e^2)}.\sin v \\ a^3 n^2 &= \varkappa(M+m) \\ \lambda &= \bar{\varphi} + n\gamma t + \pi \\ l\rho &= l\bar{\varrho} + \beta \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(2)$$

wo also $\bar{\varphi}_0$ und $\bar{\varphi}$ die wahre Anomalie, v_0 und v die excentrische Anomalie, $n_0\gamma_0 t$ und $n\gamma t$ die Bewegung des Perihels, oder resp. des Perigäums, M die Masse der Sonne, oder resp. der Erde, m die Masse des gestörten Körpers, und $\varkappa$ die Intensität der Anziehungskraft für die Einheit der Zeit, Masse und Entfernung bedeutet, und durch l der hyperbolische Logarithmus angedeutet wird.

Nimmt man nun an, dafs einerseits ζ_0 und β_0, und andererseits ζ und β so beschaffen sind, dafs sie vermittelst der vorstehenden Gleichungen stets einerlei Werthe für λ und ρ geben, so mufs nothwendig $n_0\gamma_0 = n\gamma$ seyn und wir haben also

$$\bar{\varphi}_0 = \bar{\varphi} + \pi - \pi_0 \ldots\ldots(3)$$

$$\beta = \beta_0 + l\bar{\varrho}_0 - l\bar{\varrho} \ldots\ldots(4)$$

Die Gleichungen (1) geben nun

$$\frac{a_0}{\bar{\varrho}_0} = \frac{1+e_0\cos\bar{\varphi}_0}{1-e_0^2} \ldots\ldots(5)$$

und also, wenn wir hierin den Werth (3) von $\bar{\varphi}_0$ substituiren, und überdies die ganze Gleichung mit $\frac{\bar{\varrho}}{a}$ multipliciren,

$$\frac{\bar{\varrho}\,a^0}{\bar{\varrho}_0 a} = \frac{\frac{\bar{\varrho}}{a} + e_0\frac{\bar{\varrho}}{a}\cos\bar{\varphi}\cos(\pi-\pi_0) - e_0\frac{\bar{\varrho}}{a}\sin\bar{\varphi}\sin(\pi-\pi_0)}{1-e^2}$$

Aber die Gleichungen (2) geben eine ähnliche Gleichung wie (5), oder welches identisch dasselbe ist,

$$\frac{\bar{\varrho}}{a} = 1 - e^2 - e\frac{\bar{\varrho}}{a}\cos\bar{\varphi}$$

Wenn wir diesen Werth von $\frac{\bar{\varrho}}{a}$ in das erste Glied der rechten Seite der vorstehenden Gleichung substituiren, zugleich

$$(6)\ldots\ldots\ldots\left\{\begin{array}{l} e_0 \sin(\pi-\pi_0) = \eta(1-e^2) \\ e_0 \cos(\pi-\pi_0) = e+\xi(1-e^2) \end{array}\right.$$

setzen, und erwägen, dafs hieraus

$$(7)\ldots 1-e_0^2 = (1-e^2)\{1-2e\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2\}$$

hervorgeht, so verwandelt sie sich in

$$(8)\ldots\ldots \frac{\bar{\rho} a_0}{\rho_0 a} = \frac{1+\xi\frac{\bar{\rho}}{a}\cos\bar{\varphi}-\eta\frac{\bar{\rho}}{a}\sin\bar{\varphi}}{1-2e\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2}$$

Die Gleichungen (1) und (2) geben aber ferner noch

$$\frac{d\lambda}{d\tau} = \frac{d\bar{\varphi}}{d\zeta}\cdot\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{d\bar{\varphi}_0}{d\zeta_0}\cdot\frac{d\zeta_0}{d\tau}$$

$$\frac{d\bar{\varphi}}{d\zeta} = \frac{a^2}{\bar{\rho}^2}n\sqrt{(1-e^2)};\quad \frac{d\bar{\varphi}_0}{d\zeta_0} = \frac{a_0^2}{\bar{\rho}_0^2}n_0\sqrt{(1-e_0^2)}$$

also

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{d\zeta_0}{d\tau}\,\frac{\bar{\rho}^2 a_0^2\, n_0\sqrt{(1-e_0^2)}}{\bar{\rho}_0^2 a^2\, n\sqrt{(1-e^2)}}$$

Wenn wir hierin die Gleichungen (8) und (7) substituiren, und

$$(9)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots n_0 = n(1-b)$$

machen, so erhalten wir

$$(10)\ldots \frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{d\zeta_0}{d\tau}(1-b)\frac{\left(1+\xi\frac{\bar{\rho}}{a}\cos\bar{\varphi}-\eta\frac{\bar{\rho}}{a}\sin\bar{\varphi}\right)^2}{(1-2e\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Die Gleichung (8) giebt ferner, wenn wir sie in (4) substituiren und dabei auf die Gleichung

$$(11)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots a^3 n^2 = a_0^3 n_0^2$$

und auf die Gleichung (9) Rücksicht nehmen

$$(12)\ldots \beta = \beta_0 + l\,\frac{1-2e\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2}{(1-b)^{\frac{2}{3}}\left(1+\xi\frac{\bar{\rho}}{a}\cos\bar{\varphi}-\eta\frac{\bar{\rho}}{a}\sin\bar{\varphi}\right)}$$

2.

Die Gleichungen (10) und (12) geben also die Relationen, die überhaupt zwischen den, einem und demselben Körper m zukommenden Gröfsen $\frac{d\zeta}{d\tau}$ und $\frac{d\zeta_0}{d\tau}$, β und β_0 statt finden, und wenn man (10) integrirt, so bekommt man die Relation, die zwischen ζ und ζ_0 statt findet.

Gehen wir zu den rein elliptischen Werthen über, und nehmen an, dafs a_0, n_0, e_0 und π_0 die rein elliptischen Elemente sind, dann ist der rein elliptische Werth von $\zeta_0 = \tau + \frac{c_0}{n_0}$, und der von $\beta_0 = 0$, wenn c_0 der rein elliptische Werth der mittleren Anomalie für $\tau = 0$ ist. Durch die Gleichungen (10) und (12) ergeben sich somit die rein elliptischen Werthe von $\frac{d\zeta}{d\tau}$ und β wie folgt,

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = (1-b)\frac{\left(1+\xi\frac{\bar{\rho}}{a}\cos\bar{\varphi}-\eta\frac{\bar{\rho}}{a}\sin\bar{\varphi}\right)^2}{(1-2e\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2)^{\frac{3}{2}}}\ldots(13)$$

$$\beta = l\,\frac{1-2e\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2}{(1-b)^{\frac{2}{3}}\left(1+\xi\frac{\bar{\rho}}{a}\cos\bar{\varphi}-\eta\frac{\bar{\rho}}{a}\sin\bar{\varphi}\right)}\ldots\ldots(14)$$

3.

Die Ausdrücke der Fundamenta zur Berechnung der Störungen von ζ und β sind so beschaffen, dafs zuerst die rein elliptischen Werthe dieser, so wie der übrigens darin vorkommenden Gröfsen substituirt werden müssen. Hierauf und wenn die sich dadurch ergebenden Störungen der ersten Approximation berechnet worden sind, müssen den Integralen, welche dieselben gegeben haben, die rein elliptischen Werthe von ζ und β als Constanten hinzugefügt werden. Sodann wird der Zuwachs, den die rein elliptischen Werthe von ζ und β, so wie der, den die übrigen veränderlichen Gröfsen in der ersten Approximation erhalten haben, in die Ausdrücke für die Störungen der zweiten Approximation substituirt, und so ferner in den folgenden Approximationen. Da nun einestheils a_0, n_0, e_0, π_0 verbunden mit den Werthen $n_0\zeta = n_0\tau + c_0$ und $\beta_0 = 0$, und anderntheils a, n, e, π verbunden mit dem Integral von (13) und dem Ausdrucke (14) zwei Systeme von Werthen bilden, die jedes für sich einen und denselben rein elliptischen Werth für λ sowohl wie für ρ, und mithin auch für v, und r geben, wenn man τ in t verwandelt, so ist klar, dafs irgend eins dieser beiden Systeme, wenn es in die Ausdrücke für die Störungen substituirt worden ist, einen und denselben Werth für die gestörte Länge und den gestörten Radius Vector geben mufs. Man kann daher, je nach den Umständen das eine oder andere dieser beiden Systeme bei der Berechnung der Störungen anwenden. Kennt man also die rein elliptischen Elemente des Himmelskörpers, dessen Störungen man berechnen will, im voraus nicht, so kann man irgend welche andere elliptische Elemente a, n, e, π verbunden mit den Ausdrücken (13) und (14) zur Berechnung der Störungen anwenden.

In der Voraussetzung, dafs die Unterschiede zwischen a und a_0, e und e_0, π und π_0, also auch b, ξ und η kleine Gröfsen von der Ordnung der störenden Kraft sind, kann das eben beschriebene Verfahren abgeändert, und so eingerichtet werden, dafs die Anwendung jener Elemente statt der rein elliptischen keine Vermehrung der Arbeit verursacht. Denn da in dieser Voraussetzung, mit Uebergehung der Gröfsen erster und höherer Ordnung in Bezug auf die störende Kraft die Gleichungen (13) und (14) geben

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = 1,\quad \beta = 0,\quad n\zeta = n\tau + c\ldots\ldots\ldots(15)$$

so kann man in der ersten Approximation diese Werthe nebst a, n, e, π statt der rein elliptischen Werthe dieser Gröfsen substituiren. Den Integralen, welche die Störungen von ζ und β geben, müssen nun nach wie vor das Integral aus (13) und der Ausdruck (14) als willkührliche Constanten hinzugefügt werden, aber in der zweiten und den folgenden Approximationen müssen jetzt als Zuwachs die Werthe substituirt werden, die nunmehro ζ und β in Bezug auf die Gleichungen (15) erhalten haben. Hiedurch entsteht gar keine Vermehrung der Rechnung, denn die Berechnung der Störungen der ersten Approximation wird grade ebenso ausgeführt, als hätte man die rein elliptischen Eelemente zu Grunde gelegt, und der jetzt in der zweiten Approximation mit zu berücksichtigende Zuwachs, den diese Störungen durch das Integral des Ausdrucks (13) und durch (14) bekommen, besteht aus Gliedern, die dieselbe Form haben wie andere jedenfalls vorhandene, und sich also mit diesen vereinigen.

4.

Diese Formeln und Vorschriften stimmen, da ich die Elemente a, e, n dort mit (a), (e), (n) bezeichnet habe, mit den im zweiten Abschnitte der Fundamenta gegebenen überein. Ich hätte dort gleichfalls ähnliche, sich auf Neigung und Knotenlänge beziehende Gröfsen einführen können, aber ich habe es unterlassen, weil diese in dem Problem, welches vorzugsweise dort abgehandelt worden ist, weniger wesentlich sind, und überdies auf sehr einfache Weise eingeführt werden können. In dem Falle nemlich, wo man die Differentialgleichungen so integriren mufs, dafs die mit der Zeit selbst multiplicirten Glieder verschwinden, ist schon $\eta = 0$, weil man für die Berechnung der Störungen die Länge des Perihels oder Perigäums nicht zu kennen braucht. Eine ähnliche sich auf die Knotenlängen, und eine sich auf die Neigung der Bahnebene gegen die Fundamental- oder Projectionsebene, oder die Neigung der *Laplace*'schen unveränderlichen Ebene gegen diese beziehende Gröfse würde gleichfalls Null seyn, weil man auch diese Elemente nicht im Voraus zu kennen braucht. Es bleibt daher nur die gegenseitige Neigung der Bahn des störenden und gestörten Körpers übrig, in Bezug auf welche man solche Gröfse einführen könnte, und dieses ist sehr einfach, denn man sieht leicht ein, dafs diese Gröfse sich auf ein unmittelbar entweder der mittleren gegenseitigen Neigung (I), oder der damit in enger Beziehung stehenden Gröfse Q zuzufügendes Increment reducirt.

Wenn man, wie für die Planeten, die Differentialgleichungen der Bewegung so integriren darf, dafs die mit der Zeit selbst multiplicirten Glieder nicht verschwinden, dann findet die Einführung der Gröfse η, so wie die analoger sich auf Neigung und Knotenlänge beziehenden Gröfsen Anwendung, und ich werde daher hier auch zeigen, wie diese letzteren beschaffen sind. Vorher habe ich aber dem in Bezug auf b, ξ und η Vorgetragenen noch etwas hinzuzufügen.

5.

Die oben erklärten den Integralen, welche ζ und β geben, als willkührliche Constanten hinzuzufügenden Ausdrücke, nemlich das Integral aus (13) und der Ausdruck (14) beziehen sich auf das Verfahren, vermittelst welches man aus dem in den Fundamentis T genannten Ausdrucke zuerst durch Integration $\frac{d\zeta}{dt}$, hieraus durch Integration $n\zeta$, und hieraus durch Verwandlung von τ in t die Störungen nz der mittleren Länge, so wie aus der dort R genannten Gröfse durch Integration β, und hieraus durch Verwandlung von τ in t die Störungen w des hyperbolischen Logarithmus des Radius Vectors berechnen kann. Dieses Verfahren ist aber dort nur als das sich von selbst zuerst darbietende, und als Grund dargelegt worden, auf welchem das zur Berechnung der Störungen in der That anzuwendende Verfahren gebaut werden mufs. Dieses vom dritten Abschnitte der Fundamenta an erklärte Verfahren ist von jenem bedeutend verschieden, und vorzugsweise auf die Umkehrung der Reihenfolge der Integrationen gegründet. Es wird dort zuerst durch Integration nach t die Gröfse $\frac{d\zeta}{d\tau}$ ermittelt und hieraus nach der Verwandlung von τ in t durch nochmalige Integration nach t die Gröfse nz, aus $\frac{d\zeta}{d\tau}$ wird ferner ohne β zu berechnen w erhalten. Im art. 6 des dritten Abschnittes der Fundamenta wird bewiesen, dafs bei diesem Verfahren der Integration, welche $\frac{d\zeta}{d\tau}$ giebt, der dort im art. 15 des zweiten Abschnittes gegebene Werth von $\frac{d(\zeta)}{d\tau}$, das ist der rein elliptische Werth von $\frac{d\zeta}{d\tau}$ oder der hier gegebene Ausdruck (13) als willkührliche Constante hinzugefügt werden mufs. Der durch die Integration nach t erlangte Ausdruck für $\frac{d\zeta}{d\tau}$ ist im Art. 7 des dritten Abschnittes durch eine unendliche Reihe, und im Art. 2 des siebenten Abschnittes durch einen endlichen Ausdruck gegeben. Dieser ist

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = 1 + [W] + (1-e^{-\beta})^2 e^{\beta+} \ldots\ldots\ldots (15^*)$$

wenn

$$[W] = \Xi + \Upsilon\left(\frac{\bar{\varrho}}{a}\cos\bar{\varphi} + \tfrac{3}{2}e\right) + \Psi\,\frac{\bar{\varrho}}{a}\sin\bar{\varphi}$$

wo Ξ, Υ und Ψ Functionen sind, die τ nicht enthalten. Das Glied $= 1$, welches sich in diesem Ausdruck für $\frac{d\zeta}{d\tau}$ befindet, ist das erste Glied des rein elliptischen Werthes von $\frac{d\zeta}{d\tau}$, welches ich bei der Integration explicite hinzugefügt habe, die übrigen

Glieder habe ich der Integration, welche W giebt, zugetheilt, und sind also implicite dem Ausdrucke für diese Gröfse einverleibt. Hier befindet sich aber eine Lücke in den Fundamentis, die ich erst nach vollendetem Drucke des Buches bemerkt habe, und hier ausfüllen werde. Ich habe unterlassen anzuführen, dafs nach dieser Zerlegung und Vertheilung des rein elliptischen Werthes von $\frac{d\zeta}{d\tau}$ in dem letzten Gliede des obigen Ausdruckes, nemlich in $(1-c^{-\beta})^2 c^{S+s}$, keine der Glieder, die dem rein elliptischen Werthe desselben angehören, aufgenommen werden dürfen, da bereits durch das Glied $= 1$, und die der Gröfse W zugetheilten Glieder, der dem Ausdrucke (15*) hinzuzufügende rein elliptische Werth von $\frac{d\zeta}{d\tau}$ vollständig erschöpft ist. Da aber das Glied $(1-c^{-\beta})^2 c^{S+s}$, welches erst in der zweiten und den folgenden Approximationen angewandt wird, vermittelst der Werthe von β oder statt dessen w und $S+s$ berechnet wird, welche aus der vorhergehenden Approximation hervorgegangen sind, und diesen Werthen die ihnen zukommenden rein elliptischen Glieder bereits hinzugefügt sind, so ist es der Einfachheit der Rechnung wegen wünschenswerth, diese Werthe vollständig in dem Ausdruck (15*) anwenden zu können, und es entsteht somit die Frage, welche Glieder unter dieser Voraussetzung der Integration, wodurch $[W]$ erhalten wird, hinzuzufügen seyen?

Diese Frage ist einfach damit beantwortet, dafs dem Integrale, welches $[W]$ giebt, derjenige rein elliptische Werth dieser Gröfse hinzugefügt werden mufs, welcher sich durch die Substitution der rein elliptischen Werthe der übrigen Gröfsen in den Ausdruck (15*) ergiebt, und der Grund davon ist der, dafs überhaupt dem aus diesem Ausdruck erfolgenden Werthe von $\frac{d\zeta}{d\tau}$ der rein elliptische Werth dieser Gröfse hinzugefügt werden mufs, und den Gröfsen β oder w und $S+s$ in den vorhergehenden Approximationen bereits dessen rein elliptischen Werthe hinzugefügt worden sind.

Ich entnehme nun zur Ermittelung des rein elliptischen Werthes von W aus den Fundamentis die Gleichung

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = c^{S+s-2\beta}$$

ziehe daraus

$$c^{S+s} = \frac{d\zeta}{d\tau}\, c^{2\beta}$$

und substituire diese Gleichung in das letzte Glied der Gleichung (15*), hiemit ergiebt sich

$$[W] = -1 + 2\,\frac{d\zeta}{d\tau}\, c^{\beta} - \frac{d\zeta}{d\tau}\, c^{2\beta}$$

Beziehen wir diese Gleichung blofs auf den rein elliptischen Werth von $[W]$, so ergiebt uns die Substitution der rein elliptischen Werthe von $\frac{d\zeta}{d\tau}$ und β aus (13) und (14)

$$[W] = -1 + 2\,\frac{(1-b)^{\frac{1}{2}}\left(1 + \xi\,\frac{\bar{\varrho}}{a}\cos\bar{\varphi} - \eta\,\frac{\bar{\varrho}}{a}\sin\bar{\varphi}\right)}{\left(1 - 2e\,\xi - (1-e^2)\,\xi^2 - (1-e^2)\,\eta^2\right)^{\frac{1}{2}}} - \frac{\left(1 - 2e\,\xi - (1-e^2)\,\xi^2 - (1-e^2)\,\eta^2\right)^{\frac{1}{2}}}{(1-b)^{\frac{1}{2}}}$$

welches also der rein elliptische Werth von $[W]$ ist. Setzen wir nun

$$(16)\ldots\ldots\begin{cases} \dfrac{\left(1 - 2e\,\xi - (1-e^2)\,\xi^2 - (1-e^2)\,\eta^2\right)^{\frac{1}{2}}}{(1-b)^{\frac{1}{2}}} = c^{s_,} \\ 1 + c^{s_,} - 2c^{-s_,} + 3e\,\xi_, = b_, \\ \xi\, c^{-s_,} = \xi \\ \eta\, c^{-s_,} = \eta_, \end{cases}$$

wo c wie oben die Grundzahl der hyperbolischen Logarithmen bedeutet, so geht der eben gefundene rein elliptische Werth von $[W]$ über in

$$[W] = -b_, + 2\xi_,\left(\frac{\bar{\varrho}}{a}\cos\bar{\varphi} + \tfrac{3}{2}e\right) - 2\eta_,\,\frac{\bar{\varrho}}{a}\sin\bar{\varphi}$$

Da nun dem siebenten Abschnitte der Fundamenta zufolge

$$[W] = W + \frac{dW}{d\gamma}\,\delta\zeta + \tfrac{1}{2}\,\frac{d^2W}{d\gamma^2}\,\delta\zeta^2 + \text{etc.}$$

ist, so folgt hieraus, dafs der rein elliptische Werth von W ist,

$$W = -b_, + 2\xi_,\left(\frac{(\rho)}{a}\cos(\varphi) + \tfrac{3}{2}e\right) - 2\eta_,\,\frac{(\rho)}{a}\sin\varphi$$

wo (ρ) und (φ) blofse Functionen von τ ohne t sind. Diesen Ausdruck mufs man also dem Integrale, welches W giebt, als willkührliche Constante hinzufügen, wenn man bei der Berechnung der Störungen die Elemente a, n, e, π statt der rein elliptischen Elemente a_0, n_0, e_0, π_0 anwendet, und übrigens im Ausdrucke (15*), so wie in allen aus diesem Ausdrucke entspringenden Gleichungen die vollständigen Werthe der darin enthaltenen Gröfsen, d. h. die Werthe derselben mit Inbegriff der darin vorkommenden rein elliptischen Glieder substituirt.

Vergleicht man diesen rein elliptischen Werth von W mit dem rein elliptischen Werthe (13) von $\frac{d\zeta}{d\tau}$, so findet man, dafs jener den Gliedern erster Ordnung dieses gleich kommt, dafs aber die drei constanten Coefficienten $b_,$, $\xi_,$ und $\eta_,$ andere Bedeutung haben. Also aufser der gröfseren Einfachheit der Rechnung, die daraus entsteht, dafs man alle erforderlichen Gröfsen vollständig und unzertheilt anwenden kann, haben wir durch die hier vorgenommene Vertheilung des rein elliptischen Werthes von $\frac{d\zeta}{d\tau}$ auf die verschiedenen Glieder des Ausdruckes (15*) auch in der dem Integrale, welches W giebt, hinzuzufügenden willkührlichen Constante gröfsere Einfachheit erlangt, indem die Glieder zweiter und höherer Ordnung in derselben explicite

gleich Null sind, und keine anderen Glieder dieser Ordnungen darin vorkommen, wie die, welche in den drei Constanten $b_{,}$, $\xi_{,}$ und $\eta_{,}$ implicite enthalten sind.

Die Aenderung, die nach diesem mit den bezüglichen Ausdrücken der Fundamenta vorzunehmen sind, bestehen also darin, dafs allenthalben $b_{,}$, $\xi_{,}$ und $\eta_{,}$ resp. für b, ξ und η substituirt werden mufs, und alle von den Producten und Quadraten dieser Gröfsen abhängigen Glieder weggelassen werden müssen.

6.

Wenn $b_{,}$, $\xi_{,}$ und $\eta_{,}$ sowohl wie n, e und π gegeben sind, und man die rein elliptischen Elemente zu kennen verlangt, so ist folgende Rechnung anzuwenden. Die zweite Gleichung (16) giebt

$$c^{\iota} = \frac{-1-3e\xi_{,}+b_{,}+\sqrt{((1+3e\xi_{,}-b_{,})^2+8)}}{2}$$

welcher Ausdruck für die Anwendung am vortheilhaftesten in eine unendliche Reihe aufgelöst wird. Die ersten Glieder dieser sind

$$c^{\iota} = 1-(e\xi_{,}-\tfrac{1}{3}b_{,})+\tfrac{2}{3}(e\xi_{,}-\tfrac{1}{3}b_{,})^2$$

Hierauf erhält man

$$\xi = \xi_{,}c^{\iota}; \quad \eta = \eta_{,}c^{\iota} \quad \text{und}$$

$$b = 1-\frac{(1-2e\xi-(1-e^2)\xi^2-(1-e^2)\eta^2)^{\frac{3}{2}}}{c^{3\iota}}$$

oder in eine unendliche Reihe aufgelöst

$$b=b_{,}+6e\xi_{,}(e\xi_{,}-\tfrac{1}{3}b_{,})-4(e\xi_{,}-\tfrac{1}{3}b_{,})^2+\tfrac{3}{2}(1-2e^2)\xi_{,}^2+\tfrac{3}{2}(1-e^2)\eta_{,}^2$$

oder

$$b = b_{,}-\tfrac{2}{3}b_{,}^2+\tfrac{3}{2}(1-\tfrac{2}{3}e^2)\xi_{,}^2+\tfrac{2}{3}e\xi_{,}b_{,}+\tfrac{3}{2}(1-e^2)\eta^2$$

Hat man hieraus b, ξ und η herechnet, dann ergeben sich n_0 a_0 e_0 und π_0 durch (6), (9) und (11).

7.

Sind dagegen beide Systeme von Elementen gegeben, und man verlangt $b_{,}$, $\xi_{,}$ und $\eta_{,}$ zu kennen, so steht die Rechnung wie folgt. Die erste Gleichung (16) giebt bis auf Gröfsen dritter Ordnung

$$c^{-\iota} = 1+e\xi-\tfrac{1}{3}b+\tfrac{1}{2}(1+2e^2)\xi^2-\tfrac{1}{3}e\xi b-\tfrac{1}{9}b^2+\tfrac{1}{2}(1-e^2)\eta^2$$

$$c^{\iota} = 1-e\xi+\tfrac{1}{3}b-\tfrac{1}{2}(\xi^2-\tfrac{1}{3}e\xi b+\tfrac{2}{9}b^2-\tfrac{1}{2}(1-e^2)\eta^2$$

Hiemit geben die übrigen Gleichungen (16)

$$b_{,} = b+\tfrac{4}{9}b^2-\tfrac{2}{3}e\xi b-\tfrac{3}{2}(1-\tfrac{2}{3}e)\xi^2-\tfrac{3}{2}(1-e^2)\eta^2$$

$$\xi_{,} = \xi+e\xi^2-\tfrac{1}{3}b\xi$$

$$\eta_{,} = \eta+e\xi\eta-\tfrac{1}{3}b\eta.$$

Die Gleichungen (6) und (9) geben aber ohne Mühe, wenn wir

$$e_0 = e+\delta e$$

$$\pi_0 = \pi+\delta\pi$$

$$n_0 = n+\delta n$$

setzen,

$$\xi = \frac{\delta e}{1-e^2}-\tfrac{1}{2}\frac{e}{1-e^2}\delta\pi^2$$

$$\eta = -\frac{e}{1-e^2}\delta\pi-\frac{1}{1-e^2}\delta e.\delta\pi$$

$$b = -\frac{\delta n}{n}$$

also bekommen wir

$$b_{,} = -\frac{\delta n}{n}+\tfrac{4}{9}\frac{\delta n^2}{n^2}+\tfrac{2}{3}\frac{e}{1-e^2}\frac{\delta n}{n}\delta e-\tfrac{3}{2}\frac{1-\frac{2}{3}e^2}{(1-e^2)^2}\delta e^2-\tfrac{3}{2}\frac{e^2}{(1-e^2)^2}\delta\pi^2$$

$$\xi_{,} = \frac{\delta e}{1-e^2}+\frac{e}{(1-e^2)^2}\delta e^2-\tfrac{1}{2}\frac{e}{1-e^2}\delta\pi^2+\tfrac{1}{3}\frac{1}{1-e^2}\frac{\delta n}{n}\delta e$$

$$\eta_{,} = -\frac{e}{1-e^2}\delta\pi-\frac{1}{(1-e^2)^2}\delta e.\delta\pi-\tfrac{1}{3}\frac{e}{1-e^2}\frac{\delta n}{n}\delta\pi$$

womit die Aufgabe gelöst ist.

8.

Bei der strengen Berechnung der Störungen wird noch der Werth der von $b_{,}$, $\xi_{,}$ und $\eta_{,}$ abhängigen Constante s verlangt, wenn den Fundamentis zufolge s die dem Integrale, woraus S berechnet werden mufs, hinzuzufügende Constante bedeutet. Da $b_{,}$, $\xi_{,}$ und $\eta_{,}$ von b, ξ und η verschieden sind, so wird jetzt der Ausdruck für s von dem der Fundamenta verschieden seyn, und da S ein von a und e abhängiges Element ist, so kann auch aus dieser Ursache für s ein etwas anderer Ausdruck hervorgehen. Es ist den Fundamentis zufolge, wenn man

$$S+s = \int h\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)dt$$

setzt, s die dem Integrale der rechten Seite dieser Gleichung hinzuzufügende Constante, und wir haben ferner

$$S+s = l\frac{(h)}{h}, \quad h = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}$$

wenn man die Elemente a, n und e als veränderlich ansieht, und unter (h) den Werth versteht, den h annimmt, wenn für a, n und e die constanten Elemente gesetzt werden, die hier im Vorhergehenden angewandt und eben so bezeichnet worden sind; Elemente, die ich in den Fundamentis (a), (n) und (e) genannt habe. Da h ein von den Elementen a und e abhängiges Element ist, so mufs s jedenfalls so bestimmt werden, dafs der vollständige Ausdruck für h, wenn er in Function jener, oder anderer als unabhängig von einander betrachteten Elemente dargestellt wird, in jedem Betracht mit dieser Function jener Elemente congruent ist. Diesem zufolge kann

man nicht mit Sicherheit im voraus behaupten, dafs s der rein elliptische Werth von S sey, es kann sich treffen, und ist in der That, wie man weiter unten sehen wird, hier der Fall, dafs s der rein elliptische Werth von S, vermehrt mit Grössen der zweiten und höheren Ordnungen ist.

9.

Den eben erwähnten Umstand, dafs die Constante, welche den durch Integration ermittelten Werthen abhängiger Elemente hinzugefügt werden mufs, nicht immer der rein elliptische Werth dieser ist, habe ich nie angeführt gefunden. Da er aber ein wesentlicher Punkt in der Störungstheorie ist, der jedenfalls nicht aufser Acht gelassen werden darf, wenn man auf Genauigkeit Werth legt, so will ich auf einen Augenblick den Gang der Darstellung unterbrechen, und ihn durch ein einfaches Beispiel erläutern.

Betrachtet man, bei Anwendung der Theorie der veränderlichen Constanten auf die Auflösung des Problems der drei Körper, die Elemente n, c, e, etc., wo c die mittlere Anomalie zur Zeit $t = 0$ bedeutet, als die unabhängigen Elemente des Körpers m, so hat man für die Berechnung des Elements n, folgenden Ausdruck

$$\frac{dn}{dt} = -3an^2\left(\frac{d\Omega}{dc}\right).$$

Entwickelt man diesen vollständig und integrirt ihn, so ergiebt sich n gleich der Constante n_0 (dem rein elliptischen Werthe von n) plus einer Reihe von periodischen Gliedern; Ich will diesen Ausdruck wie folgt darstellen,

$$n = n_0 + \Sigma A \cos(\alpha t + \beta)$$

wo A, α und β constante Gröfsen sind, die aber in jedem andern Gliede einen andern Werth haben. Zu bemerken ist hier noch, dafs (wenn nicht etwa die Bewegungen commensurabel sind, welchen Fall ich hier ausschliefse) α nie Null ist, und folglich n_0 das vollständige constante Glied dieses Ausdruckes für n ist. Für die Ermittelung der Störungen des Radius Vectors braucht man aufser den Elementen n, c, e, etc. auch das Element a, welches von n dergestalt abhängig ist, dafs $a^3n^2 = \varkappa(M+m)$ ist. Diese Gleichung giebt uns

$$0 = 3n\,da + 2a\,dn$$

und somit erhalten wir durch Hülfe des obigen Ausdruckes für $\frac{dn}{dt}$ die bekannte Formel

$$\frac{da}{dt} = 2a^2n\left(\frac{d\Omega}{dc}\right)$$

Entwickelt man diesen Ausdruck vollständig und integrirt ihn, so ergiebt sich eine periodische Reihe, die ich mit $\Sigma B\cos(\alpha t+\beta)$ bezeichnen will, und in welcher gleichfalls kein constantes Glied enthalten ist. Der rein elliptische Werth von a ist a_0, und nothwendig so beschaffen, dafs $a_0^3n_0^2 = \varkappa(M+m)$ ist. Setzen wir nun

$$a = a_0 + \Sigma B\cos(\alpha t+\beta)$$

so begehen wir einen Fehler, denn dieser Werth ist mit dem obigen Werthe von n nicht congruent, das heifst, diese beiden Ausdrücke geben nicht $a^3n^2 = \varkappa(M+m)$. Um dies zu zeigen werde ich aus dem obigen Ausdrucke für n den Werth von a ableiten. Setzen wir $n = n_0 + \delta n$, dann giebt die Gleichung $a^3n^2 = a_0^3n_0^2$

$$a = a_0 - \tfrac{2}{3}\frac{a_0}{n_0}\delta n + \tfrac{5}{9}\frac{a_0}{n_0^2}\delta n^2 \mp \text{etc.}$$

also wenn wir hierin $\delta n = \Sigma A\cos(\alpha t+\beta)$ substituiren,

$$a = a_0 - \tfrac{2}{3}\frac{a_0}{n_0}\Sigma A\cos(\alpha t+\beta) + \tfrac{5}{9}\frac{a_0}{n_0^2}(\Sigma A\cos(\alpha t+\beta))^2 \mp \text{etc.}$$

Das zweite Glied dieses Ausdrucks für a enthält zwar kein constantes Glied, aber das dritte und alle folgenden enthalten constante Glieder, woraus hervorgeht, dafs dieser Werth von a mit dem obigen in Bezug auf das constante Glied nicht identisch ist. Das constante Glied in $(\Sigma A\cos(\alpha t+\beta))^2$ ist $\frac{1}{2}\Sigma A^2$, und wir haben somit den wahren Werth von a wie folgt:

$$a = a_0 + \tfrac{5}{18}\frac{a_0}{n_0^2}\Sigma A^2 + \text{etc.} + \Sigma B\cos(\alpha t+\beta)$$

da jedenfalls in Bezug auf die von t abhängigen Glieder identisch

$$\Sigma B\cos(\alpha t+\beta) = -\tfrac{2}{3}\frac{a_0}{n_0}\Sigma A\cos(\alpha t+\beta) + \tfrac{5}{9}\frac{a_0}{n_0^2}(\Sigma A\cos(\alpha t+\beta))^2 \mp \text{etc.}$$

ist. Nimmt man hingegen a, c, e, etc. als unabhängige Elemente an, dann ist

$$a = a_0 + \Sigma B\cos(\alpha t+\beta)$$

und die Gleichung

$$n = n_0 + \Sigma A\cos(\alpha t+\beta)$$

findet in Bezug auf das constante Glied nicht mehr statt. Man verändert durch diese zweite Wahl der unabhängigen Elemente die Werthe der rein elliptischen Elemente. Diese sind jedenfalls die constanten Gröfsen, die den Störungen der als unabhängig betrachteten Elemente nach der Integration der Ausdrücke für die Störungen derselben hinzugefügt werden müssen, aber die Werthe dieser Constanten ändern sich im Allgemeinen mit der Wahl der unabhängigen Elemente.

Es giebt nur einen Fall, in welchem die den Ausdrücken für die Störungen abhängiger Elemente hinzuzufügenden Constanten die rein elliptischen Werthe dieser Elemente sind, nemlich wenn die Relation zwischen den abhängigen Elementen linearisch ist. Wir können diesen Fall in unserm Beispiel herbeiführen. Die Gleichung $a^3n^2 = \varkappa(M+m)$ giebt

$$3\,la + 2\,ln = l\varkappa(M+m)$$

eine linearische Relation zwischen la und ln.

Die oben angeführten Differentialgleichungen für da und dn geben uns

$$dln = -3an\left(\frac{d\Omega}{dc}\right)dt$$
$$dla = 2an\left(\frac{d\Omega}{dc}\right)dt$$

Nennen wir nun die periodischen Reihen, die die vollständige Entwickelung und Integration dieser Ausdrücke geben resp. $\Sigma A' \cos(\alpha t+\beta)$ und $\Sigma B' \cos(\alpha t+\beta)$, dann ist

$$ln = ln_0 + \Sigma A' \cos(\alpha t+\beta)$$
$$la = la_0 + \Sigma B' \cos(\alpha t+\beta)$$

denn es ist aus der Beschaffenheit der Differentiale ersichtlich, dafs nothwendig für alle Coefficienten dieser Reihen die Relation $-3A' = 2B'$ statt finden mufs, und dafs demzufolge der Gleichung $a^3n^2 = \varkappa(M+m)$, oder, welches dasselbe ist, der Gleichung

$$3la + 2ln = 3la_0 + 2ln_0$$

durch diese Ausdrücke Genüge geleistet ist. Gehen wir von diesen Ausdrücken zu den Ausdrücken für n und a über, so sind in beiden die constanten Glieder nicht die rein elliptischen Werthe n_0 und a_0, denn wir erhalten daraus

$$n = n_0 + \tfrac{1}{4}\Sigma A'^2 + \text{etc.} + \Sigma A \cos(\alpha t+\beta)$$
$$a = a_0 + \tfrac{1}{4}\Sigma B'^2 + \text{etc.} + \Sigma B \cos(\alpha t+\beta)$$

wo A und B dieselben sind wie oben. Hier sind also für beide abhängigen Elemente die den Integralen hinzuzufügenden Constanten von den rein elliptischen Werthen der Elemente verschieden.

Nehmen wir um diesen Umstand mehr ins Licht zu setzen an, dafs man einestheils die Elemente a, c, e, etc. als unabhängige Elemente betrachtet habe, dann ist

$$a = a_0 + 2\int a^2n\left(\frac{d\Omega}{dc}\right)dt$$
$$c = c_0 - 2\int a^2n\left(\frac{d\Omega}{da}\right)dt - \int an\frac{1-e^2}{e}\left(\frac{d\Omega}{de}\right)dt$$
$$e = e_0 + \int an\frac{1-e^2}{e}\left(\frac{d\Omega}{dc}\right)dt - \int an\frac{\sqrt{(1-e^2)}}{e}\left(\frac{d\Omega}{d\omega}\right)dt$$

Hat man anderntheils nun für denselben Körper die Elemente a, c, p etc. statt jener (p der halbe Parameter) als unabhängige Elemente betrachtet, so hat man gleichfalls

$$a = a_0 + 2\int a^2n\left(\frac{d\Omega}{dc}\right)dt$$
$$c = c_0 - 2\int a^2n\left(\frac{d\Omega}{da}\right)dt - \int an\frac{1-e^2}{e}\left(\frac{d\Omega}{de}\right)dt$$
$$p = p_0 + 2\int a^2n\sqrt{(1-e^2)}\left(\frac{d\Omega}{d\omega}\right)dt$$

wo die Differentiale der Ausdrücke für a, e und p dem Differential von $p = a(1-e^2)$ genügen. Für die Constanten dieser Ausdrücke ist aber nicht $p_0 = a_0(1-e_0^2)$. An sich ist das eine dieser beiden Systeme so richtig wie das andere, nur können sie nicht zusammen angewandt werden, denn im zweiten Systeme ist der rein elliptische Werth p_0, oder mit andern Worten das constante Glied im Ausdrucke für p anders, wie aus dem ersten System folgen würde, und im ersten System ist wiederum der rein elliptische Werth e_0, oder das constante Glied des Ausdruckes für e anders, wie aus dem zweiten Systeme hervorgeht. Hierauf mufs man allemal Rücksicht nehmen, wenn man abhängige Elemente anwendet.

10.

Kehren wir nach dieser Ausschweifung wieder zu unserm Thema zurück. Suchen wir, um die Constante s zu bestimmen, eine Relation zwischen dem Elemente h und unsern unabhängigen Elementen.

Der vollständige Werth von W ist, wie schon aus dem im Art. 5 angeführten vollständigen Werthe von $[W]$ hervorgeht,

$$W = \Xi + \Upsilon\left(\frac{(\rho)}{a}\cos(\varphi) + \tfrac{3}{2}e\right) + \Psi\frac{(\rho)}{a}\sin(\varphi)$$

Vergleicht man diesen mit dem im Art. 5 gefundenen rein elliptischen Werthe von W, nemlich mit

$$-b_{,} + 2\xi_{,}\left(\frac{(\rho)}{a}\cos(\varphi) + \tfrac{3}{2}e\right) - 2\eta_{,}\frac{(\rho)}{a}\sin(\varphi)$$

so sieht man sogleich, dafs

$-b_{,}$	der rein elliptische Werth	von Ξ
$2\xi_{,}$	——— ——— ———	von Υ
$-2\eta_{,}$	——— ——— ———	von Ψ

ist, und aus der Beschaffenheit von W, Ξ, Υ und Ψ ist klar, dafs diese rein elliptischen Werthe die vollständigen constanten Glieder in den Ausdrücken Ξ, Υ und Ψ sind. Diese drei Gröfsen sind die unabhängigen Elemente, auf welche die Störungen der mittleren Länge und des Logarithmus des Radius Vectors gegründet sind, wir müssen daher zur Bestimmung von s eine Relation zwischen h und diesen Elementen suchen. Zu dem Ende ist (Fundamenta pag. 265)

$$\frac{d\Psi}{dt} = -\gamma\Upsilon + 2(h)\left\{\left(\frac{a}{r} + \frac{h^2}{(h)^2(1-e^2)}\right)\sin\bar{f}\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right) - \frac{a}{r}\cos\bar{f}r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\} - \gamma\frac{e}{1-e^2}\left\{1+\Xi+\tfrac{3}{2}e\Upsilon+e^{s+1}\right\}$$

$$\frac{d\Upsilon}{dt} = \gamma\Psi + 2(h)\left\{\left[\left(\frac{a}{r} + \frac{h^2}{(h)^2(1-e^2)}\right)\cos\bar{f} + \frac{h^2e}{(h)^2(1-e^2)}\right]\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right) + \frac{a}{r}\sin\bar{f}r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\}$$

$$\frac{d\Xi}{dt} = -\tfrac{3}{2}e\gamma\Psi - (h)\left\{\left[3\left(\frac{ae}{r} + \frac{h^2e}{(h)^2(1-e^2)}\right)\cos\bar{f} + 1 + 2\frac{h^2}{(h)^2} + 3\frac{h^2e^2}{(h)^2(1-e^2)}\right]\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right) + 3\frac{ae}{r}\sin\bar{f}r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\}$$

wo a und e dieselben constanten Elemente sind, die hier eben so bezeichnet wurden. Multipliciren wir nun den zweiten dieser Ausdrücke mit $\frac{3}{2}e$ und addiren ihn zum dritten, so ergiebt sich sogleich

$$d\,\frac{\Xi + \frac{3}{2}e\Upsilon}{dt} = -(h)\left(1 + 2\frac{h^2}{(h)^2}\right)\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)$$

Es ist aber im Art. 8 angeführt, dafs

$$l\frac{(h)}{h} = S + s = \int h\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)dt$$

ist, hiemit bekommen wir

$$(h)\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)dt = d.\frac{(h)}{h}$$

$$(h)\frac{h^2}{(h)^2}\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)dt = -d.\frac{h}{(h)}$$

also

$$d.\frac{\Xi + \frac{3}{2}e\Upsilon}{dt} = -d.\frac{(h)}{h} + 2d.\frac{h}{(h)}$$

und hieraus durch die Integration

$$\Xi + \tfrac{3}{2}e\Upsilon + \text{const.} = 2\frac{h}{(h)} - \frac{(h)}{h}.$$

Dieses ist die gesuchte Relation. Die Constante s, welche in $\frac{(h)}{h}$ und $\frac{h}{(h)}$ enthalten ist, fällt mit der hier ausdrücklich zugefügten Constante zusammen, wir können aber durch angemessene Trennung derselben den Ausdruck für s vereinfachen. Zu dem Ende bemerke ich, dafs Ξ und Υ nur aus Gröfsen von der Ordnung der störenden Kraft bestehen, und $\frac{h}{(h)}$ sowohl wie $\frac{(h)}{h}$ von der Einheit nur um Glieder derselben Ordnung abweichen können, weil (h) sowohl wie h, wenn man alle von der störenden Kraft abhängigen Glieder gleich Null macht, in h_0, das ist in den rein elliptischen Werth von h übergeht. Setzen wir daher in der vorstehenden Gleichung diese gleich Eins und jene gleich Null, so ergiebt sich const. $= 1$, und die Gleichung geht in folgende über

$$(18)\ldots\ldots\ldots\Xi + \tfrac{3}{2}e\Upsilon + 1 = 2\frac{h}{(h)} - \frac{(h)}{h}$$

Erwägen wir nun, dafs dem Vorhergehenden zufolge der rein elliptische Werth von $\Xi = -b_{,}$ und der von $-\Upsilon = 2\xi_{,}$ ist, so erhalten wir, weil unsere Gleichung in Bezug auf diese beiden Elemente linearisch ist, mit blofser Rücksicht auf die constanten Glieder in $\frac{h}{(h)}$ und $\frac{(h)}{h}$ durch diese Gleichung

$$2\frac{h}{(h)} - \frac{(h)}{h} = 1 - b_{,} + 3e\xi_{,}$$

und aus dieser Gleichung mufs s so bestimmt werden, dafs diese Gröfse das vollständige constante Glied in dem vollständigen Ausdrucke für $S + s$ ist. Hiemit ist unter andern, wenn man (Fundamenta pag. 148) das vollständige constante Glied in ω mit $C + \frac{1}{2}s$ bezeichnet

$$C = \text{term. const. in } \left\{-\tfrac{1}{2}l\overline{\left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)}\right\}$$

wie dort pag. 149 angegeben ist. Führen wir $S + s$ in die obige Gleichung ein, so entsteht mit alleiniger Rücksicht auf die constanten Glieder

$$2e^{-(S+s)} - e^{S+s} = 1 - b_{,} + 3e\xi_{,}\ldots\ldots\ldots(19)$$

und diese Gleichung giebt, wenn wir die Abhängigkeit des Elements h für einen Augenblick aufser Acht lassen,

$$2e^{-s} - e^{s} = 1 - b_{,} + 3e\xi_{,}.$$

Diese Gleichung ist, wenn wir $s_{,}$ für s substituiren, mit der zweiten Gleichung (16) identisch, und es ist daher, abgesehen von der Abhängigkeit des Elements h, $s_{,}$ der Werth von s. Man kann sich leicht überzeugen, dafs in der That s' der rein elliptische Werth von $l\frac{(h)}{h}$ ist. Dieser ist nemlich jedenfalls $l\frac{(h)}{h_0}$, wo (h) sich auf die constanten Elemente a, n und e, und h_0 auf die rein elliptischen Elemente a_0, n_0 und e_0 bezieht. Wir haben, wenn wir diesen rein elliptischen Werth von $l\frac{(h)}{h}$ mit $s_{,}$ bezeichnen, wegen $h = \frac{an}{\sqrt{(1-e)^2}}$

$$s_{,} = la - la_0 + ln - ln_0 - \tfrac{1}{2}l(1-e^2) + \tfrac{1}{2}l(1-e_0^2)$$

Eliminirt man hierin a, n und $1-e^2$ durch die Gleichungen (11), (9) und (7), so bekommt man

$$s_{,} = \tfrac{1}{2}l\left\{1 - 2e\xi - (1-e^2)\xi^2 - (1-e^2)\eta^2\right\} - \tfrac{1}{2}l(1-b)$$

mit der ersten Gleichung (16) übereinstimmend. Um zu zeigen, wie mit Rücksicht auf die Abhängigkeit des Elements h die Constante s durch die Gleichung (19) bestimmt werden mufs, will ich sie bis auf Gröfsen der dritten Ordnung in Bezug auf die störende Kraft entwickeln, in Fällen, wo grössere Genauigkeit nöthig ist, kann das Verfahren, welches ich geben werde, beliebig fortgesetzt werden. Entwickeln wir die Exponentialgröfsen der Gleichung (19) und bleiben bei dem Quadrate stehen, so giebt sie

$$b_{,} - 3e\xi_{,} = 3(S+s) - \tfrac{1}{2}(S+s)^2$$

woraus, wenn wir zuerst das Quadrat von $S + s$ übergehen, folgt

$$s = \tfrac{1}{3}b_{,} - e\xi_{,} = s_{,}$$

welches der Werth von s in Gröfsen erster Ordnung ist. Nun habe man durch Substitution der constanten elliptischen Elemente a, n, e, etc. und der Werthe $nz = nt + (c)$, $\omega = 0$ den Ausdruck $h\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)$ entwickelt und integrirt, wodurch

$$\int h\left(\frac{d\Omega}{dv_{,}}\right)dt = \Sigma A_{\lambda}^{i,i'}\cos(ig + i'g' + H_{\lambda})$$

sich ergeben habe, wo g und g' die mittleren Anomalien des gestörten und störenden Körpers, und H_s die in den Fundamentis näher bezeichnete Function der Zeit bedeuten. Hiemit ist also in der ersten Approximation

$$S+s = \tfrac{1}{2}b_{,}-e\xi_{,}+\Sigma A_s^{i,i'}\cos(ig+i'g'+H_s),$$

und also mit bloſser Rücksicht auf das constante Glied

$$(S+s)^2 = (\tfrac{1}{2}b_{,}-e\xi_{,})^2+\tfrac{1}{2}\Sigma(A_s^{i,i'})^2$$

substituirt man nun diesen Werth in die obige Gleichung und erwägt, daſs S niemals ein constantes Glied enthalten kann, so bekommt man

$$b_{,}-3e\xi_{,} = 3s-\tfrac{1}{2}(\tfrac{1}{2}b_{,}-e\xi_{,})^2-\tfrac{1}{4}\Sigma(A_s^{i,i'})^2$$

also

$$s = \tfrac{1}{3}b_{,}-e\xi_{,}+\tfrac{1}{6}(\tfrac{1}{2}b_{,}-e\xi_{,})^2+\tfrac{1}{12}\Sigma(A_s^{i,i'})^2$$

oder

$$s = s_{,}+\tfrac{1}{12}\Sigma(A_s^{i,i'})^2$$

welcher Ausdruck bis auf Gröſsen dritter Ordnung richtig ist; diesem gemäſs verfährt man in den folgenden Approximationen.

11.

Ich komme jetzt zur Einführung ähnlicher Gröſsen wie $b_{,}$, $\xi_{,}$ und $\eta_{,}$ in Bezug auf Neigung i und Knotenlänge θ der Bahn gegen die Fundamentalebene, wobei ich ausdrücklich bemerke, daſs diese sich nur auf Planeten, oder bestimmter ausgedrückt, nur auf die Fälle beziehen können, wo in den Störungen die mit der Zeit selbst multiplicirten Glieder zulässig sind. Zu dem Zwecke nehme ich aus den Fundamentis p. 102 u. 103 die Ausdrücke für $p_{,}$ und $q_{,}$, welche, nachdem man darin γ, α und η gleich Null gemacht hat, folgende sind:

$$(20)\ldots\ldots\begin{cases} p_{,} = \sin i\sin(\chi-\omega-\pi+\nu+\varkappa) \\ q_{,} = \sin i\cos(\chi-\omega-\pi+\nu+\varkappa) \end{cases}$$

wo i, χ und ω veränderliche, π, ν und $\varkappa$ aber constante Elemente sind. Pag. 91 und 84 geben aber

$$(21)\ldots\ldots\pi-\varphi = N+K \quad\text{und}\quad \varphi = \Phi+\chi-\omega$$

hiemit wird

$$(22)\ldots\ldots\begin{cases} p_{,} = \sin i\sin(\nu+\varkappa-N-K-\Phi) \\ q_{,} = \sin i\cos(\nu+\varkappa-N-K-\Phi) \end{cases}$$

Wenn man nun bedenkt, daſs ν und $\varkappa$ resp. die constanten Glieder oder rein elliptischen Werthe der Ausdrücke für N und K sind, und die constanten Glieder in den vollständigen Ausdrücken für Φ und i resp. mit (Φ) und (i) bezeichnet, dann bekommen wir hieraus

$$\begin{aligned} p_{,} &= -\sin(i)\sin(\Phi)+\delta p_{,} \\ q_{,} &= \sin(i)\cos(\Phi)+\delta q_{,} \end{aligned}$$

wo durch $\delta p_{,}$ und $\delta q_{,}$ die vollständigen Störungen von $p_{,}$ und $q_{,}$ bezeichnet werden. Wenn wir ferner noch in den Formeln der Fundamenta γ, α und η gleich Null machen, dann geht die pag. 107 u. f. mit Θ bezeichnete Constante in (Φ) über, und wir erhalten somit zufolge pag. 120

$$\left.\begin{aligned} p_{,,} &= p_{,}\cos(\Phi)+q_{,}\sin(\Phi) \\ q_{,,} &= q_{,}\cos(\Phi)-p_{,}\sin(\Phi) \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(23)$$

Hiemit ergiebt sich

$$\begin{aligned} p_{,,} &= \delta p_{,,} \\ q_{,,} &= \sin(i)+\delta q_{,,} \end{aligned}$$

wenn wir

$$\begin{aligned} \delta p_{,,} &= \delta p_{,}\cos(\Phi)+\delta q_{,}\sin(\Phi) \\ \delta q_{,,} &= \delta q_{,}\cos(\Phi)-\delta p_{,}\sin(\Phi) \end{aligned}$$

machen. Ist ferner s der Sinus der Breite des Planeten m über der Fundamentalebene, dann haben wir

$$s = q_{,,}\sin V_{,}-p_{,,}\cos V_{,}$$

wo

$$V_{,} = \bar f+\nu+\varkappa+(\Phi)$$

wenn $\bar f$ die mit $(n)z$, (e), etc. zu berechnende wahre Anomalie ist. Hiemit wird

$$s = \sin(i)\sin(\bar f+(\omega))+\delta s$$

wenn wir

$$(\omega) = \nu+\varkappa+(\Phi)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(24)$$

und

$$\delta s = \delta q_{,,}\sin(\bar f+(\omega))-\delta p_{,,}\cos(\bar f+(\omega))\ldots\ldots(25)$$

machen.

12.

Zur Berechnung der auf die Fundamentalebene reducirten Länge dient die Formel (72) pag. 122 der Fundamenta, deren Entwickelung und Integration ich dort pag. 253 gegeben habe. Für den Zweck indeſs, den ich hier verfolge, ist es dienlicher, statt dieser eine Transformation derselben, die ich unmittelbar aus den Grundgleichungen ableiten werde, anzuwenden. Diese sind

$$\begin{aligned} \cos b\cos(l-\theta) &= \cos(v-\theta) \\ \cos b\sin(l-\theta) &= \cos i\sin(v-\theta) \end{aligned}$$

wo b die Breite, l die reducirte Länge, und v die Länge in der Bahn ist, und die Neigung i, so wie die Knotenlänge θ veränderlich angesehen werden müssen. Es ist aber (Fundamenta pag. 37 und 89)

$$v-\theta = v_{,}-\chi+\omega = \bar f+\pi-\chi+\omega$$

also

$$\begin{aligned} \cos b\cos(l-\theta) &= \cos(\bar f+\pi-\chi+\omega) \\ \cos b\sin(l-\theta) &= \cos i\sin(\bar f+\pi-\chi+\omega) \end{aligned}$$

Durch Multiplication dieser Gleichungen mit $\sin(\theta-(\theta)-u)$ und $\cos(\theta-(\theta)-u)$, wo (θ) und u vorläufig unbestimmte Gröſsen sind, verwandelt man sie leicht in

$$(26)\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} \cos b\,\cos(l-u-(\theta)) &= \cos(\bar f+\pi-\chi+\omega)\,\cos(\theta-(\theta)-u)\\ &\quad -\cos i\,\sin(\bar f+\pi-\chi+\omega)\,\sin(\theta-(\theta)-u)\\ \cos b\,\sin(l-u-(\theta)) &= \cos(\bar f+\pi-\chi+\omega)\,\sin(\theta-(\theta)-u)\\ &\quad +\cos i\,\sin(\bar f+\pi-\chi+\omega)\,\cos(\theta-(\theta)-u)\end{aligned}\right.$$

Wir haben oben $(\omega)=\nu+\varkappa+(\Phi)$ eingeführt. Die Gleichungen (21) geben aber

$$N+K+\Phi=\pi-(\chi-\omega)$$

Hieraus folgt, wenn wir zu den constanten Gliedern übergehen, dafs $\nu+\varkappa+(\Phi)$, dafs ist (ω), gleich π weniger dem constanten Gliede in $(\chi-\omega)$ ist, bestimmen wir nun die eben eingeführte unbestimmte Gröfse (θ) so, dafs sie das constante Glied in dem vollständigen Ausdrucke für $\chi-\omega$ sey, so erhalten wir

$$(\omega)=\pi-(\theta)\ldots\ldots\ldots\ldots(27)$$

und wir können die Gleichungen (26), wenn wir den Bogen (θ) theils zum Bogen $\bar f+\pi-\chi+\omega$ addiren, theils davon subtrahiren, leicht in folgende verwandeln:

$$(28)\ldots\left\{\begin{aligned} \cos b\,\cos(l-u-(\theta)) &= \cos(\bar f+(\omega))\{\cos(\chi-\omega-(\theta))\cos(\theta-(\theta)-u)+\cos i\,\sin(\chi-\omega-(\theta))\sin(\theta-(\theta)-u)\}\\ &\quad+\sin(\bar f+(\omega))\{\sin(\chi-\omega-(\theta))\cos(\theta-(\theta)-u)-\cos i\,\cos(\chi-\omega-(\theta))\sin(\theta-(\theta)-u)\}\\ \cos b\,\sin(l-u-(\theta)) &= \cos(\bar f+(\omega))\{\cos(\chi-\omega-(\theta))\sin(\theta-(\theta)-u)-\cos i\,\sin(\chi-\omega-(\theta))\cos(\theta-(\theta)-u)\}\\ &\quad+\sin(\bar f+(\omega))\{\sin(\chi-\omega-(\theta))\sin(\theta-(\theta)-u)+\cos i\,\cos(\chi-\omega-(\theta))\cos(\theta-(\theta)-u)\}\end{aligned}\right.$$

Diese Gleichungen werde ich jetzt bis auf Gröfsen vierter Ordnung in Bezug auf die störende Kraft entwickeln. Zu dem Ende geben uns die Gleichungen (20) und (23)

$$p_{\prime\prime}=\sin i\,\sin(\chi-\omega-\pi+\nu+\varkappa+(\Phi))$$
$$q_{\prime\prime}=\sin i\,\cos(\chi-\omega-\pi+\nu+\varkappa+(\Phi))$$

aber aus (24) und (27) ziehen wir

$$-\pi+\nu+\varkappa+(\Phi)=-(\theta)$$

also

$$p_{\prime\prime}=\sin i\,\sin(\chi-\omega-(\theta))$$
$$q_{\prime\prime}=\sin i\,\cos(\chi-\omega-(\theta))$$

Hiemit wird

$$\chi-\omega-(\theta)=arc.\,tg\,\frac{p_{\prime\prime}}{q_{\prime\prime}}=\frac{p_{\prime\prime}}{q_{\prime\prime}}-\frac{1}{3}\frac{p_{\prime\prime}^3}{q_{\prime\prime}^3}\pm\text{ etc.}$$

Führt man hierin die Werthe $p_{\prime\prime}=\delta p_{\prime\prime}$, $q_{\prime\prime}=\sin(i)+\delta q_{\prime\prime}$ ein, so bekommt man

$$\chi-\omega-(\theta)=\frac{\delta p_{\prime\prime}}{\sin(i)}-\frac{\delta p_{\prime\prime}\delta q_{\prime\prime}}{\sin^2(i)}-\frac{\delta p_{\prime\prime}^3}{3\sin^3(i)}+\frac{\delta p_{\prime\prime}\delta q_{\prime\prime}^2}{\sin^3(i)}$$

bis auf Gröfsen vierter Ordnung genau. Dieser Ausdruck giebt uns bis auf denselben Grad der Genauigkeit

$$\sin(\chi-\omega-(\theta))=\frac{\delta p_{\prime\prime}}{\sin(i)}-\frac{\delta p_{\prime\prime}\delta q_{\prime\prime}}{\sin^2(i)}-\frac{\delta p_{\prime\prime}^3}{2\sin^3(i)}+\frac{\delta p_{\prime\prime}\delta q_{\prime\prime}^2}{\sin^3(i)}$$

$$\cos(\chi-\omega-(\theta))=1-\frac{\delta p_{\prime\prime}^2}{2\sin^2(i)}+\frac{\delta p_{\prime\prime}^2\delta q_{\prime\prime}}{\sin^3(i)}.$$

Die eben angewandten Ausdrücke für $p_{\prime\prime}$ und $q_{\prime\prime}$ geben ferner vermittelst einer leichten Entwickelung

$$\cos i=\cos(i)-\frac{\sin(i)}{\cos(i)}\delta q_{\prime\prime}-\frac{\delta p_{\prime\prime}^2}{2\cos(i)}-\frac{\delta q_{\prime\prime}^2}{2\cos^3(i)}-\frac{\sin(i)}{2\cos^3(i)}\delta p_{\prime\prime}^2\delta q_{\prime\prime}-\frac{\sin(i)}{2\cos^5(i)}\delta q_{\prime\prime}^3$$

und

$$\frac{1}{\cos i}=\frac{1}{\cos(i)}+\frac{\sin(i)}{\cos^3(i)}\delta q_{\prime\prime}+\frac{\delta p_{\prime\prime}^2}{2\cos^3(i)}+\frac{1+2\sin^2(i)}{2\cos^5(i)}\delta q_{\prime\prime}^2$$

Nun ist (Fundamenta p. 34)

$$d\theta=\frac{d\chi-d\omega}{\cos i}$$

also wenn wir den vorstehenden Werth von $\frac{1}{\cos i}$ substituiren und integriren

$$\theta=const.+\frac{\chi-\omega}{\cos(i)}+\frac{\sin(i)}{\cos^3(i)}\int\delta q_{\prime\prime}(d\chi-d\omega)+\frac{1}{2\cos^3(i)}\int\delta p^2_{\prime\prime}(d\chi-d\omega)+\frac{1+2\sin^2(i)}{2\cos^5(i)}\int\delta q_{\prime\prime}^2(d\chi-d\omega)$$

Der obige Ausdruck für $\chi-\omega-(\theta)$ giebt durch die Differentiation

$$d\chi-d\omega=\frac{dp_{\prime\prime}}{\sin(i)}-\frac{\delta q_{\prime\prime}dp_{\prime\prime}}{\sin^2(i)}-\frac{\delta p_{\prime\prime}dq_{\prime\prime}}{\sin^2(i)}.$$

Hiemit können die Integrale des vorstehenden Werthes von θ leicht berechnet werden. Wenn man erwägt, dafs

$$\int\delta q_{\prime\prime}dp_{\prime\prime}=\tfrac{1}{2}\delta p_{\prime\prime}\delta q_{\prime\prime}+\tfrac{1}{2}\int\{\delta q_{\prime\prime}dp_{\prime\prime}-\delta p_{\prime\prime}dq_{\prime\prime}\}$$

$$\int\delta q^2_{\prime\prime}dp_{\prime\prime}=\tfrac{1}{3}\delta p_{\prime\prime}\delta q_{\prime\prime}^2+\tfrac{2}{3}\int\delta q_{\prime\prime}\{\delta q_{\prime\prime}dp_{\prime\prime}-\delta p_{\prime\prime}dq_{\prime\prime}\}$$

$$\int\delta p_{\prime\prime}\delta q_{\prime\prime}dq_{\prime\prime}=\tfrac{1}{3}\delta p_{\prime\prime}\delta q_{\prime\prime}^2-\tfrac{1}{3}\int\delta q_{\prime\prime}\{\delta q_{\prime\prime}dp_{\prime\prime}-\delta p_{\prime\prime}dq_{\prime\prime}\}$$

so bekommt man

$$\begin{aligned}\theta=const.&+\frac{(\theta)}{\cos(i)}+\frac{\delta p_{\prime\prime}}{\sin(i)\cos(i)}-\frac{\delta p_{\prime\prime}\delta q_{\prime\prime}}{\sin^2(i)\cos(i)}+\frac{-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^3(i)\cos^3(i)}\delta p_{\prime\prime}^3+\frac{1-\frac{5}{2}\sin^2(i)+2\sin^4(i)}{\sin^3(i)\cos^5(i)}\delta p_{\prime\prime}\delta q_{\prime\prime}^2\\&+\frac{1}{2\cos^3(i)}\int\{\delta q_{\prime\prime}dp_{\prime\prime}-\delta p_{\prime\prime}dq_{\prime\prime}\}+\frac{\sin(i)}{\cos^5(i)}\int\delta q_{\prime\prime}\{\delta q_{\prime\prime}dp_{\prime\prime}-\delta p_{\prime\prime}dq_{\prime\prime}\}\end{aligned}$$

Bestimmen wir nun die bisher unbekannt gelassene Gröfse u dergestalt, dafs

$$u = \frac{1}{2\cos^3(i)}\int\left\{\delta q_{\prime\prime}\, dp_{\prime\prime} - \delta p_{\prime\prime}\, dq_{\prime\prime}\right\} + \frac{\sin(i)}{\cos^6(i)}\int \delta q_{\prime\prime}\left\{\delta q_{\prime\prime}\, dp_{\prime\prime} - \delta p_{\prime\prime}\, dq_{\prime\prime}\right\} \ldots\ldots (29)$$

und erwägen, dafs die im Ausdrucke für θ enthaltene unbestimmte Constante so bestimmt werden mufs, dafs die rechte Seite der Gleichungen (28) resp. in $\cos(\bar f + (\omega))$ und $\cos(i)\sin(\bar f + (\omega))$ übergeht, wenn man $\delta p_{\prime\prime}$ und $\delta q_{\prime\prime}$ gleich Null macht, wodurch man

$$= \text{const.} + \frac{(\theta)}{\cos(i)} = (\theta)$$

bekommt, so ergiebt sich

$$\theta - u = (\theta) + \frac{\delta p_{\prime\prime}}{\sin(i)\cos(i)} - \frac{\delta p_{\prime\prime}\,\delta q_{\prime\prime}}{\sin^2(i)\cos(i)} + \frac{-\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^3(i)\cos^3(i)}\delta p_{\prime\prime}^3 + \frac{1 - \frac{5}{2}\sin^2(i) + 2\sin^4(i)}{\sin^3(i)\cos^5(i)}\delta p_{\prime\prime}\,\delta q_{\prime\prime}^2$$

und hiemit

$$\sin(\theta - (\theta) - u) = \frac{\delta p_{\prime\prime}}{\sin(i)\cos(i)} + \frac{-1 + \frac{3}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^3(i)}\delta p_{\prime\prime}\,\delta q_{\prime\prime} - \frac{\delta p_{\prime\prime}^3}{2\sin^3(i)\cos(i)} + \frac{1 - \frac{5}{2}\sin^2(i) + 2\sin^4(i)}{\sin^3(i)\cos^5(i)}\delta p_{\prime\prime}\,\delta q_{\prime\prime}^2$$

$$\cos(\theta - (\theta) - u) = 1 - \frac{\delta p_{\prime\prime}^2}{2\sin^2(i)\cos^4(i)} + \frac{1 - \frac{3}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^4(i)}\delta p_{\prime\prime}^2\,\delta q_{\prime\prime}$$

Multiplicirt man diese Ausdrücke mit den obigen Werthen von $\sin(\chi - \omega - (\theta))$ und $\cos(\chi - \omega - (\theta))$, so bekommt man

$$\cos(\chi - \omega - (\theta))\cos(\theta - (\theta) - u) = 1 + \frac{-1 + \frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^2(i)}\delta p_{\prime\prime}^2 + \frac{2 - \frac{7}{2}\sin^2(i) + \sin^4(i)}{\sin^2(i)\cos^4(i)}\delta p_{\prime\prime}^2\,\delta q_{\prime\prime}$$

$$\sin(\chi - \omega - (\theta))\sin(\theta - (\theta) - u) = \frac{\delta p_{\prime\prime}^2}{\sin^2(i)\cos(i)} + \frac{-2 + \frac{5}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^3(i)}\delta p_{\prime\prime}^2\,\delta q_{\prime\prime}$$

$$\cos(\chi - \omega - (\theta))\sin(\theta - (\theta) - u) = \frac{\delta p_{\prime\prime}}{\sin(i)\cos(i)} + \frac{-1 + \frac{3}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^3(i)}\delta p_{\prime\prime}\,\delta q_{\prime\prime} - \frac{\delta p_{\prime\prime}^3}{\sin^3(i)\cos(i)} + \frac{1 - \frac{5}{2}\sin^2(i) + 2\sin^4(i)}{\sin^3(i)\cos^5(i)}\delta p_{\prime\prime}\,\delta q_{\prime\prime}^2$$

$$\sin(\chi - \omega - (\theta))\cos(\theta - (\theta) - u) = \frac{\delta p_{\prime\prime}}{\sin(i)} - \frac{\delta p_{\prime\prime}\,\delta q_{\prime\prime}}{\sin^2(i)} + \frac{-1 + \frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^3(i)\cos^2(i)}\delta p_{\prime\prime}^3 + \frac{1}{\sin^3(i)}\delta p_{\prime\prime}\,\delta q_{\prime\prime}^2$$

und hieraus durch Multiplication mit dem obigen Werthe von $\cos i$,

$$\cos i\cos(\chi - \omega - (\theta))\cos(\theta - (\theta) - u) = \cos(i) - \frac{\sin(i)}{\cos(i)}\delta q_{\prime\prime} - \frac{\delta p_{\prime\prime}^2}{\sin^2(i)\cos(i)} - \frac{\delta q_{\prime\prime}^2}{2\cos^3(i)} + \frac{2 - \frac{5}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^3(i)}\delta p_{\prime\prime}^2\,\delta q_{\prime\prime} - \frac{\sin(i)}{2\cos^5(i)}\delta q_{\prime\prime}^3$$

$$\cos i\sin(\chi - \omega - (\theta))\sin(\theta - (\theta) - u) = \frac{\delta p_{\prime\prime}^2}{\sin^2(i)} + \frac{-2 + \frac{3}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^2(i)}\delta p_{\prime\prime}^2\,\delta q_{\prime\prime}$$

$$\cos i\cos(\chi - \omega - (\theta))\sin(\theta - (\theta) - u) = \frac{\delta p_{\prime\prime}}{\sin(i)} + \frac{-1 + \frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^2(i)}\delta p_{\prime\prime}\,\delta q_{\prime\prime} + \frac{-1 + \frac{1}{2}\sin^2(i)}{\sin^3(i)\cos^2(i)}\delta p_{\prime\prime}^3 + \frac{1 - 2\sin^2(i) + \frac{1}{2}\sin^4(i)}{\sin^3(i)\cos^4(i)}\delta p_{\prime\prime}\,\delta q_{\prime\prime}^2$$

$$\cos i\sin(\chi - \omega - (\theta))\cos(\theta - (\theta) - u) = \frac{\cos(i)}{\sin(i)}\delta p_{\prime\prime} - \frac{\delta p_{\prime\prime}\,\delta q_{\prime\prime}}{\sin^2(i)\cos(i)} - \frac{\delta p_{\prime\prime}^3}{\sin^3(i)\cos(i)} + \frac{1 - \frac{3}{2}\sin^2(i)}{\sin^3(i)\cos^3(i)}\delta p_{\prime\prime}\,\delta q_{\prime\prime}^2$$

Substituirt man diese Ausdrücke in die Gleichungen (28), so bekommt man sogleich

$$\cos b\cos(l - u - (\theta)) = \cos(\bar f + (\omega))\left\{1 - \frac{\delta p_{\prime\prime}^2}{2\cos^2(i)} - \frac{\sin(i)}{2\cos^4(i)}\delta p_{\prime\prime}^2\,\delta q_{\prime\prime}\right\}$$
$$+ \sin(\bar f + (\omega))\left\{\frac{\delta p_{\prime\prime}\,\delta q_{\prime\prime}}{2\cos^2(i)} + \frac{\sin(i)}{2\cos^4(i)}\delta p_{\prime\prime}\,\delta q_{\prime\prime}^2\right\}$$

$$\cos b\sin(l - u - (\theta)) = \cos(\bar f + (\omega))\left\{tg(i)\,\delta p_{\prime\prime} + \frac{\delta p_{\prime\prime}\,\delta q_{\prime\prime}}{2\cos^3(i)} + \frac{\sin(i)}{2\cos^5(i)}\delta p_{\prime\prime}\,\delta q_{\prime\prime}^2\right\}$$
$$+ \sin(\bar f + (\omega))\left\{\cos(i) - tg(i)\,\delta q_{\prime\prime} - \frac{\delta q_{\prime\prime}^2}{2\cos^3(i)} - \frac{\sin(i)}{2\cos^5(i)}\delta q_{\prime\prime}^3\right\}$$

oder mit Rücksicht auf den Ausdruck (25) für δs,

$$\left.\begin{aligned}
\cos b\cos(l - u - (\theta)) &= \cos(\bar f + (\omega)) + \delta s\left\{\frac{\delta p_{\prime\prime}}{2\cos^2(i)} + \frac{\sin(i)}{2\cos^4(i)}\delta p_{\prime\prime}\,\delta q_{\prime\prime}\right\} \\
\cos b\sin(l - u - (\theta)) &= \cos(i)\sin(\bar f + (\omega)) - \delta s\left\{tg(i) + \frac{\delta q_{\prime\prime}}{2\cos^3(i)} + \frac{\sin(i)}{2\cos^5(i)}\delta q_{\prime\prime}^2\right\} \\
\sin b &= \sin(i)\sin(\bar f + (\omega)) + \delta s
\end{aligned}\right\} \ldots\ldots (30)$$

wo u durch (29) berechnet werden mufs.

13.

Nehmen wir nun an, dafs man bei der Berechnung von $\delta p_{''}$ und $\delta q_{''}$ nicht die Elemente a, e, (u), (i), (θ), sondern a_0, e_0, ω_0, i_0, θ_0 zu Grunde gelegt habe, und bezeichnen wir alle sich darauf beziehenden Gröfsen auf gleiche Weise, so bekommen wir, da jedenfalls l und b denselben Werth bekommen müssen, wie vorher,

$$(31)\ldots\ldots\begin{cases} \cos b \cos(l-u_0-\theta_0 = \cos(\bar{f}_0+\omega_0)+\delta s_0\left\{\frac{\delta p_0}{2\cos^2 i_0}+\frac{\sin i_0}{2\cos^4 i_0}\delta p_0 \delta q_0\right\} \\ \cos b \sin(l-u_0-\theta_0 = \cos i_0 \sin(\bar{f}_0+\omega_0)-\delta s_0\left\{tg\, i_0+\frac{\delta q_0}{2\cos^3 i_0}+\frac{\sin i_0}{2\cos^6 i_0}\delta q_0^2\right\} \\ \sin b = \sin i_0 \sin(\bar{f}_0+\omega_0)+\delta s_0 \end{cases}$$

Zur Vergleichung der beiden Systeme (30) und (31) haben wir durch die Gleichung (3), wenn wir darin τ in t verwandeln

$$\bar{f}_0 = \bar{f}+\pi-\pi_0$$

Setzen wir überdies

$$\pi_0 = \pi+\delta\pi$$
$$\omega_0 = (\omega)+\delta\omega$$
$$i_0 = (i)+\delta i$$
$$\theta_0 = (\theta)+\delta\theta$$

substituiren diese Werthe, so wie

$$\delta s_0 = \delta q_0 \sin(\bar{f}_0+\omega_0)-\delta p_0 \cos(\bar{f}_0+\omega_0)$$

in die dritte Gleichung (31) und entwickeln sie bis auf Grössen dritter Ordnung, so ergiebt sich

$$\sin b = \sin(i)\sin(\bar{f}+(\omega))+\left\{\cos(i)\delta i-\tfrac{1}{2}\sin(i)\delta i^2-\tfrac{1}{2}\sin(i)(\delta\omega-\delta\pi)^2+\delta q_0+\delta p_0(\delta\omega-\delta\pi)\right\}\sin(\bar{f}+(\omega))$$
$$+\left\{\sin(i)(\delta\omega-\delta\pi)+\cos(i)\delta i(\delta\omega-\delta\pi)-\delta p_0+\delta q_0(\delta\omega-\delta\pi)\right\}\cos(\bar{f}+(\omega))$$

Die dritte Gleichung (30) giebt aber

$$\sin b = \sin(i)\sin(\bar{f}+(\omega))+\delta q_{''}\sin(\bar{f}+(\omega))-\delta p_{''}\cos(\bar{f}+(\omega))$$

Die Vergleichung dieser beiden Gleichungen zeigt sogleich, dafs

$$\delta p_{''} = -\sin(i)(\delta\omega-\delta\pi)-\cos(i)\delta i(\delta\omega-\delta\pi)+\delta p_0-\delta q_0(\delta\omega-\delta\pi)$$
$$\delta q_{''} = \cos(i)\delta i-\tfrac{1}{2}\sin(i)\delta i^2-\tfrac{1}{2}\sin(i)(\delta\omega-\delta\pi)^2+\delta q_0+\delta p_0(\delta\omega-\delta\pi)$$

Die erste und zweite der Gleichungen (30) geben durch Multiplication mit $\cos u$ und $\sin u$, und mit Weglassung der Glieder dritter Ordnung

$$\cos b\cos(l-(\theta)) = \left\{\cos(\bar{f}+(\omega))+\tfrac{1}{2}\delta s\frac{\delta p_{''}}{\cos^2(i)}\right\}\cos u-\left\{\cos(i)\sin(\bar{f}+(\omega))-\delta s\left\{tg(i)+\frac{\delta q_{''}}{2\cos^3(i)}\right\}\right\}\sin u$$

und die erste und zweite der Gleichungen (31) auf analoge Art

$$\cos b\cos(l-(\theta)) = \left\{\cos(\bar{f}_0+\omega_0)+\tfrac{1}{2}\delta s_0\frac{\delta p_0}{\cos^2 i_0}\right\}\cos(u_0+\delta\theta)-\left\{\cos i_0\sin(\bar{f}_0+\omega_0)-\delta s_0\left\{tg\, i_0+\frac{\delta q_0}{2\cos^3 i_0}\right\}\right\}\sin u_0+\delta\theta)$$

Entwickelt man diese Gleichung, so ergiebt sich

$$\cos b\cos(l-(\theta)) = \cos(\bar{f}+(\omega))-\left\{tg(i)\delta p_0(u_0+\delta\theta)+\frac{\delta p_0^2}{2\cos^2(i)}+\tfrac{1}{2}(\delta\omega-\delta\pi)^2-\tfrac{1}{2}(u_0+\delta\theta)^2+\cos(i)(\delta\omega-\delta\pi)(u_0+\delta\theta)\right\}\cos(\bar{f}+(\omega))$$
$$-\left\{(\delta\omega-\delta\pi)+\cos(i)(u_0+\delta\theta)-\sin(i)\delta i(u_0+\delta\theta)-\frac{\delta p_0\delta q_0}{2\cos^2(i)}-tg(i)\delta q_0(u_0+\delta\theta)\right\}\sin(\bar{f}+(\omega))$$

und jene giebt

$$\cos b\cos(l-(\theta)) = \cos(\bar{f}+(\omega))-\left\{tg(i)u\delta p_{''}+\frac{\delta p_{''}^2}{2\cos^2(i)}+\tfrac{1}{2}u^2\right\}\cos(\bar{f}(\omega))$$
$$-\left\{\cos(i)u+tg(i).u\delta q_{''}-\frac{\delta p_{''}\delta q_{''}}{2\cos^2(i)}\right\}\sin(\bar{f}+(\omega))$$

Die Coefficienten von $\sin(\bar{f}+(\omega))$ dieser beiden Gleichungen geben sogleich

$$u-\frac{\sin(i)}{\cos^2(i)}u\delta q_{''}-\frac{\delta p_{''}\delta q_{''}}{2\cos^3(i)} = \frac{\delta\omega-\delta\pi}{\cos(i)}+u_0+\delta\theta-\frac{\sin(i)}{\cos(i)}\delta i(u_0+\delta\theta)-\frac{\delta p_0\delta q_0}{2\cos^3(i)}-\frac{\sin(i)}{\cos^2(i)}\delta q_0(u_0+\delta\theta)$$

woraus

$$u = u_0+\delta\theta+\frac{\delta\omega-\delta\pi}{\cos(i)}+\frac{\sin(i)}{2\cos^2(i)}\delta i(\delta\omega-\delta\pi)+\frac{\sin(i)}{2\cos^3(i)}(\delta\omega-\delta\pi)\delta q_0+\frac{1}{2\cos^2(i)}\delta i\,\delta p_0$$

folgt. Substituirt man diesen Werth von u, so wie die eben gefundenen Werthe von $\delta p_{''}$ und $\delta q_{''}$ in die Coefficienten von $\cos(\bar{f}+(\omega))$ der beiden vorstehenden Gleichungen, so ist denselben ohne Weiteres Genüge geleistet.

Den vorstehenden Entwickelungen liegt die Annahme zu Grunde, dafs in beiden Fällen, nemlich einestheils mit Anwendung der Elemente (ω), (i), (θ), etc. und anderntheils mit Anwendung der Elemente ω_0, i_0, θ_0, etc. die Ausdrücke für b und l die nemliche Form behalten sollen. Diese Bedingung giebt noch eine Gleichung, weil u von $\delta p_{,,}$ und $\delta q_{,,}$ abhängt. Multiplicirt man die eben gefundenen Werthe von $\delta p_{,,}$ und $\delta q_{,,}$ resp. mit $dq_{,,}$ und $dp_{,,}$, so ergiebt sich mit Uebergehung der Gröfsen dritter Ordnung

$$\delta q_{,,}\, dp_{,,} - \delta p_{,,}\, dq_{,,} = \delta q_0\, dp_0 - \delta p_0\, dq_0 + \cos(i)\,\delta i\, dp_{,,} + \sin(i)(\delta\omega - \delta\pi)\, dq_{,,}$$

also

$$\int(\delta q_{,,}\, dp_{,,} - \delta p_{,,}\, dq_{,,}) = \int(\delta q_0\, dp_0 - \delta p_0\, dq_0) + \cos(i)\,\delta i\,\delta p_{,,} + \sin(i)(\delta\omega - \delta\pi)\,\delta q_{,,}$$

oder nachdem man wieder die Werthe von $\delta p_{,,}$ und $\delta q_{,,}$ substituirt, und die ganze Gleichung mit $2\cos^3(i)$ dividirt hat

$$(32)\ldots\ldots u = u_0 + \frac{1}{2\cos^2(i)}\,\delta i\,\delta p_0 + \frac{\sin(i)}{2\cos^3(i)}(\delta\omega - \delta\pi)\,\delta q_0$$

Setzt man diesen Werth von u dem eben gefundenen andern Werthe derselben Gröfse gleich, so bekommt man

$$0 = \delta\theta + \frac{\delta\omega - \delta\pi}{\cos(i)} + \frac{\sin(i)}{2\cos^2(i)}\,\delta i\,(\delta\omega - \delta\pi)$$

welche Gleichung zur Bestimmung von $\delta\pi$ dient, und

$$\delta\pi = \delta\omega + \cos(i)\,\delta\theta - \tfrac{1}{2}\sin(i)\,\delta i\,\delta\theta \ldots\ldots\ldots (33)$$

giebt. Hiemit bekommt man endlich, wenn man in den obigen Ausdrücken für $\delta p_{,,}$ und $\delta q_{,,}$ die Gröfse $\delta\pi$ eliminirt

$$(34)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} \delta p_{,,} = \sin(i)\cos(i)\,\delta\theta + (1 - \tfrac{3}{2}\sin^2(i)\,\delta i\,\delta\theta + \delta p_0 + \cos(i)\,\delta\theta\,\delta q_0 \\ \delta q_{,,} = \cos(i)\,\delta i - \tfrac{1}{2}\sin(i)\,\delta i^2 - \tfrac{1}{2}\sin(i)\cos^2(i)\,\delta\theta^2 + \delta q_0 - \cos(i)\,\delta\theta\,\delta p_0 \end{cases}$$

Die Erweiterung dieser Ausdrücke bis auf Gröfsen der vierten und höheren Ordnungen hat weiter keine Schwierigkeit wie die Länge der Rechnung, die Genauigkeit indefs der vorstehenden Ausdrücke, die bis auf Gröfsen der dritten Ordnung richtig sind, wird in allen Fällen, die vorkommen können, hinreichend seyn.

14.

Nehmen wir nun an, dafs die Elemente π_0, i_0, θ_0 die rein elliptischen Elemente seyen, und suchen wir die rein elliptischen Werthe von $\delta\pi$, $\delta p_{,,}$, $\delta q_{,,}$ und u. Zu dem Ende müssen wir in die vorstehenden Formeln die rein elliptischen Werthe von δp_0, δq_0 und u_0 substituiren. Diese sind aber gleich Null, und somit giebt die Gleichung (32) den rein elliptischen Werth von $u = 0$, und dieses ist, wenigstens bis auf Gröfsen dritter Ordnung, auch der Werth des constanten Gliedes in dem abhängigen Elemente u. Die Gleichung (33) giebt unverändert den rein elliptischen Werth von $\delta\pi$, welcher mit der zu Anfange dieser Abhandlung η genannten Gröfse in enger Beziehung steht. Die Gleichungen (34) endlich geben für die rein elliptischen Werthe von $\delta p_{,,}$ und $\delta q_{,,}$, die ich resp. $\varkappa$ und σ nennen will, die folgenden Ausdrücke

$$(35)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} \varkappa = \sin(i)\cos(i)\,\delta\theta + (1 - \tfrac{3}{2}\sin^2(i))\,\delta i\,\delta\theta \\ \sigma = \cos(i)\,\delta i - \tfrac{1}{2}\sin(i)\,\delta i^2 - \tfrac{1}{2}\sin(i)\cos^2(i)\,\delta\theta^2 \end{cases}$$

wodurch man $\varkappa$ und σ erhält, wenn beide Systeme von Elementen gegeben sind. Sind hingegen $\varkappa$ und σ, so wie das eine System von Elementen gegeben, dann bekommt man das andere System durch folgende Ausdrücke

$$(36)\ldots\ldots \begin{cases} \delta i = \dfrac{\sigma}{\cos(i)} + \dfrac{\sin(i)}{2\cos^3(i)}\,\sigma^2 + \dfrac{\varkappa^2}{2\sin(i)\cos(i)} \\ \delta\theta = \dfrac{\varkappa}{\sin(i)\cos(i)} - \dfrac{1 - \frac{3}{2}\sin^2(i)}{\sin^2(i)\cos^3(i)}\,\varkappa\sigma \end{cases}$$

die durch Umkehrung aus jenem entstanden sind.

15.

Wenn man also bei der Berechnung der Störungen die Elemente (n), (e), (ω), (i) und (θ) statt der rein elliptischen Elemente n_0, e_0, ω_0, i_0 und θ_0 zu Grunde legen will oder mufs, dann wird die Berechnung der Störungen erster Ordnung in Bezug auf die störende Kraft unverändert so ausgeführt, als wären die angewandten Elemente die rein elliptischen, mit der alleinigen Ausnahme jedoch, dafs aufser den oben erklärten, von $b_{,}$, ξ, und η, abhängigen, und der Gröfse W hinzuzufügenden Gliedern, den Störungen $\delta p_{,,}$ und $\delta q_{,,}$ die zu Ende des vorigen Artikels gefundenen Gröfsen hinzugefügt werden müssen. Man hat also demnach vollständig

$$\begin{aligned} p_{,,} &= \delta p_{,,} + \varkappa \\ q_{,,} &= \sin(i) + \delta q_{,,} + \sigma \end{aligned}$$

oder da überhaupt

$$\begin{aligned} p_{,} &= p_{,,}\cos(\Phi) - q_{,,}\sin(\Phi) \\ q_{,} &= p_{,,}\sin(\Phi) + q_{,,}\cos(\Phi) \end{aligned}$$

ist

$$\begin{aligned} p_{,} &= -\sin(i)\sin(\Phi) + \delta p_{,} + \varkappa\cos(\Phi) - \sigma\sin(\Phi) \\ q_{,} &= \sin(i)\cos(\Phi) + \delta q_{,} + \varkappa\sin(\Phi) + \sigma\cos(\Phi) \end{aligned}$$

wo $\delta p_{,}$ und $\delta q_{,}$ oder $\delta p_{,,}$ und $\delta q_{,,}$ die durch die unveränderten Formeln berechneten Störungen erster Ordnung in Bezug auf die störende Kraft bedeuten. Da nun in der ersten Approximation blofs die ersten Glieder dieser Ausdrücke berücksichtigt

worden sind, so mufs in der zweiten und den folgenden Approximationen

$\delta p_{,} + x_{,}$ als Zuwachs von $p_{,}$, und

$\delta q_{,} + \sigma_{,}$ als Zuwachs von $q_{,}$

betrachtet werden, wenn man

$$x \cos(\Phi) - \sigma \sin(\Phi) = x_{,}$$
$$x \sin(\Phi) + \sigma \cos(\Phi) = \sigma_{,}$$

macht. Dieses Resultat ist, wie man sieht, dem oben in Bezug auf $(n)z$ und w gefundenen ganz analog, und es werden also, wenn man der Berechnung der Störungen Elemente zu Grunde legt, die nicht die rein elliptischen sind, meine Formeln unverändert beibehalten. Der einzige Unterschied des Verfahrens besteht darin, dafs den Störungen der ersten Approximation die von den fünf Gröfsen $b_{,}$, $\xi_{,}$, $\eta_{,}$, $x_{,}$, $\sigma_{,}$ abhängigen Glieder hinzugefügt, und der Zuwachs, den diese Störungen dadurch erhalten, in der zweiten und den folgenden Approximationen mit berücksichtigt werden mufs. Diese fünf Gröfsen hängen von den fünf constanten elliptischen Elementen n, e, ω, i und θ ab, eine vom sechsten elliptischen Elemente, der mittleren Anomalie für die Zeit $t = 0$, abhängige Gröfse ist nicht vorhanden, und dieses hat seinen Grund darin, dafs man die Störungen für die beliebige Zeit t, man mag die Störungsfunction Ω durch mechanische Quadraturen, oder auf irgend eine andere Art entwickeln, ohne die geringste Kenntnifs von diesem Elemente zu haben, berechnen kann.

16.

Die Formeln, welche ich in den Fundamentis zur Berechnung der Störungen gegeben habe, hängen nicht direct von den Gröfsen p und q ab, sondern statt dessen von P, Q und K, welche Functionen jener, und der sich auf den störenden Planeten beziehenden analogen Gröfsen sind. Die Anwendung, welche ich von P, Q und K gemacht habe, besteht im Allgemeinen darin, dafs in der ersten Approximation statt der rein elliptischen Werthe derselben die davon abhängenden Gröfsen ν, k und der rein elliptische Werth der gegenseitigen Neigung I der Bahn des gestörten und der des störenden Planeten gebraucht wird, und in der zweiten und den folgenden Approximationen die Störungen δP, δQ und δK in Anwendung kommen. Die Gröfsen ν und k hängen von den Bögen Φ und Ψ ab, und diese sowohl wie I sind Functionen der Neigungen und Knotenlängen der beiden genannten Bahnen gegen die Fundamentalebene. Φ, Ψ und $\theta - \theta'$ sind die Seiten eines sphärischen Dreiecks, denen resp. die Winkel i', $180° - i$ und I gegenüber liegen, wenn i die Neigung, und θ' die Länge des aufsteigenden Knotens der Bahn des störenden Planeten gegen die Fundamentalebene bedeutet. Wir haben also für die Berechnung von Φ, Ψ und I die folgenden Gleichungen:

$$\sin \tfrac{1}{2} I \sin \tfrac{1}{2}(\Psi + \Phi) = \sin \tfrac{1}{2}(\theta - \theta') \sin \tfrac{1}{2}(i + i')$$
$$\sin \tfrac{1}{2} I \cos \tfrac{1}{2}(\Psi + \Phi) = \cos \tfrac{1}{2}(\theta - \theta') \sin \tfrac{1}{2}(i - i')$$
$$\cos \tfrac{1}{2} I \sin \tfrac{1}{2}(\Psi - \Phi) = \sin \tfrac{1}{2}(\theta - \theta') \cos \tfrac{1}{2}(i + i')$$
$$\cos \tfrac{1}{2} I \cos \tfrac{1}{2}(\Psi - \Phi) = \cos \tfrac{1}{2}(\theta - \theta') \cos \tfrac{1}{2}(i - i')$$

Substituirt man hierin die rein elliptischen Werthe von i, θ, i' und θ', so bekommt man die rein elliptischen Werthe von I, Φ und Ψ. Substituirt man statt i und θ die im vorhergehenden (i) und (θ) genannten Werthe und für i' und θ' entweder die rein elliptischen, oder andere constante, jenen analoge Werthe, dann geben die vorstehenden Gleichungen die Werthe, die ich im Vorhergehenden mit (I), (Φ) und (Ψ) bezeichnet habe. Hiemit erhalten wir

$$\nu + x = (\omega) - (\Phi)$$
$$\nu - x = \omega' - (\Psi)$$

oder

$$\nu = \tfrac{1}{2}((\omega) + \omega') - \tfrac{1}{2}((\Phi) + (\Psi))$$
$$x = \tfrac{1}{2}((\omega) - \omega') - \tfrac{1}{2}((\Phi) - (\Psi))$$

wo (ω), wie im Vorhergehenden, die Entfernung des Perihels vom aufsteigenden Knoten mit der Fundamentalebene (das ist $\pi - (\theta)$) bedeutet, und ω' in Bezug auf den störenden Planeten die nemliche Bedeutung hat. Hiemit ist der Ausdruck für die gegenseitige Entfernung des störenden und gestörten Planeten, welche ich Δ nenne, den Fundamentis zufolge folgender

$$\Delta^2 = r^2 + r'^2 - 2rr' \cos^2 \tfrac{1}{2}(I) \cos(f - f' + 2x)$$
$$- 2rr' \sin^2 \tfrac{1}{2}(I) \cos(f + f' + 2\nu)$$

oder

$$\Delta^2 = r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(f + \nu + x) \cos(f' + \nu - x)$$
$$- 2rr' \cos(I) \sin(f + \nu + x) \sin(f' + \nu - x)$$

wo f und r den folgenden

$$nt + (i) = \varepsilon - e \sin \varepsilon$$
$$r \cos f = a \cos \varepsilon - ae$$
$$r \sin f = a\sqrt{(1 - e^2)} \cdot \sin \varepsilon$$
$$a^3 n^2 = x(M + m)$$

und f' und r' analogen, auf den störenden Planeten sich beziehenden Gleichungen entsprechen.

Sind nun durch diese Grundlage nach den Formeln der Fundamenta die Störungen der ersten Approximation berechnet, so bedarf es für die folgenden Approximationen unter andern der Gröfsen δP, δQ und δK. Diese bekommt man auf folgende Art. Die Gleichungen pag. 86 und 93, oder statt dieser die zweiten Gleichungen des Art. 6 pag. 268 der Fundamenta geben strenge, wenn man sie auf die Planeten beschränkt, und $dp_{,}$, $dq_{,}$ etc. statt dp, dq, etc. einführt,

$$dP = -\cos\tfrac{1}{2}I\cos(K-\varkappa)\left\{\frac{dp_{,}}{\cos i}+\frac{dp'_{,,}}{\cos i'}\right\}-\cos\tfrac{1}{2}I\sin(K-\varkappa)\left\{\frac{dq_{,}}{\cos i}-\frac{dq'_{,,}}{\cos i'}\right\}$$

$$dQ = \cos\tfrac{1}{2}I\cos(K-\varkappa)\left\{\frac{dq_{,}}{\cos i}+\frac{dq'_{,,}}{\cos i'}\right\}-\cos\tfrac{1}{2}I\sin(K-\varkappa)\left\{\frac{dp_{,}}{\cos i}-\frac{dp'_{,,}}{\cos i'}\right\}$$

$$dK = \tfrac{1}{2}tg\tfrac{1}{2}I\left\{\cos(N-\nu+K-\varkappa)\frac{dp_{,}}{\cos i}-\cos(N-\nu-K+\varkappa)\frac{dp'_{,,}}{\cos i}+\sin(N-\nu+K-\varkappa)\frac{dq_{,}}{\cos i}-\sin(N-\nu+K-\varkappa)\frac{dq'_{,,}}{\cos i'}\right\}$$

wo $p'_{,,}$ und $q'_{,,}$ zum störenden Planeten die nemliche Beziehung haben, wie $p_{,}$ und $q_{,}$ zum gestörten. Integrirt man diese Gleichungen mit alleiniger Rücksicht auf die erste Potenz der störenden Kraft, so geben sie in Folge des Vorhergehenden

$$\delta P = -\cos\tfrac{1}{2}(I)\left\{\frac{\delta p_{,}+\varkappa_{,}}{\cos(i)}+\frac{\delta p'_{,,}+\varkappa'_{,,}}{\cos(i')}\right\}$$

$$\delta Q = \cos\tfrac{1}{2}(I)\left\{\frac{\delta q_{,}+\sigma_{,}}{\cos(i)}+\frac{\delta q'_{,,}+\sigma'_{,,}}{\cos(i')}\right\}$$

$$\delta K = \tfrac{1}{2}tg\tfrac{1}{2}(I)\left\{\frac{\delta p_{,}+\varkappa_{,}}{\cos(i)}+\frac{\delta p'_{,,}+\varkappa'_{,,}}{\cos(i')}\right\}$$

wo $F_{,,}$ und $\sigma'_{,,}$ gleich Null gemacht werden müssen, wenn man die rein elliptischen Elemente i'_0 und θ'_0 des störenden Planeten angewandt hat, sonst aber den Gröfsen $\varkappa_{,}$ und $\sigma_{,}$ völlig analog sind. Diese Ausdrücke für δP, δQ und δK sind hinreichend, um alle von diesen Gröfsen abhängenden Störungen zweiter Ordnung in Bezug auf die Massen in z, w, p und q zu erhalten, und wegen der Kleinheit der Breitenstörungen aller Planeten, werden sie in jedem Falle hinreichende Genauigkeit gewähren. Das anzuwendende Verfahren übrigens, wenn die Approximationen weiter fortgeführt werden müfsten, besteht darin, dafs man entweder, statt der verstehenden Gleichungen für dP, dQ und dK die gleichgeltenden der Fundamenta, durch die störende Kraft unmittelbar ausgedrückten, bis auf Gröfsen von der Ordnung des Quadrats der störenden Kraft incl. entwickelt und integrirt, und somit genauere Werthe von δP, δQ und δK ermittelt, oder dafs man die obigen Gleichungen bis auf die Quadrate und Producte von $\delta p_{,}+\varkappa_{,}$, $\delta q_{,}+\sigma_{,}$, etc. incl. entwickelt.

17.

Die Anwendung der im Vorhergehenden entwickelten Ausdrücke für $b_{,}$, $\xi_{,}$, $\eta_{,}$, $\varkappa$, und $\sigma_{,}$ besteht nun in Folgendem. Wenn man zum ersten Male die Störungen eines Planeten für die unbestimmte Zeit t berechnen will, und demzufolge die rein elliptischen Elemente desselben nicht kennt, dann verschaffe man sich wenigstens elliptische Elemente desselben, die von den rein elliptischen nur um Gröfsen von der Ordnung der störenden Kraft abweichen. Solche kann man auf mehrere Arten erhalten.

Entweder man berechne aus drei oder mehr Beobachtungen, die nicht zu weit von einander entfernt liegen, aber einander auch nicht allzunahe liegen dürfen, damit die unvermeidlichen Beobachtungsfehler nicht allzu grofsen Einflufs äussern, elliptische Elemente. Diese werden im Allgemeinen von den rein elliptischen um Gröfsen von der Ordnung der störenden Kräfte verschieden seyn. Hat man nun mit Zuziehung dieser Elemente die Störungen der ersten Approximation für die unbestimmte Zeit t berechnet, in welchen man vorläufig die von $b_{,}$, $\xi_{,}$, $\eta_{,}$, $\varkappa$, und $\sigma_{,}$ abhängigen Glieder Null machen mufs, dann berechne man daraus für verschiedene Werthe von t, für welche Beobachtungen vorhanden sind, die geocentrischen Längen und Breiten, oder graden Aufsteigungen und Abweichungen, und vergleiche diese mit den vorhandenen Beobachtungen. Aus den sich somit ergebenden Unterschieden ermittele man auf bekannte Art die wahrscheinlichsten Verbesserungen der den Rechnungen zu Grunde gelegten elliptischen Elemente. Addirt man diese Verbesserungen zu diesen Elementen, so ergeben sich die rein elliptischen Elemente bis auf Gröfsen zweiter Ordnung genau, und man hat somit die Incremente δn, δe, δu, δi und $\delta\omega$, vermittelst welcher man durch die Ausdrücke (17), (33) und (35) die Gröfsen $b_{,}$, $\xi_{,}$, $\eta_{,}$, $\varkappa$ und σ rechnen kann.

Oder man suche sich osculirende Elemente zu verschaffen. Da diese gewifs nur um Gröfsen von der Ordnung der störenden Kraft von den rein elliptischen Elementen verschieden sind, so ist ihre Anwendung jedenfalls sicherer wie die eben beschriebenen, dafs sie auch einfacher ist, werde ich sogleich zeigen. Man verlege den Anfangspunkt der Zeit in den Zeitpunkt, für welchen die osculirenden Elemente gelten, so dafs man also in diesem Zeitpunkt $t = 0$ hat, und berechne mit diesen Elementen nach den Formeln der Fundamenta die Störungen der ersten Approximation, welchen man die von $b_{,}$, $\xi_{,}$, $\eta_{,}$, $\varkappa$ und σ abhängigen, im Vorhergehenden erklärten Glieder hinzufügt, aber diese fünf Gröfsen zuerst unbestimmt läfst. Zu ihrer Bestimmung dienen nun die osculirenden Elemente auf folgende Weise.

18.

Bezeichnen wir die osculirenden Elemente mit a, n, e, ω, i und θ (das sechste Element, die mittlere Anomalie zur Zeit $t = 0$ brauchen wir gar nicht hier) und die rechtwinklichen Coordinaten des Planeten zur Zeit $t = 0$ mit x, y und z, dann haben wir erstens

$$x = r\cos b\cos(l-\theta) = r\cos(f+\omega)$$
$$y = r\cos b\sin(l-\theta) = r\cos i\sin(f+\omega)$$
$$z = r\sin b = r\sin i\sin(f+\omega)$$

Anderntheils haben wir aber auch durch (30), wenn wir in die berechneten Störungen $t=0$ substituiren,

$$x = \bar{r}c^w \cos(\bar{f}+\omega)\cos u - \bar{r}c^w \cos i \sin(\bar{f}+\omega)\sin u$$
$$+\bar{r}c^w\,\delta s\left\{\frac{\delta p_{\prime\prime}}{2\cos^2 i}+\frac{\sin i}{2\cos^4 i}\delta p_{\prime\prime}\delta q_{\prime\prime}+\text{etc.}\right\}\cos u+\bar{r}c^w\,\delta s\left\{tg\, i+\frac{\delta q_{\prime\prime}}{2\cos^3 i}+\frac{\sin i}{2\cos^5 i}\delta q_{\prime\prime}^2+\text{etc.}\right\}\sin u$$
$$y = \bar{r}c^w \cos(\bar{f}+\omega)\sin u + \bar{r}c^w \cos i \sin(\bar{f}+\omega)\cos u$$
$$+\bar{r}c^w\,\delta s\left\{\frac{\delta p_{\prime\prime}}{2\cos^2 i}+\frac{\sin i}{2\cos^4 i}\delta p_{\prime\prime}\delta q_{\prime\prime}+\text{etc.}\right\}\sin u-\bar{r}c^w\,\delta s\left\{tg\, i+\frac{\delta q_{\prime\prime}}{2\cos^3 i}+\frac{\sin i}{2\cos^5 i}\delta q_{\prime\prime}^2+\text{etc.}\right\}\cos u$$
$$z = \bar{r}c^w \sin i \sin(\bar{f}+\omega)+\bar{r}c^w\,\delta s.$$

Da nun die osculirenden Elemente den Ort des Planeten und die Geschwindigkeit desselben für die Zeit $t=0$ darstellen, und die berechneten Störungen die nemliche Eigenschaft haben müssen, so müssen nicht nur die vorstehenden doppelten Werthe der Coordinaten x, y und z, sondern auch die daraus hervorgehenden Werthe von $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ und $\frac{dz}{dt}$ einander einzeln gleich seyn, und diese sind die Bedingungen, wodurch wir unsere unbekannten Gröfsen $b_\prime$, $\xi_\prime$, $\eta_\prime$, $\varkappa$ und σ bestimmen müssen.

Da die Differentiale der osculirenden Elemente, wenn man sie in die Differentiale der rechtwinklichen Coordinaten substituirt, sich gegenseitig aufheben müssen, und im zweiten System von Werthen derselben Coordinaten das nemliche in Bezug auf die Differentiale von $\delta p_{\prime\prime}$ und $\delta q_{\prime\prime}$ statt findet, so brauchen wir bei der Differentiation des ersten Systems nicht auf die Veränderlichkeit der elliptischen Elemente, und bei der des zweiten Systems, in welchem jedenfalls die elliptischen Elemente constant sind, nicht auf die Veränderlichkeit von $\delta p_{\prime\prime}$ und $\delta q_{\prime\prime}$ Rücksicht zu nehmen. Hiemit und weil $\delta p_{\prime\prime}=0$ und $\delta q_{\prime\prime}=0$ auch $u=0$ macht, erkennt man leicht, und ohne die Differentiation der obigen Formeln auszuführen, dafs die eben ausgesprochenen Bedingungen auf folgende Gleichungen führen:

$$\delta p_{\prime\prime} = 0$$
$$\delta q_{\prime\prime} = 0$$
$$\bar{f} = f$$
$$\frac{d\bar{f}}{dt} = \frac{df}{dt}$$
$$r = \bar{r}c^w$$
$$\frac{dr}{dt} = \frac{d.\bar{r}c^w}{dt}$$

Nennen wir $(\delta p_{\prime\prime})$ den Werth von $\delta p_{\prime\prime}$ für $t=0$, und nach Abzug des rein elliptischen Werthes $\varkappa$ von $\delta p_{\prime\prime}$, und geben wir $(\delta q_{\prime\prime})$ in Bezug auf $\delta q_{\prime\prime}$ die nemliche Bedeutung, dann geben uns die beiden ersten Bedingungsgleichungen sogleich strenge

$$\varkappa = -(\delta p_{\prime\prime})$$
$$\sigma = -(\delta q_{\prime\prime})$$

Es ist ferner $\frac{d\bar{f}}{dt}=\frac{a^2n\sqrt{(1-e^2)}}{\bar{r}^2}\frac{dz}{dt}$, und $\frac{df}{dt}=\frac{a^2n\sqrt{(1-e^2)}}{r^2}$. Die Bedingung $\bar{f}=f$ giebt aber $r=\bar{r}$, und hiemit gehen die drei Bedingungsgleichungen in

$$\frac{dz}{dt}=1,\quad w=0,\quad \frac{dw}{dt}=0$$

über. Aus diesen werde ich gleichfalls $b_\prime$, $\xi_\prime$ und $\eta_\prime$ strenge ableiten. Aus den Fundamentis haben wir für Planeten strenge

$$\frac{dz}{dt} = 1+\overline{[W]}+(1-c^{-w})^2\frac{(h)}{h}$$
$$\frac{dw}{dt} = -\tfrac{1}{2}nc^{-w}\overline{\left[\frac{dW}{d\gamma}\right]}$$
$$\frac{dz}{dt} = \frac{(h)}{h}c^{-2w}.$$

Diese verwandeln sich durch die eben gegebenen Bedingungsgleichungen in

$$\overline{[W]}=0,\quad \overline{\left[\frac{dW}{d\gamma}\right]}=0,\quad \frac{(h)}{h}=1$$

welche letztere auch

$$2\frac{h}{(h)}-\frac{(h)}{h}=1$$

giebt. Nun ist aber zufolge der Art. 5 und 10 dieser Abhandlung, und wegen $\bar{f}=f$ der rein elliptische Werth von $\overline{[W]}=$

$$-b_\prime+2\xi_\prime\left(\frac{r}{a}\cos f+\tfrac{3}{2}e\right)-2\eta_\prime\frac{r}{a}\sin f$$

und der rein elliptische Werth von $2\frac{h}{(h)}-\frac{(h)}{h}-1=$

$$-b_\prime+3e\,\xi_\prime.$$

Hiemit ergiebt sich durch die Differentiation der rein elliptische Werth von $\overline{\left[\frac{dW}{d\gamma}\right]}=$

$$-2\xi_\prime\frac{\sin f}{\sqrt{(1-e^2)}}-2\eta_\prime\frac{\cos f+e}{\sqrt{(1-e^2)}}.$$

Nennen wir daher $(\overline{[W]})$, $\left(\overline{\left[\frac{dW}{d\gamma}\right]}\right)$, $\left(\frac{h}{(h)}\right)$ und $\left(\frac{(h)}{h}\right)$ die Werthe jener Gröfsen für $t=0$, und nachdem darin $b_\prime$, $\xi_\prime$ und $\eta_\prime$ gleich Null gemacht worden sind, so bekommen wir

$$0 = -b_{,} + 2\xi_{,}\left(\frac{r}{a}\cos f + \tfrac{3}{2}e\right) - 2\eta_{,}\frac{r}{a}\sin f + ([\overline{W}])$$

$$0 = -b_{,} + 3e\xi_{,} + 2\left(\frac{h}{(h)}\right) - \left(\frac{(h)}{h}\right) - 1$$

$$0 = -2\xi_{,}\frac{\sin f}{\sqrt{(1-e^2)}} - 2\eta_{,}\frac{\cos f + e}{\sqrt{(1-e^2)}} + \left(\left[\frac{d\overline{W}}{d\gamma}\right]\right)$$

wo f und r sich auch auf den Zeitpunkt $t = 0$ beziehen. Die Differenz der ersten und zweiten dieser giebt uns

$$0 = 2\xi_{,}\frac{r}{a}\cos f - 2\eta_{,}\frac{r}{a}\sin f + ([\overline{W}]) - 2\left(\frac{h}{(h)}\right) + \left(\frac{(h)}{h}\right) + 1$$

aus dieser und der dritten ziehen wir

$$\eta_{,} = \left(\left[\frac{d\overline{W}}{d\gamma}\right]\right)\frac{r\cos f}{2a\sqrt{(1-e^2)}} + \left\{([\overline{W}]) - 2\left(\frac{h}{(h)}\right) + \left(\frac{(h)}{h}\right) + 1\right\}\frac{\sin f}{2(1-e^2)}$$

$$\xi_{,} = \left(\left[\frac{d\overline{W}}{d\gamma}\right]\right)\frac{r\sin f}{2a\sqrt{(1-e^2)}} - \left\{([\overline{W}]) - 2\left(\frac{h}{(h)}\right) + \left(\frac{(h)}{h}\right) + 1\right\}\frac{\cos f + e}{2(1-e^2)}$$

und wenn man diese Werthe in die erste substituirt, bekommt man

$$b_{,} = \left(\left[\frac{d\overline{W}}{d\gamma}\right]\right)\frac{3re\sin f}{2a\sqrt{(1-e^2)}} - \left\{([\overline{W}]) - 2\left(\frac{h}{(h)}\right) + \left(\frac{(h)}{h}\right) + 1\right\}\frac{2+e^2+3e\cos f}{2(1-e^2)} + ([\overline{W}])$$

Diese drei Gleichungen enthalten in Verbindung mit den eben gefundenen

$$\varkappa = -(\delta p_{,,})$$
$$\sigma = -(\delta q_{,,})$$

die strenge Auflösung unserer Aufgabe. Beschränken wir die Werthe von $b_{,}$, $\xi_{,}$ und $\eta_{,}$ auf die erste Potenz der störenden Kräfte, so werden sie etwas einfacher. Wir haben hiefür aus den Fundamentis

$$\left(\frac{(h)}{h}\right) = 1 + \left(\frac{d\delta z}{dt}\right) + 2(w)$$

wo $\left(\frac{d\delta z}{dt}\right)$ und (w) sich ebenfalls auf die Zeit $t = 0$, und $b_{,} = \xi_{,} = \eta_{,} = 0$ beziehen. Hieraus folgt

$$\left(\frac{h}{(h)}\right) = 1 - \left(\frac{d\delta z}{dt}\right) - 2(w)$$

also

$$-2\left(\frac{h}{(h)}\right) + \left(\frac{(h)}{h}\right) + 1 = 3\left(\frac{d\delta z}{dt}\right) + 6(w)$$

Ferner ist

$$([\overline{W}]) = \left(\frac{d\delta z}{dt}\right), \quad \left(\left[\frac{d\overline{W}}{d\gamma}\right]\right) = -\frac{2}{n}\left(\frac{dw}{dt}\right)$$

also

$$b_{,} = -3\frac{re\sin f}{an\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{dw}{dt}\right) - \frac{2+e^2+3e\cos f}{1-e^2}\left\{2\left(\frac{d\delta z}{dt}\right) + 3(w)\right\} + \left(\frac{d\delta z}{dt}\right)$$

$$\xi_{,} = -\frac{r\sin f}{an\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{dw}{dt}\right) - \frac{\cos f + e}{1-e^2}\left\{2\left(\frac{d\delta z}{dt}\right) + 3(w)\right\}$$

$$\eta_{,} = -\frac{r\cos f}{an\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{dw}{dt}\right) + \frac{\sin f}{1-e^2}\left\{2\left(\frac{d\delta z}{dt}\right) + 3(w)\right\},$$

$$\varkappa = -(\delta p_{,,})$$

$$\sigma = -(\delta q_{,,}).$$

Nachdem die Störungen der ersten Approximation berechnet worden sind, rechnet man $b_{,}$, $\xi_{,}$, $\eta_{,}$, $\varkappa$ und σ nach diesen Formeln. Sollte nun nach Vollendung der Berechnung der Störungen der zweiten Approximation eine Verbesserung der Werthe von $b_{,}$, etc. nöthig erscheinen, so muſs man nach den obigen strengen Formeln neue Werthe derselben berechnen, doch wird dieser Fall in unserm Planetensystem wohl nie eintreten können. Will man hierauf die rein elliptischen Elemente kennen lernen, so findet man sie durch die Gleichungen des Art. 7 und durch (36).

Die Gröſsen $b_{,}$, $\xi_{,}$ etc. können auf keinen Fall viel gröſser werden wie der gröſste der übrigen Störungscoefficienten, sie werden in den meisten Fällen kleiner seyn. Wenn daher überhaupt die Störungen der zweiten Approximation merklich sind, so kostet es wenig oder keine Mühe mehr, die Glieder, welche von $b_{,}$, $\xi_{,}$, etc. abhängen, mit zu berücksichtigen. Sind aber die Störungen überhaupt nicht so groſs, daſs die Glieder der zweiten Approximation merklich werden können, so werden jene auch in dieser Approximation nichts merkliches geben können, und man kann alsdann die Berechnung von $b_{,}$, $\xi_{,}$, etc. nach den obigen Formeln unterlassen, und diese Gröſsen so bestimmen, wie ich in den Fundamentis angegeben habe.

19.

Nehmen wir an, dafs die Störungen überhaupt und unter diesen auch $b_{,}$, $\xi_{,}$, $\eta_{,}$, $\varkappa$ und σ so merklich seyn, dafs die vom Quadrate der störenden Kräfte abhängigen Störungen berechnet werden müssen, so bedingt, wie im Vorhergehenden dargethan worden ist, das Vorhandenseyn dieser fünf Gröfsen zwar keine Ausnahme in den anzuwendenden Formeln und sonstigen Vorschriften, und es verursachen auch die vier Gröfsen $\xi_{,}$, $\eta_{,}$, $\varkappa$ und σ keine Unbequemlichkeiten oder keinen Nachtheil weder in Bezug auf die Arbeit noch auf das Resultat, anders verhält es sich aber mit der Gröfse $b_{,}$. Nachdem, wenn n wie im vorigen Artikel die osculirende mittlere Bewegung für den Zeitpunkt $t = 0$ bedeutet, in der ersten Approximation für nz der Werth $nt + c$ zu Grunde gelegt worden ist, wird die Berechnung der Störungen dieser Approximation ein Glied von der Form nkt, wo k constant ist, erzeugen, diesem fügt der durch die Ausdrücke des vorigen Artikels zu berechnende Werth von $b_{,}$ das Glied $-nb_{,}t$ hinzu, so dafs man nach diesem bekommt

$$nz = n(1 + k - b_{,})\,t + c + \text{periodischen Gliedern.}$$

Das in der zweiten Approximation anzuwendende Increment $n\delta z$ von nz enthält also aufser den periodischen Gliedern das Glied

$$n(k - b_{,})\,t$$

Dieses verursacht nun zwar keine Ausnahme von den allgemeinen Vorschriften für die Berechnung der Störungen der zweiten Approximation, es bewirkt aber, dafs nachher die Säcularänderungen der Störungscoefficienten gröfser erscheinen, wie sie wirklich sind, da es durch andere Wahl der der Störungsrechnung zu Grunde gelegten mittleren Bewegung möglich wird, dieses Glied, und somit auch die daraus entstehenden Säcularänderungen der Störungscoefficienten gleich Null zu machen. Es verursacht ferner, dafs die in den Ausdrücken für $\bar{f}$ und $\bar{r}$ nachher anzuwendende mittlere Bewegung nicht der vollständige Werth des mit der Zeit multiplicirten Gliedes in nz ist, und dafs die in dem rein elliptischen Theile dieser Ausdrücke anzuwendende grofse Halbachse nicht aus diesem Gliede vermittelst des dritten Kepplerschen Gesetzes gefolgert werden kann.

Diese Unbequemlichkeiten, welche die Anwendung der osculirenden mittleren Bewegung für die Zeit $t = 0$ zur Berechnung der Störungen verursacht, können stets vermieden werden, wenn der Planet, dessen Störungen man zum ersten Male für die unbestimmte Zeit t berechnen will, schon eine nicht ganz geringe Zeit vorher beobachtet worden ist. Sey L dessen osculirende mittlere Länge für die Zeit $t = 0$, also

$$L = c + \omega + \theta$$

und L' dessen mittlere Länge für irgend eine andere, möglichst weit von $t = 0$ entfernt liegende Zeit, die ich T nennen will, und für welche man auch osculirende Elemente, oder wenigstens Elemente kennt, die einigen in der Nähe von T liegenden Beobachtungen möglichst genügen; setzt man nun

$$\frac{i.360^\circ + L' - L}{T} = n_{,}$$

wo i die Anzahl der im Zeitintervall T vollführten ganzen Umläufe bedeutet, so ist sehr nahe

$$n_{,} = n(1 + k - b_{,})$$

und diese Gleichung findet um so genauer statt, je gröfser T ist. Aber schon bei mäfsig grofsem Werthe dieses Zeitintervalls wird diese Gleichung so nahe statt finden, dafs der übrig bleibende Unterschied bei der Berechnung der Störungen keine merkliche Wirkung äufsern kann. Die durch den Ausdruck

$$\frac{i.360^\circ + L' - L}{T}$$

berechnete mittlere Bewegung $n_{,}$ kann also unbedingt für den vollständigen mit t multiplicirten Coefficienten in $n_{,}z$ angesehen werden, und man mufs, wenn man bei der Berechnung der Störungen $n_{,}$ und die hieraus durch die Gleichung

$$a_{,}^{3}\,n_{,}^{2} = \varkappa(M + m)$$

folgende grofse Halbachse $a_{,}$ zu Grunde gelegt hat, der Gröfse W statt $b_{,}$ die Constante $b_{,,}$ hinzufügen, und diese so bestimmen, dafs

$$b_{,,} = k$$

werde, wo k die nemliche Bedeutung hat, wie zu Anfang dieses Artikels. Hiemit bleibt, wie ursprünglich bedingt wurde, auch nach der Berechnung der Störungen

$$n_{,}z = n_{,}t + c + \text{periodischen Gliedern,}$$

und die oben erwähnten von einem Theile der mittleren Bewegung herrührenden Säcularänderungen der Störungscoefficienten, so wie die übrigen dort bezeichneten Unbequemlichkeiten fallen weg.

Es ist daher bei der ersten Berechnung der Störungen eines Planeten für die unbestimmte Zeit t am vortheilhaftesten sich zwar der osculirenden Elemente e, ω, i und θ desselben zu bedienen, aber statt des osculirenden Elements n und der aus diesem folgenden grofsen Halbachse a, die mittlere Bewegung $n_{,}$, und die daraus vermittelst des dritten Kepplerschen Gesetzes sich ergebende grofse Halbachse $a_{,}$ anzuwenden.

Dies vorausgesetzt bleibt noch zu untersuchen übrig, ob nicht durch diese Annahme die im vorigen Artikel für die Constanten $b_{,}$, $\xi_{,}$, $\eta_{,}$, $\varkappa$ und σ gegebenen Ausdrücke eine Veränderung erleiden. Es ist an sich klar, dafs die dort gegebenen doppelten Ausdrücke für die rechtwinklichen Coordinaten x, y und z, sowohl wie die aus denselben folgenden Ausdrücke für die ersten Differentiale derselben in Bezug auf

die Zeit auch jetzt noch einander gleich seyn müssen. Deshalb, und weil diese Ausdrücke das Element $n_{,}$ oder $a_{,}$ nicht explicite enthalten, finden immer noch die obigen Bedingungsgleichungen

$$f = \bar{f};\ \frac{df}{dt} = \frac{d\bar{f}}{dt};\ r = \bar{r}\,e^{w};\ \frac{dr}{dt} = \frac{d.\bar{r}\,e^{w}}{dt};\ \delta p_{,,} = 0;\ \delta q_{,,} = 0$$

statt. Es ist ohne Weiteres deutlich, dafs die beiden letzten dieser die nemlichen Gleichungen für z und σ geben müssen, wie im vorigen Artikel, und wir brauchen uns daher hier nur mit den vier ersten zu beschäftigen. Wir haben jetzt

$$\frac{df}{dt} = n\frac{a^2}{r^2}\sqrt{(1-e^2)};\quad \frac{d\bar{f}}{dt} = n_{,}\frac{a_{,}^2}{\bar{r}^2}\sqrt{(1-e^2)}\left(\frac{dz}{dt}\right)$$

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos f};\quad \bar{r} = \frac{a_{,}(1-e^2)}{1+e\cos \bar{f}}$$

Hieraus und weil $f = \bar{f}$ ist, folgt für die Zeit $t = 0$,

$$\frac{r}{a} = \frac{\bar{r}}{a_{,}};\quad \left(\frac{dz}{dt}\right) = \frac{n}{n_{,}};\quad e^{w} = \frac{a}{a_{,}}$$

Da ferner

$$\frac{dr}{dt} = \frac{na}{\sqrt{(1-e^2)}}\,e\sin f;\quad \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{n_{,}a_{,}}{\sqrt{(1-e^2)}}\,e\sin \bar{f}\left(\frac{dz}{dt}\right)$$

ist, so giebt die vierte Bedingungsgleichung, nemlich

$$\frac{1}{r}\frac{dr}{dt} = \frac{1}{\bar{r}}\frac{d\bar{r}}{dt} + \frac{dw}{dt}$$

wie im vorigen Artikel

$$\frac{dw}{dt} = 0$$

Substituiren wir nun die eben gefundenen Gleichungen in die folgenden

$$\frac{dz}{dt} = 1 + [\overline{W}] + (1-e^{-w})^2\frac{(h)}{h};\quad \frac{d\bar{z}}{dt} = \frac{(h)}{h}\,e^{-2w},$$

so ergeben sich mit Zuziehung der Gleichung $a_{,}^3 n_{,}^2 = a^3 n^2$,

$$0 = [\overline{W}] + 1 + \frac{a_{,}n_{,}}{an}\left(1 - 2\frac{a_{,}}{a}\right)$$

$$0 = \frac{(h)}{h} - 2\frac{h}{(h)} - \frac{a_{,}n_{,}}{an}\left(1 - 2\frac{a_{,}}{a}\right)$$

also

$$0 = [\overline{W}] - 2\frac{h}{(h)} + \frac{(h)}{h} + 1$$

wie im vorigen Artikel, und eben so giebt $\frac{dw}{dt} = 0$

$$\left[\frac{d\overline{W}}{d\gamma}\right] = 0$$

wie dort. Es folgt hieraus sogleich, dafs die im vorigen Artikel für $\xi_{,}$ und $\eta_{,}$ gegebenen Ausdrücke unverändert bleiben, der rechten Seite aber der strengen Gleichung für $b_{,}$, welche jetzt $b_{,,}$ giebt, die Gröfse $1 + \frac{a_{,}n_{,}}{an}\left(1 - 2\frac{a_{,}}{a}\right)$, oder wenn man $a_{,}$ und a eliminirt, $\left(1 + 2\sqrt[3]{\frac{n}{n_{,}}}\right)\left(\sqrt[3]{\frac{n_{,}}{n}} - 1\right)$ hinzugefügt werden mufs. Wir haben also strenge

$$b_{,,} = \left(\left[\frac{d\overline{W}}{d\gamma}\right]\right)\frac{3re\sin f}{2a\sqrt{(1-e^2)}} - \left\{([\overline{W}]) - 2\left(\frac{h}{(h)}\right) + \left(\frac{(h)}{h}\right) + 1\right\}\frac{2+e^2+3e\cos f}{2(1-e^2)} + ([\overline{W}]) + \left(1 + 2\sqrt[3]{\frac{n}{n_{,}}}\right)\left(\sqrt[3]{\frac{n_{,}}{n}} - 1\right)$$

oder näherungsweise, wenn wir auch in dem letzten Gliede nur die erste Potenz des Unterschiedes zwischen $n_{,}$ und n berücksichtigen,

$$b_{,,} = -3\frac{re\sin f}{an\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{dw}{dt}\right) - \frac{2+e^2+3e\cos f}{1-e^2}\left\{2\left(\frac{d\delta z}{dt}\right) + 3(w)\right\} + \left(\frac{d\delta z}{dt}\right) + \frac{n_{,} - n}{n}$$

Diese Ausdrücke für $b_{,,}$ sind in diesem Falle Bedingungsgleichungen, durch welche man erkennen kann, wie nahe die aus den beiden mittleren Längen L und L' abgeleitete mittlere Bewegung $n_{,}$ der Forderung $b_{,,} = k$ gnügt.

Ueber die unabhängigen Elemente der Fundamenta.

20.

Es ist schon im Art. 10 erwähnt worden, dafs die Elemente Ξ, Υ und Ψ drei unabhängige Elemente der Fundamenta sind, die aufserdem nöthigen zwei unabhängigen Elemente des Körpers m sind p und q, und es werden also die Störungen, oder mit anderen Worten, es wird der Ort des Körpers m durch Hülfe der fünf unabhängigen Elemente Ξ, Υ, Ψ, p und q bestimmt, während er ursprünglich von sechs Elementen abhängt. Gleicherweise wird der Ort des Körpers m' durch die fünf Elemente Ξ', Υ', Ψ', p' und q' bestimmt, und so ferner für jeden vorhandenen Körper. Die Elimination des sechsten Elements für jeden Körper habe ich durch die Eigenschaft der Störungsfunction bewirkt, vermöge welcher ihr Differential in Bezug auf die darin enthaltenen sechs unabhängigen Elemente jedes Körpers gleich Null ist. So viel ich weifs hat niemand aufser mir diese Elimination eines Elements ausgeführt. Das Mittel, wodurch ich sie ausführe, ist sehr einfach, es ist die Differentiation des Quotienten $\left(\frac{d\zeta}{dt}\right) : \left(\frac{d\zeta}{d\tau}\right)$ nach τ, dadurch fällt ohne Weiteres das sechste Element, die mittlere Länge oder mittlere Anomalie für den Anfang der Zeit, aus den Formeln heraus. Es ist unmöglich mehr wie Ein Element für jeden vorhandenen Körper zu eliminiren, denn es sind gar keine Relationen vorhanden, durch welche man dieses bewirken könnte.

Die Ausdrücke der Fundamenta für die Störungen eines jeden Körpers, oder mit anderen Worten für die obigen fünf

Elemente, sind Functionen von acht veränderlichen Gröfsen, während ursprünglich diese Ausdrücke Functionen von neun veränderlichen Gröfsen sind, nemlich Functionen von den sechs unabhängigen Elementen des gestörten, und den drei Coordinaten des störenden Körpers. Also auch in dieser Beziehung habe ich die Elimination Einer Gröfse für jeden Körper ausgeführt, und habe nicht finden können, dafs aufser mir jemand diese Elimination ausgeführt hätte. Die acht veränderlichen Gröfsen sind:

für den durch m' gestörten Körper m,
$$n\delta z,\quad w,\quad S+s,\quad \delta P_{,};\quad \delta Q_{,},\quad \delta K_{,},\quad n'\delta z',\quad w'$$
für den durch m'' gestörten Körper m,
$$n\delta z,\quad w,\quad S+s,\quad \delta P'',\quad \delta Q'',\quad \delta K'',\quad n''\delta z'',\quad w''$$
für den durch m'' gestörten Körper m',
$$n'\delta z',\quad w',\quad S'+s',\quad \delta P'_{,,},\quad \delta Q'_{,,},\quad \delta K'_{,,},\quad n''\delta z'',\quad w''$$
für den durch m gestörten Körper m',
$$n'\delta z',\quad w',\quad S'+s',\quad \delta P_{,},\quad \delta Q_{,},\quad \delta K_{,},\quad n\delta z,\quad w$$
für den durch m gestörten Körper m'',
$$n''\delta z'',\quad w'',\quad S''+s'',\quad \delta P'',\quad \delta Q'',\quad \delta K'',\quad n\delta z,\quad w$$
für den durch m' gestörten Körper m''
$$n''\delta z'',\quad w'',\quad S''+s'',\quad \delta P'_{,,},\quad \delta Q'_{,,},\quad \delta K'_{,,},\quad n'\delta z',\quad w'$$

und so ferner wenn mehrere Körper vorhanden sind. Im Problem der vier Körper, für welches ich so eben die veränderlichen Gröfsen vollständig hingeschrieben habe, sind zwischen den neun Gröfsen δP, δQ und δK drei Bedingungsgleichungen, es kommen somit in diesem Problem mit Rücksicht auf diese Bedingungsgleichungen 15 oder 5.3 veränderliche Gröfsen vor, und gleicherweise findet man, dafs im Problem von n Körpern $5(n-1)$ veränderliche Gröfsen vorkommen. Das vollständige Problem der drei Körper, nemlich das Problem, in welchem sowohl die Bewegung des Körpers m, von der des Körpers m', so wie umgekehrt die Bewegung dieses von der jenes Körpers als wesentlich abhängig betrachtet werden mufs, erleidet in Bezug hierauf eine Ausnahme, denn in diesem Problem ist die Zahl der veränderlichen Gröfsen im Ganzen nur $5(3-1)-1=9$, wie aus dem obigen Schema hervorgeht. In der Mondstheorie ist noch eine Reduction zulässig. Diese Theorie ist ein specieller Fall des allgemeinen Problems der drei Körper, denn man kann in derselben die Reaction des Mondes auf die Sonne als ursprünglich gegeben betrachten, und es bleibt hiernach nur der Ort des Mondes zu ermitteln übrig. Somit kann man δK durch δP eliminiren, und es bleiben daher aufser den beiden Coordinaten der Sonne $n'\delta z'$ und w' nur die fünf veränderlichen Gröfsen $n\delta z$, w, $S+s$, δP und δQ in diesem Problem übrig. Diese sind die veränderlichen Gröfsen, von welchen die Ausdrücke der Fundamenta, nach welchen ich die Mondsstörungen berechne, Functionen sind, und es ist unmöglich, die Bestimmung der Mondsstörungen auf eine kleinere Zahl von veränderlichen Gröfsen zurück zu führen.

21.

Es kann interessant seyn die Ausdrücke der unabhängigen Elemente der Fundamenta durch die bekannten elliptischen Elemente kennen zu lernen, und ich werde daher diese Ausdrücke hier ableiten. Aus den Fundamentis geht schon unmittelbar hervor, dafs

$$p = \sin i \sin(\chi-\omega)$$
$$q = \sin i \cos(\chi-\omega)$$

wo

$$\chi-\omega = \int \cos i\, d\theta$$

ist, i die Neigung der Bahn gegen irgend eine beliebig angenommene Fundamental- oder Projectionsebene, und θ die Länge des aufsteigenden Knotens der Bahn mit dieser Ebene bedeutet. Es bedeutet hier ferner ω der Bogen vom Perihel rückwärts bis zu dem eben genannten Knoten, und $d\chi$ die Elementarrotation der Bahn um eine auf derselben senkrecht stehenden Achse.

Die Bedeutung der übrigen unabhängigen Elemente Ξ, Υ und Ψ, wofür man auch $\Xi+\frac{3}{2}e\Upsilon$, Υ und Ψ nehmen kann, läfst sich aus dem hier Vorgetragenen leicht ableiten. Da aber in den darauf sich beziehenden Ausdrücken veränderliche und constante elliptische Elemente unter einander vorkommen werden, so wird nöthig sie durch die Bezeichnung vollständig von einander zu unterscheiden, und ich werde demnach die veränderlichen Elemente durch die blofsen Buchstaben a, n, e, π, und die constanten durch dieselben, aber in Klammern eingeschlossenen Buchstaben bezeichnen.

Die Ausdrücke für die Elemente Ξ, Υ und Ψ, oder $\Xi+\frac{3}{2}e\Upsilon$, Υ und Ψ folgen sogleich aus den oben gefundenen rein elliptischen Werthen $-b$, von Ξ, 2ξ, von Υ und -2η, von Ψ, wenn wir in den Ausdrücken dieser durch die elliptischen Elemente, die Elemente a_0, n_0, e_0 und π_0 veränderlich und a, n, e und π constant und resp. in (a), (n), (e) und (π) übergehend betrachten. Für die Beziehung der somit entstehenden Ausdrücke zu dem Fall, in welchem die mit der Zeit multiplicirten Glieder fortgeschafft werden müssen, ist bei dieser Verwandlung der Elemente noch die Bewegung des Perihels $(n)\gamma t$ in Betracht zu ziehen. Wir erhalten nun, wenn wir die angezeigte Verwandlung mit den Elementen vornehmen, aus (16)

$$c^{-\nu} = \frac{(1-b)^{\frac{1}{2}}}{(1-2(e)\xi-(1-(e)^2)\xi^2-(1-(e)^2)\eta^2)^{\frac{1}{2}}}$$
$$\Xi = -1-c^{\nu}+2c^{-\nu}-3(e)\xi c^{-\nu}$$
$$\Upsilon = 2\xi c^{-\nu}$$
$$\Psi = -2\eta c^{-\nu}$$

Die Gleichungen (7) und (9) geben aber nach derselben Verwandlung

$$\left(1-2(e)\xi-(1-(e)^2)\xi^2-(1-(e)^2)\eta^2\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{(1-e^2)}}{\sqrt{(1-(e)^2)}}$$

$$(1-b)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{\frac{n}{(n)}} = \frac{an}{(a)(n)}$$

Wir haben demzufolge

$$c^{-\nu} = \frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}} \cdot \frac{\sqrt{(1-(e)^2)}}{(a)(n)} = \frac{h}{(h)}$$

$$\Xi = -1-\frac{(h)}{h}+2\frac{h}{(h)}-3(e)\frac{h}{(h)}\xi$$

$$\Upsilon = 2\frac{h}{(h)}\xi$$

$$\Psi = -2\frac{h}{(h)}\eta.$$

Die Gleichungen (6) geben

$$\xi = \frac{e}{1-(e)^2}\cos(\pi-\pi_0)-\frac{(e)}{1-(e)^2}$$

$$\eta = \frac{e}{1-(e)^2}\sin(\pi-\pi_0)$$

wo ich einstweilen den Bogen $\pi-\pi_0$ unverändert gelassen habe. Um den Bogen zu ermitteln, welcher hier nach der angezeigten Verwandlung der Elemente für $\pi-\pi_0$ substituirt werden mufs, ist nöthig, dafs wir zum Ursprung desselben zurückgehen. Dieser ist die Gleichung (3), welche nach der Verwandlung von τ in t folgendermaafsen gestellt werden kann,

$$\pi-\pi_0 = \bar{f}_0-\bar{f}$$

Nehmen wir in der rechten Seite dieser die Verwandlung der Elemente vor, so ergiebt sich

$$\pi-\pi_0 = f-\bar{f}$$

wo f die mit den veränderlichen elliptischen Elementen, und $\bar{f}$ die mit den constanten elliptischen Elementen und den Störungen der mittleren Länge zu berechnende wahre Anomalie ist. Nennen wir aber nun, wie oben, $v_,$ den vom Radius Vector durchlaufenen Bogen, dann ist einestheils

$$v_, = f+\pi$$

wo π veränderlich ist, und anderntheils

$$v_, = \bar{f}+(n)yt+(\pi)$$

wo (π) constant ist. Also

$$f-\bar{f} = -(\pi-(n)yt-(\pi))$$

Sonit ergiebt sich

$$\pi-\pi_0 = -(\pi-(n)yt-(\pi))$$

und hiemit

$$\xi = \frac{e}{1-(e)^2}\cos(\pi-(n)yt-(\pi))-\frac{(e)}{1-(e)^2}$$

$$\eta = \frac{e}{1-(e)^2}\sin(\pi-(n)yt-(\pi))$$

wenn wir diese Werthe in die obigen Ausdrücke für Ξ, Υ und Ψ substituiren, so bekommen wir

$$\left.\begin{aligned}
\Xi &= -1-\frac{(h)}{h}+2\frac{h}{(h)}-3\frac{(e)}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\left\{e\cos(\pi-(n)yt-(\pi))-(e)\right\}\\
\Upsilon &= \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\left\{e\cos(\pi-(n)yt-(\pi))-(e)\right\}\\
\Psi &= \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\sin(\pi-(n)yt-(\pi))
\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots(37)$$

Für die erste dieser kann man auch nach der Substitution des Werthes von Υ schreiben,

$$(38)\ldots\ldots\Xi+\tfrac{3}{2}(e)\Upsilon = -1-\frac{(h)}{h}+2\frac{h}{(h)}$$

welche mit der im Art. 10 auf anderem Wege gefundenen Gleichung (18) übereinstimmt. Man kann in diesem Ausdrucke die Gröfse erster Ordnung leicht von denen zweiter Ordnung absondern, denn es ist identisch

$$\frac{h}{(h)}+\frac{(h)}{h} = 2-\left(\frac{h}{(h)}-1\right)\left(\frac{(h)}{h}-1\right)$$

also erhalten wir

$$\Xi+\tfrac{3}{2}(e)\Upsilon = -3\left(\frac{(h)}{h}-1\right)-2\left(\frac{(h)}{h}-1\right)\left(\frac{h}{(h)}-1\right)$$

oder

$$\Xi+\tfrac{3}{2}(e)\Upsilon = 3\left(\frac{h}{(h)}-1\right)+\left(\frac{(h)}{h}-1\right)\left(\frac{h}{(h)}-1\right)$$

Ich füge hinzu, dafs $\frac{(h)}{h}$ der Quadratwurzel aus dem Parameter proportional ist.

Also die drei einfachen Gruppen von theils veränderlichen und theils constanten elliptischen Elementen

$$3\left(\frac{h}{(h)}-1\right)+\left(\frac{(h)}{h}-1\right)\left(\frac{h}{(h)}-1\right)$$

oder statt dessen $2\frac{h}{(h)}-\frac{(h)}{h}-1$;

$$\frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\left\{e\cos(\pi-(n)yt-(\pi))-(e)\right\};$$

und $\frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\sin(\pi-(n)yt-(\pi))$

besitzen die Eigenschaft, dafs man durch dieselben die Störungen der Länge in der Bahn vollständig darstellen kann, obgleich diese Länge Function von vier elliptischen Elementen ist. Durch die beiden letzten derselben lassen sich die Störungen des Radius Vectors vollständig darstellen, obgleich der Radius Vector Function von drei elliptischen Elementen ist. Diese drei Gruppen besitzen ferner die Eigenschaft, dafs sie, wenn man von den gegenseitigen Neigungen der Bahn des

gestörten und der Bahnen der störenden Körper, so wie von den Coordinaten der letzteren absieht, Functionen von nur drei vom gestörten Körper abhängigen veränderlichen Gröfsen sind. Nemlich Functionen von $n\delta z$, w und $S+s$ oder $\frac{(h)}{h}$. Man kann ferner durch dieselben die Differentiale der Störungen der mittleren Länge und des Logarithmus des Radius Vectors in endlicher Form darstellen, denn es ist aus den Fundamentis strenge

$$\frac{dz}{dt} = 1+[\overline{W}]+(1-e^{-w})^2\frac{(h)}{h}-\frac{\gamma}{\sqrt{(1-(e)^2)}}\cdot\frac{\bar{r}^2}{(a)^2}$$

$$\frac{1}{(n)}\frac{dw}{dt} = -\tfrac{1}{2}e^{-w}\left[\frac{\overline{dW}}{d\gamma}\right]+\tfrac{1}{2}\frac{\gamma}{\sqrt{(1-(e)^2)}}\frac{d.\bar{r}^2}{(a)^2\,dz}$$

wo

$$[\overline{W}] = (\Xi+\tfrac{3}{2}(e)\Upsilon)+\Upsilon\frac{\bar{r}}{(a)}\cos\bar{f}+\Psi\frac{\bar{r}}{(a)}\sin\bar{f}$$

und

$$\left[\frac{\overline{dW}}{d\gamma}\right] = -\Upsilon\frac{\sin\bar{f}}{\sqrt{(1-(e)^2)}}+\Psi\frac{\cos\bar{f}+(e)}{\sqrt{(1-(e)^2)}}$$

ist. Es entspringt hieraus unter andern eine bequeme Methode die Störungen von Cometen u. s. w. durch mechanische Quadraturen zu berechnen, worüber ich ein andermal das Nähere bekannt machen werde. Weiter unten werde ich Gelegenheit haben, noch andere Functionen der Länge und des Radius durch endliche und zum Theil linearische Functionen dieser drei Elemente auszudrücken.

22.

So wie wir oben die Elemente Ξ, Υ und Ψ durch die veränderlichen elliptischen Elemente ausgedrückt haben, ebenso können wir auch diese durch jene ausdrücken. Die Gleichung (38) giebt eine quadratische Gleichung für $\frac{(h)}{h}$ oder $\frac{h}{(h)}$ aus welcher sich

$$\left.\begin{aligned}\frac{(h)}{h} &= -\frac{1+\Xi+\frac{3}{2}(e)\Upsilon-\sqrt{((1+\Xi+\frac{3}{2}(e)\Upsilon)^2+8)}}{2}\\ \frac{h}{(h)} &= \frac{1+\Xi+\frac{3}{2}(e)\Upsilon+\sqrt{((1+\Xi+\frac{3}{2}(e)\Upsilon)^2+8)}}{4}\end{aligned}\right\}\cdots(39)$$

ergiebt. Die zweite und dritte der Gleichungen (37) geben ohne Mühe

$$e\cos(\pi-(n)yt-(\pi)) = (e)+\tfrac{1}{2}(1-(e)^2)\frac{h}{(h)}\Upsilon$$

$$e\sin(\pi-(n)yt-(\pi)) = \tfrac{1}{2}(1-(e)^2)\frac{h}{(h)}\Psi,$$

woraus

$$e = \sqrt{\left\{(e)^2+(e)(1-(e)^2)\frac{h}{(h)}\Upsilon+\tfrac{1}{4}(1-(e)^2)^2\frac{h^2}{(h)^2}\Upsilon^2+\tfrac{1}{4}(1-(e)^2)^2\frac{h^2}{(h)^2}\Psi^2\right\}}$$

$$tg(\pi-(n)yt-(\pi)) = \frac{(1-(e)^2)\frac{h}{(h)}\Upsilon}{2(e)+(1-(e)^2)\frac{h}{(h)}\Upsilon}$$

folgt. Aus der ersten Gleichung (37) ziehen wir den Werth von $\frac{(a)}{a}$ auf folgende Art. Erheben wir die zweite und dritte derselben Gleichungen ins Quadrat, so bekommen wir

$$-8\frac{h^2}{(h)^2}\frac{(e)\,e\cos(\pi-(n)yt-(\pi))}{(1-(e)^2)^2} = \Upsilon^2+\Psi^2-4\frac{h^2}{(h)^2}\frac{e^2}{(1-(e)^2)^2}-4\frac{h^2}{(h)^2}\frac{(e)^2}{(1-(e)^2)^2}$$

eliminiren wir hiemit $\cos(\pi-(n)yt-(\pi))$ aus dem Werthe von Ξ, so ergiebt sich

$$\frac{h}{(h)}\Xi = -\frac{h}{(h)}-1+2\frac{h^2}{(h)^2}-\tfrac{3}{2}\frac{h^2}{(h)^2}\frac{e^2}{1-(e)^2}+\tfrac{3}{2}\frac{h^2}{(h)^2}\frac{(e)^2}{1-(e)^2}+\tfrac{3}{8}(1-(e)^2)\{\Upsilon^2+\Psi^2\}$$

aber es ist identisch

$$\frac{h}{(h)} = \tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\frac{h^2}{(h)^2}-\tfrac{1}{2}\left(\frac{h}{(h)}-1\right)^2$$

Hiemit geht der vorstehende Ausdruck in

$$\frac{h}{(h)}\Xi = -\tfrac{3}{2}+\tfrac{1}{2}\left(\frac{h}{(h)}-1\right)^2+\tfrac{3}{2}\frac{h^2(1-e^2)}{(h)^2(1-(e)^2)}+\tfrac{3}{8}(1-(e)^2)\{\Upsilon^2+\Psi^2\}$$

über. Da nun

$$\frac{h^2(1-e^2)}{(h)^2(1-(e)^2)} = \frac{(a)}{a}$$

ist, so ergiebt sich hieraus

$$\frac{(a)}{a} = 1+\tfrac{2}{3}\Xi-\tfrac{1}{3}\left(\frac{h}{(h)}-1\right)^2+\tfrac{2}{3}\left(\frac{h}{(h)}-1\right)\Xi-\tfrac{1}{4}(1-(e)^2)\{\Upsilon^2+\Psi^2\}.$$

Diese Ausdrücke für e, $tg(\pi - (n)yt - (\pi))$ und $\frac{(a)}{a}$ enthalten außer den unabhängigen Elementen Ξ, Υ und Ψ noch das abhängige Element $\frac{h}{(h)}$ oder $\frac{(h)}{h}$, diese kann man aber durch die Ausdrücke (39) eliminiren, und somit wird man jene elliptischen Elemente durch Ξ, Υ und Ψ in endlicher Form ausgedrückt erhalten.

23.

Die Richtigkeit der im Vorhergehenden gegebenen Ableitung der Ausdrücke der Elemente Ξ, Υ und Ψ durch die veränderlichen elliptischen Elemente aus den rein elliptischen Werthen $-b_r$, 2ξ, und -2η derselben bedarf zwar keines weiteren Beweises, da an sich klar ist, dafs die rein elliptischen Werthe nicht nur dieser, sondern aller möglichen Elemente, wenn sie durch die rein elliptischen Elemente ausgedrückt werden, die nemliche Form haben müssen, wie die vollständigen Werthe derselben Elemente, wenn man sie durch die veränderlichen elliptischen Elemente ausdrückt. Um aber von dieser Seite nichts zu wünschen übrig zu lassen, werde ich die obigen Ausdrücke aus den in den Fundamentis gegebenen Ausdrücken für die Differentiale von Ξ, Υ und Ψ direct ableiten. Diese sind schon im Art. 10 angeführt. Nehmen wir davon die zwei ersten, und statt der dritten die dort aus denselben abgeleitete Gleichung (18). Substituiren wir diese vor allen Dingen in das letzte Glied des Ausdrucks für $\frac{d\Psi}{dt}$, dann erhalten wir mit Anwendung der hier eingeführten Bezeichnung der unveränderlichen elliptischen Elemente, und wenn wir $(n)y$ für y schreiben,

$$\left.\begin{aligned} 2(h)\left\{\left(\frac{(a)}{r}+\frac{h^2}{(h)^2}\cdot\frac{1}{1-(e)^2}\right)\sin\bar{f}\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)-\frac{(a)}{r}\cos\bar{f}r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\} &= \frac{d\Psi}{dt}+(n)y\Upsilon+(n)y\frac{2(e)}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)} \\ 2(h)\left\{\left(\frac{(a)}{r}+\frac{h^2}{(h)^2}\cdot\frac{1}{1-(e)^2}\right)\cos\bar{f}\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)+\frac{(a)}{r}\sin\bar{f}r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\} &= \frac{d\Upsilon}{dt}-(n)y\Psi+\frac{2(e)}{1-(e)^2}\frac{d\cdot\frac{h}{(h)}}{dt} \end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots\ldots(40)$$

Von der andern Seite sind die *Lagrange*'schen Ausdrücke für die veränderlichen Elemente e und π folgende

$$\frac{de}{dt} = an\frac{1-e^2}{e}\left(\frac{d\Omega}{dc}\right)-an\frac{\sqrt{(1-e^2)}}{e}\left(\frac{d\Omega}{d\pi}\right)$$

$$\frac{d\pi}{dt} = an\frac{\sqrt{(1-e^2)}}{e}\left(\frac{d\Omega}{de}\right)$$

wo c die mittlere Anomalie für $t=0$ bedeutet. Es ist nun

$$\left(\frac{d\Omega}{dc}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dv}\right)\left(\frac{dv}{dc}\right)+r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\frac{d\,lr}{dc}$$

$$\left(\frac{d\Omega}{de}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dv}\right)\left(\frac{dv}{de}\right)+r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\frac{d\,lr}{de}$$

$$\left(\frac{d\Omega}{d\pi}\right) = \left(\frac{d\Omega}{dv}\right)$$

$$\left(\frac{dv}{dc}\right) = \frac{a^2}{r^2}\sqrt{(1-e^2)} = \frac{e}{\sqrt{(1-e^2)}}\left(\frac{a}{r}+\frac{1}{1-e^2}\right)\cos f+\frac{1}{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}};\quad \left(\frac{d\,lr}{dc}\right) = \frac{e}{\sqrt{(1-e^2)}}\frac{a}{r}\sin f$$

$$\left(\frac{dv}{de}\right) = \left(\frac{a}{r}+\frac{1}{1-e^2}\right)\sin f;\quad \left(\frac{d\,lr}{de}\right) = -\frac{a}{r}\cos f$$

Hiemit gehen die obigen Ausdrücke über in

$$\frac{de}{dt} = an\sqrt{(1-e^2)}\left\{\left(\frac{a}{r}+\frac{1}{1-e^2}\right)\cos f\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)+\frac{a}{r}\sin f r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\}+\frac{an}{\sqrt{(1-e^2)}}e\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)$$

$$e\frac{d\pi}{dt} = an\sqrt{(1-e^2)}\left\{\left(\frac{a}{r}+\frac{1}{1-e^2}\right)\sin f\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)-\frac{a}{r}\cos f r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\}.$$

Bedenken wir nun, dafs identisch

$$\frac{1}{1-e^2} = \frac{a}{(a)}\frac{h^2}{(h)^2}\frac{1}{1-(e)^2};\quad an\sqrt{(1-e^2)} = \frac{(h)}{h}(1-(e)^2)(h)\frac{(a)}{a}$$

ist, und berücksichtigen wir aufserdem die Gleichung

$$(h)\frac{h^2}{(h)^2}\left(\frac{d\Omega}{d\sigma}\right) = -\frac{d\,\frac{h}{(h)}}{dt}$$

dann bekommen wir hieraus leicht

$$\frac{de}{dt} = \frac{(h)}{h}(1-(e)^2)(h)\left\{\left(\frac{(a)}{r}+\frac{h^2}{(h)^2}\frac{1}{1-(e)^2}\right)\cos f\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)+\frac{(a)}{r}\sin f r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\} - \frac{(h)}{h}e\,\frac{d\frac{h}{(h)}}{dt}$$

$$e\frac{d\pi}{dt} = \frac{(h)}{h}(1-(e)^2)(h)\left\{\left(\frac{(a)}{r}+\frac{h^2}{(h)^2}\frac{1}{1-(e)^2}\right)\sin f\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)-\frac{(a)}{r}\cos f r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\}$$

und diese verwandeln wir durch Multiplicationen mit $\frac{h}{(h)}\frac{\cos(\bar f-f)}{1-(e)^2}$ und $\frac{h}{(h)}\frac{\sin(\bar f-f)}{1-(e)^2}$ in folgende

$$\frac{1}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\cos(\bar f-f)\frac{de}{dt} - \frac{1}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\sin(\bar f-f)\frac{d\pi}{dt} = (h)\left\{\left(\frac{(a)}{r}+\frac{h^2}{(h)^2}\frac{1}{1-(e)^2}\right)\cos\bar f\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)+\frac{(a)}{r}\sin\bar f r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\} - \frac{e\cos(\bar f-f)}{1-(e)^2}\frac{d\frac{h}{(h)}}{dt}$$

$$\frac{1}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\sin(\bar f-f)\frac{de}{dt} + \frac{1}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\cos(\bar f-f)\frac{d\pi}{dt} = (h)\left\{\left(\frac{(a)}{r}+\frac{h^2}{(h)^2}\frac{1}{1-(e)^2}\right)\sin\bar f\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)-\frac{(a)}{r}\cos\bar f r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\} - \frac{e\sin(\bar f-f)}{1-(e)^2}\frac{d\frac{h}{(h)}}{dt}$$

Vergleichen wir diese mit den Gleichungen (40), dann bekommen wir die folgenden zwei linearischen Differentialgleichungen

$$\frac{d\Upsilon}{dt} - (n)y\Psi + A = 0$$

$$\frac{d\Psi}{dt} + (n)y\Upsilon + B = 0$$

wo

$$A = \frac{2(e)}{1-(e)^2}\frac{d\cdot\frac{h}{(h)}}{dt} - \frac{2e\cos(\bar f-f)}{1-(e)^2}\frac{d\cdot\frac{h}{(h)}}{dt} - \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\cos(\bar f-f)\frac{de}{dt} + \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\sin(\bar f-f)\frac{d\pi}{dt}$$

$$B = (n)y\frac{2(e)}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)} - \frac{2e\sin(\bar f-f)}{1-(e)^2}\frac{d\cdot\frac{h}{(h)}}{dt} - \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\sin(\bar f-f)\frac{de}{dt} - \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\cos(\bar f-f)\frac{d\pi}{dt}$$

Integriren wir diese Differentialgleichungen auf bekannte Art, so ergiebt sich

$$\Upsilon = k\cos(n)yt + k_,\sin(n)yt$$

$$\Psi = -k\sin(n)yt + k_,\cos(n)yt$$

wo

$$\frac{dk}{dt} = -A\cos(n)yt + B\sin(n)yt$$

$$\frac{dk_,}{dt} = -A\sin(n)yt - B\cos(n)yt$$

Nach Substitution der Werthe von A und B in diese Gleichungen, und mit Rücksicht auf die oben gefundene Gleichung

$$\bar f - f = \pi - (n)yt - (\pi)$$

erhalten wir

$$\frac{dk}{dt} = (n)y\frac{2(e)}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\sin(n)yt - \frac{2(e)}{1-(e)^2}\cos(n)yt\frac{d\cdot\frac{h}{(h)}}{dt}$$
$$+\frac{2}{1-(e)^2}e\cos(\pi-(\pi))\frac{d\cdot\frac{h}{(h)}}{dt} + \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\cos(\pi-(\pi))\frac{de}{dt} - \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\sin(\pi-(\pi))\frac{d\pi}{dt}$$

$$\frac{dk_,}{dt} = -(n)y\frac{2(e)}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\cos(n)yt - \frac{2(e)}{1-(e)^2}\sin(n)yt\frac{d\cdot\frac{h}{(h)}}{dt}$$
$$+\frac{2}{1-(e)^2}e\sin(\pi-(\pi))\frac{d\cdot\frac{h}{(h)}}{dt} + \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\sin(\pi-(\pi))\frac{de}{dt} + \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\cos(\pi-(\pi))\frac{d\pi}{dt}$$

welche Ausdrücke vollständige Differentiale sind. Integriren wir sie, und bedenken, dafs die den Integralen hinzuzufügenden willkührlichen Constanten so bestimmt werden müssen, dafs k und $k_{\prime}$ verschwinden, wenn die störenden Kräfte verschwinden, wodurch diese Constanten gleich Null werden, so bekommen wir

$$k = -\frac{2(e)}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\cos(n)\gamma t + \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\cos(\pi-(\pi))$$

$$k_{\prime} = -\frac{2(e)}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\sin(n)\gamma t + \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\sin(\pi-(\pi))$$

und hiemit

$$\Upsilon = \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\left\{e\cos(\pi-(n)\gamma t-(\pi))-(e)\right\}$$

$$\Psi = \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}e\sin(\pi-(n)\gamma t-(\pi))$$

mit den oben auf ganz anderem Wege gefundenen Werthen dieser Gröfsen übereinstimmend.

24.

Um den obigen Ausdruck für $\frac{(a)}{a}$ direct aus den Werthen der Fundamenta für die Differentiale von Ξ, Υ und Ψ abzuleiten, wende ich das folgende Verfahren an. Der Ausdruck für das Differential von $\frac{1}{a}$ durch die veränderlichen elliptischen Elemente ist

$$\frac{d.\frac{1}{a}}{dt} = -2n\left(\frac{d\Omega}{dc}\right)$$

wofür wir auch schreiben können

$$\frac{d.\frac{1}{a}}{dt} = -2\left(\frac{d\Omega}{dv}\right)\left(\frac{dv}{dt}\right) - 2r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\left(\frac{d\,lr}{dt}\right) \quad\ldots\ldots(41)$$

Betrachten wir nun v und r als Functionen von z und w, dann haben wir

$$(a)\left(\frac{dv}{dt}\right) = (h)\frac{(a)^2}{\bar r^2}(1-(e)^2)\left(\frac{dz}{dt}\right) + (a)(n)\gamma$$

$$(a)\left(\frac{d\,lr}{dt}\right) = (h)(e)\frac{(a)}{\bar r}\sin\bar f\left(\frac{dz}{dt}\right) + (a)\frac{dw}{dt}.$$

Aus den Fundamentis entnehmen wir

$$\frac{dz}{dt} = \frac{(h)}{h}c^{-2w} - \frac{\gamma}{\sqrt{(1-(e)^2)}}\frac{\bar r^2}{(a)^2}; \quad r = \bar r c^{w}$$

wo c die Grundzahl der hyperbolischen Logarithmen ist, hiemit gehen die vorstehenden Ausdrücke in folgende über

$$\left.\begin{aligned}(a)\frac{dv}{dt} &= (h)\frac{(h)}{h}\frac{(a)^2}{\bar r r}c^{-w}(1-(e)^2)\\ (a)\frac{d\,lr}{dt} &= (h)\frac{(h)}{h}\frac{(a)}{r}c^{-w}(e)\sin\bar f - (h)\frac{\gamma}{\sqrt{(1-(e)^2)}}\frac{\bar r}{(a)}(e)\sin\bar f + (a)\frac{dw}{dt}\end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots(42)$$

Aus den Fundamentis haben wir ferner

$$(43)\ldots\ldots\ldots\left(\overline{\frac{d\zeta}{d\tau}}\right) = \frac{(h)}{h}c^{-2w}$$

und die dort pag. 261 gegebene Gleichung (5) läfst sich wie folgt schreiben

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = 1+[W]+(1-c^{-\beta})^2\frac{(h)}{h}$$

welche, wenn man den Werth von $[W]$ substituirt, und τ in t verwandelt, in folgende übergeht,

$$\left(\overline{\frac{d\zeta}{d\tau}}\right) = 1+\Xi+\Upsilon\left(\frac{\bar r}{(a)}\cos\bar f+\tfrac{3}{2}(e)\right)+\Psi\frac{\bar r}{(a)}\sin\bar f+(1-c^{-w})^2\frac{(h)}{h}$$

eliminirt man hieraus $\left(\overline{\frac{d\zeta}{d\tau}}\right)$ durch (43), so bekommt man leicht

$$c^{-w} = \tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}\frac{h}{(h)}+\tfrac{1}{2}\frac{h}{(h)}\Xi+\tfrac{1}{2}\frac{h}{(h)}\Upsilon\left(\frac{\bar r}{(a)}\cos\bar f+\tfrac{3}{2}(e)\right)+\tfrac{1}{2}\frac{h}{(h)}\Psi\frac{\bar r}{(a)}\sin\bar f$$

und wenn man hieraus Ξ durch

$$0 = \Xi+\tfrac{3}{2}(e)\Upsilon+1+\frac{(h)}{h}-2\frac{h}{(h)}$$

eliminirt

$$(44)\ldots\ldots c^{-w} = \frac{h^2}{(h)^2}+\tfrac{1}{2}\frac{h}{(h)}\Upsilon\frac{\bar r}{(a)}\cos\bar f+\tfrac{1}{2}\frac{h}{(h)}\Psi\frac{\bar r}{(a)}\sin\bar f$$

Durch Hülfe dieser und der Gleichung

$$\frac{(a)}{\bar r} = \frac{1}{1-(e)^2}+\frac{(e)}{1-(e)^2}\cos\bar f$$

geht die erste Gleichung (42) in folgende über:

$$(a)\frac{dv}{dt} = (h)\frac{h}{(h)}\frac{(a)}{r}+(h)\frac{h}{(h)}(e)\frac{(a)}{r}\cos\bar f+\tfrac{1}{2}(h)(1-(e)^2)\Upsilon\frac{(a)}{r}\cos\bar f+\tfrac{1}{2}(h)(1-(e)^2)\Psi\frac{(a)}{r}\sin\bar f$$

Es ist aber identisch

$$0 = (h)\frac{h}{(h)}\frac{(a)}{\bar r}c^{-w}-(h)\frac{h}{(h)}\frac{(a)}{r}$$

also wenn man erst c^{-w} und nachdem $\frac{(a)}{\bar r}$ durch die vorstehenden Werthe dieser Gröfsen eliminirt,

$$0 = -(h)\frac{h}{(h)}\frac{(a)}{r}+(h)\frac{h^3}{(h)^3}\frac{1}{1-(e)^2}+(h)\frac{h^3}{(h)^3}\frac{(e)}{1-(e)^2}\cos\bar f+\tfrac{1}{2}(h)\frac{h^2}{(h)^2}\Upsilon\cos\bar f+\tfrac{1}{2}(h)\frac{h^2}{(h)^2}\Psi\sin\bar f$$

Addirt man diese Gleichung zum vorstehenden Werthe von $(a)\frac{dv}{dt}$, so bekommt man

$$(a)\frac{du}{dt} = (e)(h)\frac{h}{(h)}\left\{\frac{(a)}{r} + \frac{h^2}{(h)^2}\frac{1}{1-(e)^2}\right\}\cos\bar{f} + \tfrac{1}{2}(1-(e)^2)\Upsilon\left\{\frac{(a)}{r} + \frac{h^2}{(h)^2}\frac{1}{1-(e)^2}\right\}\cos\bar{f}$$
$$+\tfrac{1}{2}(1-(e)^2)\Psi\left\{\frac{(a)}{r} + \frac{h^2}{(h)^2}\frac{1}{1-(e)^2}\right\}\sin\bar{f} + \frac{(h)}{1-(e)^2}\frac{h^2}{(h)^2}$$

Das Differential der zweiten Gleichung (7) pag. 262 der Fundamenta läfst sich wie folgt schreiben:

$$\frac{dw}{dt} = -\tfrac{1}{2}(n)c^{-w}\left[\frac{dW}{dy}\right] + \gamma\frac{(n)}{1-(e)^2}\frac{\bar{r}}{(a)}(e)\sin\bar{f}$$

woraus durch die Substitution des hier im Art. 20 angeführten Werthes von $\left[\frac{dW}{dy}\right]$ hervorgeht,

$$(a)\frac{dw}{dt} = \tfrac{1}{2}(h)\Upsilon c^{-w}\sin\bar{f} - \tfrac{1}{2}(h)\Psi c^{-w}(\cos\bar{f} + (e)) + \frac{\gamma}{\sqrt{(1-(e)^2)}}(h)(e)\frac{\bar{r}}{(a)}\sin\bar{f}$$

Hiemit geht die zweite Gleichung (42) in folgende über:

$$(a)\frac{d\,lr}{dt} = (h)(e)\frac{(h)}{h}\frac{(a)}{r}c^{-w}\sin\bar{f} + \tfrac{1}{2}(h)\Upsilon c^{-w}\sin\bar{f} - \tfrac{1}{2}(h)\Psi c^{-w}(\cos\bar{f} + (e))$$

und wenn man in das erste Glied für c^{-w} seinen Werth aus (44) setzt,

$$(a)\frac{d\,lr}{dt} = (h)(e)\frac{h}{(h)}\frac{(a)}{r}\sin\bar{f} + \tfrac{1}{2}(h)(e)\Upsilon\frac{\bar{r}}{r}\sin\bar{f}\cos\bar{f} + \tfrac{1}{2}(h)(e)\Psi\frac{\bar{r}}{r}\sin^2\bar{f}$$
$$+\tfrac{1}{2}(h)\Upsilon c^{-w}\sin\bar{f} \qquad -\tfrac{1}{2}(h)\Psi c^{-w}(\cos\bar{f} + (e))$$

Da nun

$$\cos\bar{f} = \frac{(a)}{\bar{r}}\frac{1-(e)^2}{(e)} - \frac{1}{(e)} \text{ und } \frac{\bar{r}}{r} = c^{-w}$$

ist, so kann man diesen Ausdruck leicht in folgenden verwandeln:

$$(a)\frac{d\,lr}{dt} = (h)(e)\frac{h}{(h)}\frac{(a)}{r}\sin\bar{f} + \tfrac{1}{2}(h)(1-(e)^2)\Upsilon\frac{(a)}{r}\sin\bar{f} - \tfrac{1}{2}(h)(1-(e)^2)\Psi\frac{(a)}{r}\cos\bar{f}$$

Die so gestellten Werthe von $(a)\left(\frac{dv}{dt}\right)$ und $(a)\left(\frac{d\,lr}{dt}\right)$ geben, wenn man sie in (41) substituirt,

$$\frac{d\frac{(a)}{a}}{dt} = -2(h)(e)\frac{h}{(h)}\left\{\left(\frac{(a)}{r} + \frac{h^2}{(h)^2}\frac{1}{1-(e)^2}\right)\cos\bar{f}\left(\frac{d\Omega}{dv}\right) + \frac{(a)}{r}\sin\bar{f}\,r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\}$$
$$-(1-(e)^2)(h)\Upsilon\left\{\left(\frac{(a)}{r} + \frac{h^2}{(h)^2}\frac{1}{1-(e)^2}\right)\cos\bar{f}\left(\frac{d\Omega}{dv}\right) + \frac{(a)}{r}\sin\bar{f}\,r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\}$$
$$-(1-(e)^2)(h)\Psi\left\{\left(\frac{(a)}{r} + \frac{h^2}{(h)^2}\frac{1}{1-(e)^2}\right)\sin\bar{f}\left(\frac{d\Omega}{dv}\right) - \frac{(a)}{r}\cos\bar{f}\,r\left(\frac{d\Omega}{dr}\right)\right\} + \frac{2}{1-(e)^2}\frac{h}{(h)}\frac{d\cdot\frac{h}{(h)}}{dt}$$

Substituiren wir nun hierin für die in $\{\ \}$ eingeschlossenen Gröfsen ihre Werthe aus (40), so ergiebt sich sogleich

$$\frac{d\cdot\frac{(a)}{a}}{dt} = 2\frac{h}{(h)}\frac{d\cdot\frac{h}{(h)}}{dt} - (e)\Upsilon\frac{d\cdot\frac{h}{(h)}}{dt} - (e)\frac{h}{(h)}\frac{d\Upsilon}{dt} - \tfrac{1}{2}(1-(e)^2)\left\{\Upsilon\frac{d\Upsilon}{dt} + \Psi\frac{d\Psi}{dt}\right\}$$

dessen Integral ist

$$\frac{(a)}{a} = const. + \frac{h^2}{(h)^2} - (e)\frac{h}{(h)}\Upsilon - \tfrac{1}{2}(1-(e)^2)\left\{\Upsilon^2 + \Psi^2\right\}$$

Da die linke Seite dieser Gleichung gleich Eins wird, wenn die störenden Kräfte verschwinden, und die rechte Seite in demselben Falle denselben Werth annimmt, so ist die hinzugefügte Constante gleich Null, und wir haben also

$$\frac{(a)}{a} = \frac{h^2}{(h)^2} - (e)\frac{h}{(h)}\Upsilon - \tfrac{1}{2}(1-(e)^2)\left\{\Upsilon^2 + \Psi^2\right\}$$

Eliminiren wir hieraus Υ vermittelst der Gleichung

$$0 = \Xi + \tfrac{1}{2}(e)\Upsilon + 1 + \frac{(h)}{h} - 2\frac{h}{(h)}$$

dann ergiebt sich

$$\frac{(a)}{a} = 1 + \tfrac{3}{2}\Xi + \tfrac{3}{2}\left(\frac{h}{(h)} - 1\right)\Xi - \tfrac{1}{2}\left(\frac{h}{(h)} - 1\right)^2 - \tfrac{1}{2}(1-(e)^2)\left\{\Upsilon^2 + \Psi^2\right\}$$

mit dem im Art. 22 auf ganz andere Art gefundenen Ausdrucke für $\frac{(a)}{a}$ übereinstimmend.

Diese Gleichung dient mir unter andern zur Controlle bei der Berechnung der Mondstörungen.

Hansen.

Altona 1841. Mai 27.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 426.

Auszug aus einem Schreiben Sr. Excellenz des Herrn Staatsraths *v. Struve* an den Herausgeber.

Heute sende ich Ihnen eine Note, die ich neulich bei der Akademie verlesen habe.

Sur les constantes de l'Aberration et de la Nutation; par M. *Struve* (lu le 29 Janvier 1841).

A une époque où, dans l'astronomie pratique, les efforts réunis des astronomes et des artistes tendent à pousser à la dernière exactitude possible l'observation des lieux des corps célestes, il est de la plus grande importance de voir les élémens de la réduction, savoir: la précession, l'aberration et la nutation, fixées avec une précision qui surpasse de beaucoup l'exactitude de l'observation isolée. C'est alors seulement qu'il devient possible de déduire d'une série d'observations les résultats vrais, c. à d., non altérés par l'incertitude des élémens de la réduction.

Par une communication que j'ai faite antérieurement à l'Académie, on sait que l'évaluation de la constante de l'aberration est l'objet d'observations soignées dont je m'occupe à l'aide du grand instrument de passages de *Repsold*. Cet instrument, établi dans le premier vertical, paraissait tout-à-fait propre à ce but, en ce que, par sa construction nouvelle et particulière, par ses dimensions et sa force optique, il promettait de fournir certaines distances zénithales avec une exactitude tout-à-fait distinguée. Et maintenant déjà, j'ai la satisfaction de pouvoir présenter à l'Académie un résultat tiré des observations de l'étoile v de la grande Ourse qui, au mois de Mai passé, était au maximum de l'aberration, ainsi qu'en Novembre au minimum. Voici le relevé de ces observations:

Distances au nord du zénith

vers le maximum.			vers le minimum.		
1840.	Distances observées.	Distances réduites à 1840,00.	1840.	Distances observées.	Distances réduites à 1840,00.
Mai 3	65"69	55"11	Oct. 2	36"59	55"14
4	65,64	55,01	3	36,09	54,90
5	65,75	55,07	4	36,06	55,14
6	65,84	55,12	5	35,66	55,00
14	66,20	55,30	28	29,94	54,76
16	65,98	55,08	29	29,78	54,80
22	65,90	55,10	30	24,19	54,41
24	65,96	55,23	Nov. 1	28,99	54,61
Juin 1	65,36	55,07	2	29,17	54,98
4	65,24	55,21			

La réduction aux distances moyennes pour 1840,00 a été faite à l'aide des données du précieux catalogue de M. *Argelander*. En prenant seulement les moyennes des distances réduites, nous avons pour le maximum 55"130, et pour le minimum 54"860, dont la différence, de 0"270, indique immédiatement une correction positive pour l'aberration employée de 20"255. Pour évaluer cette correction au juste, je compare les distances réduites avec la formule $55''00 + c + mx$, dans laquelle x est la coëfficient de la correction de l'aberration 20,255, selon *Delambre*. De là je tire les équations suivantes:

Vers le maximum.	Erreur restante.	Vers le minimum.	Erreur restante.
$+0''11 = c + 13{,}6\,x$	$-0''02$	$+0''14 = c - 7{,}5\,x$	$+0''25$
$+0{,}01 = c + 13{,}7\,x$	$-0{,}12$	$-0{,}10 = c - 7{,}8\,x$	$+0{,}03$
$+0{,}07 = c + 13{,}8\,x$	$-0{,}06$	$+0{,}14 = c - 8{,}0\,x$	$+0{,}25$
$+0{,}12 = c + 13{,}9\,x$	$-0{,}02$	$0{,}00 = c - 8{,}3\,x$	$+0{,}14$
$+0{,}30 = c + 14{,}5\,x$	$+0{,}15$	$-0{,}24 = c - 12{,}6\,x$	$-0{,}07$
$+0{,}08 = c + 14{,}7\,x$	$-0{,}06$	$-0{,}20 = c - 12{,}8\,x$	$-0{,}02$
$+0{,}10 = c + 15{,}0\,x$	$-0{,}05$	$-0{,}59 = c - 12{,}9\,x$	$-0{,}40$
$+0{,}23 = c + 15{,}1\,x$	$+0{,}08$	$-0{,}03 = c - 13{,}1\,x$	$-0{,}21$
$+0{,}07 = c + 15{,}2\,x$	$-0{,}06$	$-0{,}02 = c - 13{,}1\,x$	$+0{,}16$
$+0{,}21 = c + 15{,}2\,x$	$+0{,}06$		

La solution de ces équations par la méthode des moindres carrés donne:

$$c = -0''028, \text{ avec le poids } 18{,}26,$$
$$x = +0{,}01177 \qquad 3061{,}80;$$

d'où suit

la distance moyenne au nord du zénith pour 1840,00 $= 54''972$, avec l'erreur probable $0''023$;
la constante de l'aberration
$= 20''493$, avec l'erreur probable $0''040$.

Les erreurs qui restent dans les équations après la substitution des valeurs trouvées pour les deux inconnues, sont ajoutées aux équations, et nous fournissent l'erreur probable d'une distance zénithale isolée $= 0''109$. Mais voilà un point digne d'attention qui se manifeste. Le premier coup d'oeil nous fait apercevoir que l'accord des observations du maximum est beaucoup meilleur que celui du minimum. L'explication en est facile. Les observations du maximum tombent sur les six heures environ du soir, heure qui est la plus favorable de la journée, parce que les images des étoiles y sont

les plus précises et les plus tranquilles; tandis que pour le minimum l'observation matinale n'offre que très rarement des images de la même qualité. Les erreurs probables d'une distance zénithale sont, dans les deux époques séparées, 0"05 et 0"15, dans le rapport de 1 : 3, c. à d., qu'une seule observation du soir est équivalente à 9 observations matinales. En tous cas, nous voyons ici, dans la mesure de la distance zénithale l'exemple d'une exactitude qui, presque, n'est limitée que par les circonstances atmosphériques.

Quant à l'aberration = 20"493, quoique l'erreur probable n'en soit que de 0"04, je ne la regarde aucunement comme definitive. Elle n'est basée que sur un petit nombre d'observations d'une seule étoile, laquelle n'est pas même bien placée pour l'évaluation de l'aberration, dont le maximum n'atteint que 15"2. Elle est, en outre, influencée par les petites incertitudes de la nutation et du mouvement propre, ainsi que par une valeur possible de la parallaxe. Donc, pour avancer dans cette recherche, non seulement les observations de υ de l'Ourse seront continuées, mais un nombre d'autres étoiles plus propres, c. à d., plus proches au pole de l'écliptique, ont déjà été observées en Septembre passé dans le maximum, et j'attends à présent qu'elles passent au minimum au mois de Mars prochain. Néanmoins, j'ose avancer que l'augmentation de l'aberration me parait déjà décidée, et que la valeur indiquée a le mérite d'être basée sur des observations tout-à-fait absolues, savoir, dans lesquelles toutes les erreurs de l'instrument sont éliminées par l'opération même de l'observation. Sous ce point de vue, cette nouvelle détermination l'emporte sur toutes les valeurs trouvées pour cet élément par différens astronomes, depuis un siècle.

La réduction d'observations aussi exactes fait sentir, comme je l'ai déjà indiqué, le besoin d'élémens de réduction plus sûrs que ceux dont nous nous servons à présent. Si, pour les mouvemens des étoiles fixes, un tems très-considérable n'a pu nous fournir que les premiers indices: dès à présent, le perfectionnement des observations et de la réduction seront les conditions de progrès plus rapides. Supposons que l'astronomie parvienne à décupler l'exactitude des positions des étoiles et des élémens de réduction: alors une perspective de progrès frappans s'ouvre à la science; vu que 30 ans suffiront pour faire connaître des mouvemens qui, sans cela, ne se seraient manifestés qu'après trois siècles. Il paraît certain que les observations des distances zénithales, continuées avec notre instrument, durant la révolution entière du nœud de la lune de 18⅔ ans, mèneront à une détermination presque definitive de la nutation. Heureusement il y a des observations antérieures qui, dès à présent, peuvent servir à la fixer plus exactement. M. le Baron *de Lindenau*, il y a plus de 25 ans, a eu le premier l'heureuse idée d'employer les ascensions droites de l'étoile polaire pour la détermination de la nutation, et il parait que, dans aucun autre phénomène céleste, cette quantité ne se prononce d'une manière aussi frappante. Après avoir compulsé plus de 800 ascensions droites, observées dans l'espace de 60 ans par *Bradley*, *Maskelyne*, *Pond*, *Bessel* et lui-même, M. *de Lindenau* avait trouvé la constante de la nutation égale à 8"97707, considérablement plus petite que les valeurs trouvées et adoptées jusqu'alors. On sait que *Laplace*, dans sa Mécanique céleste, l'évalue à 10"056, quantité déduite par la théorie, en supposant la masse de la lune connue par d'autres actions. *Bessel*, dans ses Fundamenta, employa, d'après *Zach*, 9"648, *Maskelyne* avait trouvé, par ses propres observations, 9"55, *Bradley* lui-même la supposa en nombre rond 9". Entre les deux valeurs, celle de *Laplace* et celle de M. *de Lindenau*, il y a une différence de 1"079. Comment, à present, faire justement la réduction d'observations qui sont exactes à une très-petite fraction de la seconde près, si, sur un seul élément de réduction, il existe une incertitude semblable? Cette remarque fait ressortir tout le mérite du travail de M. *de Lindenau*. Aussi *Bessel*, dans ses Tabulæ Regiomontanæ, ouvrage unique dans l'histoire de l'astronomie, n'a-t-il pas hésité d'employer la constante de *Lindenau*. Mais, si nous considérons que, depuis le travail de ce savant, une révolution entière du nœud de la lune s'est accomplie, si nous apprécions le perfectionnement progressif des instrumens, nous sommes engagés à soumettre la nutation à un nouvel examen, en employant les observations de la même espèce, mais plus récentes. A Dorpat, le cercle méridien de *Reichenbach* fut placé en 1822, et jusqu'en 1838, époque où j'ai quitté l'observatoire, l'ascension droite de l'étoile polaire a été un objet principal de l'usage de cet instrument, tant pour moi, que pour feu M. *Preuss*, mon adjoint, qui s'occupait des observations méridiennes, depuis que je m'étais voué aux recherches sur les étoiles doubles, au moyen de la grande lunette de *Fraunhofer*. Les volumes IV à VIII des annales astronomiques de Dorpat renferment ces observations. L'été passé, M. *de Schidloffsky*, candidat de l'université de Kharkoff, et qui depuis a continué ses études astronomiques sous ma direction, me consulta pour le choix d'un objet de sa dissertation inaugurale. Je lui proposai d'entreprendre l'évaluation de la nutation par les ascensions droites de l'étoile polaire observées pendant 16 années consécutives à Dorpat avec un seul et même instrument. M. *de Schidloffsky* vient de me communiquer les résultats de son travail. Il a employé en tout 601 ascensions droites de la polaire. Les différences entre les ascensions droites observées, et les positions d'après les tables de *Bessel*, lui ont fourni 601 équations de condition à 5 inconnues, savoir:

a. la correction moyenne des tables de *Bessel* en ascension droite;

b. la différence constante entre les AR. obtenues dans les deux différentes positions de l'instrument, le cercle à l'Ouest, ou à l'Est;

c. d. les corrections dépendantes: du défaut de la constante de l'aberration, selon *Delambre*, et de la parallaxe annuelle, ainsi que d'une période journalière dans la position de l'instrument, suivant la marche journalière de la température; quantités qui se réunissent toutes dans la forme $m \sin \odot + n \cos \odot$.

e. La correction de la constante de la nutation, selon M. *de Lindenau*.

M. *de Schidloffsky* n'a pas reculé devant le travail considérable de traiter toutes les équations isolées d'après la méthode des moindres carrés, et c'est ainsi qu'il est parvenu aux deux résultats principaux que voici:

correction moyenne des tables de *Bessel* en AR.
en tems + 0″624, avec l'erreur probable 0″037;
correction de la nutation de M. *de Lindenau*
en arc + 0″242, avec l'erreur probable 0″020.

Donc

la Constante de la nutation 9″219 avec la probabilité = ½ qu'elle se trouve entre les limites 9″20 et 9″24.

L'erreur probable d'une ascension droite détachée parmi les 601 s'est trouvée 0″543 en tems, ce qui répond à environ 0″23 pour le lieu absolu de l'étoile.

Il est très-remarquable que deux évaluations récentes de la nutation offrent un accord presque parfait avec la nôtre. Feu le docteur *Brinkley* à Dublin l'a fixée, en 1821, par un nombre très-considérable d'observations zénithales faites au grand cercle de *Ramsden*, à 9″25. Mais cette valeur n'a été reçue et employée qu'en Angleterre, probablement, parce que les résultats douteux que le même instrument avait donnés pour la parallaxe des étoiles fixes, en rendirent l'exactitude suspecte. M. *Busch*, astronome adjoint de Königsberg, a déduit, par une nouvelle réduction des observations originales, faites par *Bradley*, depuis 1727 jusqu'en 1747, à Kew et Wansted, la valeur de la nutation = 9″232, quantité qui ne diffère de la nôtre que de 0″013. Il paraît que le nombre 9″22 peut-être employé dans les réductions avec pleine confiance.

En dernier lieu, j'ai l'honneur d'annoncer à l'Académie que les astronomes de Poulkowa s'occupent à présent d'une réduction complète des observations faites au cercle méridien de Dorpat, sur les lieux absolus d'un nombre très-considérable d'étoiles fixes, principalement doubles, pour en dresser le catalogue quant aux positions moyennes, ouvrage qui servira à compléter les Mensurae micrometricae. D'abord, nous avons fait la réduction de toutes les étoiles de *Bradley* qui s'y trouvent. Comme le même instrument a donné une position des points équinoxiaux pour 1825, qui mérite toute confiance, ainsi que toutes les autres quantités fondamentales d'une manière indépendante: il m'a paru propre d'employer les positions correspondantes avec *Bradley* à une nouvelle évaluation de la constante dans la précession des équinoxes. C'est M. l'adjoint *Othon Struve* qui, secondé par M. le Dr. *Lundahl* de Helsingfors s'occupe de cette recherche. J'espère, sous peu, pouvoir en présenter les résultats à l'Académie.

Der 2te Stern, dessen Beobachtungen im Minimo der Declinationsaberration jetzt geschlossen sind, ι Draconis, hat eine erwünschte Bestätigung der durch υ im großen Bären gewonnenen Resultate gegeben, indem aus ι Draconis nach einer vorläufigen Reduction die Aberrationsconstante 20″543 mit dem wahrscheinlichen Fehler 0″036 folgt. Das Mittel aus beiden Sternen wäre also 20″518. Was die Nutationsconstante betrifft, so liegt H. *v. Schidloffskys* Arbeit jetzt vor mir. Ich werde Ihnen nächstens einen Auszug für die Astr. Nachr. senden, so wie das Resultat von dem Einflusse eines Umstandes befreit sein wird, in Bezug auf das zum Grunde gelegte Material, auf den ich erst jetzt aufmerksam gemacht habe. Uebrigens glaube ich, daſs durch die gehörige Berücksichtigung desselben das Hauptergebniſs kaum um wenige Hundertthelle der Secunde geändert werden wird.

v. Struve.

Schreiben des Herrn Professors *Santini* an den Herausgeber.

Padova 1841. Marzo 22.

Nei Nr. 406. 407 Astr. Nachr. ho letto con piacere le riflessioni del Sigr Prof. *Bianchi* intorno alle rifrazioni astronomiche dedotte da alcune osservazioni fatte in Padova, in Milano, in Palermo, ed in Modena. È veramente singolare la piccola differenza da esso ritrovata fra le rifrazioni risultanti dalle mie osservazioni, e quelle degli altri Colleghi, come pare ingegnosa è la spiegazione, che egli cerca di darne. E primieramente lo dirò, che le osservazioni furono da me fatte con tutta quella diligenza, che si richiede per simili circostanze; ma quanto alla flessione del Cannocchiale non è stata per anco

determinata direttamente; solo ho potuto argomentare, che non potesse esercitar niuna sensibile influenza dall' accordo plausibile, ma non perfetto, che si ottiene dal confronto del Polo instrumentale determinato con la Polare, e con altre stelle fondamentali si boreali, che australi. Trattandosi pertanto di una si leggiera differenza, rimane ancora un dubbio per questa parte, che spero di poter togliere in breve tempo, avendo già fatto costruire i piccoli apparati necessarii per osservare la flessione dietro, il metodo del Sig^r *Bessel*. Venendo poi alla spiegazione ladettata dal chiarissimo Amico mio, è di fatto, che la temperatura esterna viene da me osservata ad un termometro, il quale stà costantemente appeso a tramontana all' aria libera fuori dell' apertura meridiana ad un piedecina di distanza verso ponente, mentre il termometro, che segna la temperatura dal mercurio nel barometro è in cassato nel barometro stesso, e rimane costantemente appeso alla interna parete della Camera dalle parte di mezzodi. Un tale modo di osservare le temperature per il calcolo delle rifrazioni mi sembra più consentaneo alla teoria di quello di sospendere un termometro all' objettivo, o di tenerlo nell' apertura stessa meridiana; imperciocchè qualunque sia la ipotesi adottata per rappresentare la legge delle temperature, e delle densità dell' aria alle varie elevazioni, si escludono sempre i cambiamenti bruschi, e repentini nelle funzioni; la rifrazione finale inserita nelle tavole è il risultato della somma di un infinito numero di inflessioni continue, ed infinitamente piccole a cui si perviene impiegando la temperatura, e la densità dell' ultimo strato, le quali con stabilite leggi sono legate a quelle degli strati superiori per via di cambiamenti continui, e piccolissimi. Se vi ha un cambiamento brusco tanto nella temperatura, quanto nella densità dell' aria nel passaggio del raggio luminoso dall' esterno entro le pareti della camera, non puo questo essere compreso nella teoria; nè si potrebbe (a parer mio) impiegare la temperatura, in cui trovasi l'objettivo, per dedurre da essa la somma di tutte le esterne inflessioni sofferte dal raggio luminoso dal principio dell' Atmosfera fino all' apertura praticata nel tetto della Camera, poichè ciò sarebbe lo stesso, che rendere soggetta la maggiore, e più sensibile parte della rifrazione ad una legge di temperatura simile a quella, su cui è fondata la tavola, ma in cui, il primo termine avrebbe un valore erroneo, e che non condurrebbe alla temperatura degli strati superiori. Un tale sinistro può avvenire; ed in tale caso sembrerebbe opportuno calcolare a parte la piccola correzione da esso dipendente nel tragitto del piccolo spazio corrispondente all' interno della camera. Comunque però nè sia, parmi che convenga porsi nelle stesse circostanze, in cui si poneva l'autore delle tavole, instituendo le osservazioni, alle quali ei le appoggiò. Queste furono fatte dal Sig^r *Carlini* in Milano nel 1805, e nel 1806, allorchè io mi trovavo in quel celebre osservatorio in qualità di studente, ed ho presente alla memoria il luogo, in cui teneva appeso il termometro esterno, dietro la quale disposizione ho adottato il modo sopra indicato di osservare. Del resto l'Argomento è di molto interesse, e merita di essere confermato con un maggiore numero osservazioni, che non mancherò di intraprendere, quando avrò verificato, se esista o nò una qualche piccola flessione nel grande, e pesante Cannocchiale del circolo Meridiano.

Giovanni Santini.

Calcolo di un oculare Acromatico a tre lenti pei Cannocchiali Astronomici, in cui sono distrutte, o molto attenuate le aberrazioni secondarie di rifrangibilità, e di sfericità riprodotte dalla rifrazione per le Lenti Oculari.

1. È noto, che quando con una conveniente disposizione siasi in un' cannocchiale reso acromatico l'objettivo, annullando le aberrazioni di rifrangibilità, e di figura, tornano queste a riprodursi nel passaggio dei raggi luminosi per le Lenti oculari, sebbene in misure molto più piccole, che (generalmente parlando) sono facilmente tolerabili all' occhio, il quale per l'Arcana sua costruzione può adattarsi senza il concorso della volontà alle piccole deviazioni, senza nocumento della chiara visione. Si possono facilmente riconoscere tre sorgenti di tali errori secondarii riprodotti nei cannocchiali dalle Lenti oculari, che per la chiara intelligenza gioverà qui rammentare. 1°. Supponendo l'objettivo perfettamente Acromatico, tutti i raggi che lo investono in una direzione paralella all' asse si riuniscono nel foco, producendovi l'immagine chiara e distinta di quel punto, che riguardato come radiante giace sul prolungamento dell' asse stesso ad una distanza infinita. Se il foco dell' oculare pei raggi di media rifrangibilità coincide col foco dell' objettivo, come richiedesi per la distinta visione, i raggi medii si rifrangono per modo, che sortano dall' oculare in una direzione paralella all' asse; ma i raggi estremi emergono facendo coi precedenti un piccolo angolo, che chiameremo $d\psi$; onde accade che non vadano questi a riunirsi esattamente coi medii nella retina, e producano alcune piccole ombreggiature, che sparirebbero, se potesse $d\psi$ annullarsi, od almeno impiccolirsi al di sotto di un certo limita additato dall' esperienza. 2°. I raggi principali, cha dalle estremità del campo visibile del cannocchiale si dirigono al centro dell' objettivo passano irrefratti, e dietro di questi modellando il loro corso gli altri

raggi ad essi paralelli, vanno tutti a riunirsi ad un punto determinato, ove dipingono l'immagine del punto da cui procedono; attraversando obliquamente l'oculare, per la diversa rifrangibilità dei raggi eterogenei si decompongono, dirigendosi sotto diverse inclinazioni al luogo dell' occhio. Da ciò ne deriva che l'immagine principale è veduta con un contorno colorato, il quale, se l'oculare sia di una sola lente, è azurro all' esterno, rosso all' interno. Questo contorno può essere attenuato, ed anche distrutto del tutto negli oculari composti di più lenti, i quali per questa ragione acquistano il nome di oculari acromatici, se anche in essi sussistano gli errori della prima specie nei raggi paralelli all' asse. 3°. Finalmente si riproducono dagli oculari per la grande loro apertura gli errori di afericità, i quali negli oculari composti di più lenti possono divenire più nocevoli degli errori di rifrangibilità, se non vengano adoperate le opportune avvertenze per diminuirne la influenza.

2. Per apprezzare in un' oculare composto la grandezza di queste aberrazioni secondarie, prenderemo a termine di confronto quelle riprodotte nei cannocchiali Astronomici aventi l'oculare formato da una sola Lente, ritenendo le denominazioni seguenti adottate nella mia Teorica degli Stromenti Ottici, pubblicata in due volumi in 8° nel 1828 dalla Tipografia del Seminario in Padova.

Distanza focale dell' objettivo supposto acromatico $= p$, dell' oculare $= q$; indice medio di rifrazione $= m$; sua variazione per i raggi estremi $= dm$; semiapertura della Lente objettiva $= \chi$; semiapertura dell' oculare $= \varpi q$, angolo di residua aberrazione di rifrangibilità $= d\psi$; angolo sotto cui è veduto il contorno colorato delle immagini prodotte dai raggi medii $= di$; raggio della minima aberrazione di sfericità $= k$. Dietro le teorie esposte ai §§ 92 — 196 — 197 dell' opera citata si ha

$$d\psi = \frac{dm}{m-1} \cdot \frac{\chi}{p}; \quad di = \frac{\varpi\, dm}{m-1}; \quad k = \frac{\mu \chi^2}{4p^2} \cdot \lambda'$$

dove μ è una funzione dell' indice di aberrazione definita al § 104; λ' e' un numero arbitrario positivo avente per minimo valore l'unita, da cui dipende il rapporto fra i raggi delle superficie di una Lente; nel caso di una lente isoscele, quale d'ordinario adoperasi per gli oculari semplici si ha $\lambda' = 1{,}63$. Assumendo $\frac{\chi}{p} = \frac{1}{24}$; $\varpi = \frac{1}{4}$; $\frac{dm}{m-1} = \frac{1}{35}$; $\mu = 0{,}94$ si ottiene in numeri

$$d\psi = 2'\,36''; \quad di = 16'; \quad k = 3''47; \quad \lambda' = 5''65.$$

Qui per altro sarà conveniente osservare, che i valori di $d\psi$, e di di si riducono alla loro quinta parte circa, se prendesi per dm soltanto la variazione di m relativa ai colori più risplendenti percettibili all' occhio, e che il valore di k riducesi ad $1''80 \cdot \lambda' = 2''93$ ristringendo l'objettivo fino a che sia $\frac{\chi}{p} = \frac{1}{30}$, come veniva praticato dal celebre *Fraunhofer*.

3. Sebbene queste aberrazioni secondarie siano piccole in se, e tolerate dall' occhio, pure non mancano di essere sensibili nei forti ingrandimenti, e fra esse sopratutto rimarcasi il contorno colorato delle immagini. È palese abbastanza, che non si possono togliere questi difetti facendo uso di una sola Lente oculare; ma grandamente migliorasi la condizione degli oculari pei cannocchiali astronomici con l'aggiunta di una nuova lente, mediante la quale si può raddoppiare il campo della visione e togliere per intero il contorno colorato alle immagini. La Teoria di questi oculari costruiti (io credo) per la prima volta dal celebre *Dollond* vedesi esposta al §. 216, e seguenti dell' opera superiormente citata; risulta da essa, che il vantaggio ottenuto coll' annullare il contorno colorato è in gran parte diminuito dall' aumento, che ricevono le altre due aberrazioni; imperciochè raddoppiasi il valore di $d\psi$. Quanto al valore di k, si ottiene per essi

$$k = \frac{\mu \chi^2}{32 p^2} (\lambda' - 6v + 27\lambda'')$$

ove v è una funzione dell' indice medio di rifrazione $= 0{,}23$ circa; λ', λ'' sono i numeri arbitrarii relativi alle due Lenti. Costruendo (come si suole praticare dagli ottici più rinomati, e come è raccommandato dalla teoria) la prima lente pianoconvessa con la parte convessa rivolta all' objettivo, e rendendo isoscele l'ultima Lente situata presso occhio, si ottiene $\lambda' = 9{,}78$; $\lambda'' = 1{,}63$; i quali numeri (ponendo $\frac{\chi}{p} = \frac{1}{24}$) danno $k = 3''47 \cdot 13{,}1 = 45''46$. Questo risultato rende abbastanza palese la ragione della non piccola confusione prodotta nei forti ingrandimenti da questi oculari, i quali sono d'altronde sommamente pregevoli per il gran campo di cui sono dotati.

Trovandomi in Firenze nel Settembre del 1839, il Chiarissimo Amico mio, e Collega Prof. *Amici* mi mostrò un' oculare di sua costruzione, in cui ebbi tosto a lodare la somma chiarezza delle immagini, la nitidezza del campo, la precisione di contorni, i quali vantaggi ei riferì di avere conseguiti coll' aggiunta di una nuova Lente di Flint, che lo rendesse perfettamente acromatico. I felici risultamenti ottenuti da questo celebre ottico dietro una sua particolare Teoria non per anco resa di pubblico diritto colle stampe, mi furono di incitamento a ricercare, quali norme venissero additate dalle formule fondamentali della diottrica per la costruzione di un' oculare a tre lenti colla mira di distruggere le aberrazioni secondarie, delle quali sopra si è fatto parola. Risulta dalle ricerche seguenti, e dagli esempii numerici dietro di esse calcolati, essere possibile di costruire un oculare con tre lenti, delle quali una sia

concava e di Flint, in cui sia distrutto il contorno colorato, ed annullati gli errori di sfericità, rimanendo tuttavia una piccola traccia degli errori di rifrangibilità sempre meno pericolosi di quelli di sfericità; ma diminuirsi in queste disposizioni il campo della visione in confronto di quello dei consueti oculari acromatici a due lenti. La circostanza però, che in essi siano distrutti gli errori di figura deve condurre in pratica ad una grande precisione, e distinzione nei contorni delle immagini; ed a questa forse è dovuto il buon effetto degli oculari del Sig^r *Amici*, che con ciò nuovo titolo si è acquistato alla pubblica estimazione già sì in alto salita per i suoi eccellente Microscopii, e per tante sue altre ingegnose produzioni nella diottrica sì teorica, che pratica.

4. Per semplificare i calcoli, supporremo l'objettivo già reso acromatico, e rappresentato da una lente fittizia avente la proprietà di riunire in un punto i raggi luminosi eterogenei ad essa provenienti da un punto unico situato in grande distanza. Dietro tale ipotesi, un cannocchiale astronomico, avente un' oculare composto di tre lenti, si potrà riguardare come un sistema di quattro lenti riunite intorno ad un asse comune, e disposte per la chiara visione degli oggetti lontani. Riprendendo dalla Teorica degli stromenti Ottici le equazioni generali per un sistema di quattro lenti, adotteremo le seguenti denominazioni.

Distanze focali delle lenti procedendo ordinatamente dall' objettivo fino alla lente Prossima all' occhio p; q; r; s
Distanze determinatrici rispettive...... a, α; b, β; c, γ; d, δ.
Semi-aperture delle Lenti oculari richieste pel libero passaggio di un raggio principale inclinato all' asse nel centro dell' objettivo di un' angolo φ rappresentante la metà del Campo visibile............ ϖq, $\varpi' r$, $\varpi'' s$.

Sia l'ingrandimento del sistema $= M$; l'indice medio di rifrazione nelle lenti costruite di Crown sia $= m$; in quelle costruite di Flint $= m'$; la sua variazione per ricondurlo ai raggi estremi sia rispettivamente dm; dm'. Porremo, come nella citata opera... $\frac{dm}{m-1} = Z$; $\frac{dm'}{m'-1} = Z'$; assumeremo inoltre, che le lenti oculari q, r siano costruite di Crown, e convesse; che l'ultima lente s sia di Flint, concava, ed a contatto colla precedente r. Per ultimo, siano λ', λ'', λ''' i numeri arbitrarii, dai quali dipendono i raggi delle superficie delle lenti q, r, s dietro le equazioni dimostrate al §. 104.

Ciò premesso, le formule generali della diottrica (osservando, che per il caso presente si ha $a = \infty$; $\delta = \infty$; $\alpha = p$; $d = s$; $\gamma + d = 0$, ossia $\frac{\gamma}{d} = -1$) dovanno

$$(1)\ \frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}; \quad (2)\ \frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma}$$

$$(3)\ d = -\gamma = s; \quad (4)\ M = -\frac{\alpha\beta}{bc}$$

$$(5)\ \varpi q = (\alpha + b)\varphi;$$

$$(6)\ \varpi' r = \left(\frac{\alpha\beta}{bc} - 1\right)c\varphi + \varpi c = -(M+1)c\varphi + \varpi c.$$

$$(7)\ \varphi = \frac{\varpi'' - \varpi' + \varpi}{M+1}.$$

La condizione, che debba essere distratto il contorno colorato darà

$$(8)\ \varpi\frac{dm}{m-1} + \varpi'\frac{c}{\beta}\frac{dm}{m-1} - \varpi''\cdot\frac{c}{\beta}\cdot\frac{dm'}{m'-1} = 0;$$

La condizione, che sia distrutto l'angolo di residua aberrazione $d\psi$ darà

$$(9)\ \frac{dm}{m-1}\cdot\frac{1}{q} + \frac{dm}{m-1}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{c^2}{\beta^2} + \frac{dm'}{m'-1}\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{c^2}{\beta^2} = 0;$$

ovvero, se questa non potesse essere soddisfatta, l'angolo di residua aberrazione sarà dato dall' equazione

$$(9)\ d\psi = \frac{M\chi dm}{(m-1)p}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\left[\frac{1}{q} + \frac{c^2}{\beta^2}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s}\cdot\frac{Z'}{Z}\right)\right].$$

5. Prendendo a considerare il viaggio del raggio principale attraverso all' ideato sistema di Lenti, e confrontandolo con quello generale della teorica, a cui si appoggiano i segni delle superiori grandezze, si vedrà facilmente che le aperture ϖq, $\varpi'' s$ riusciranno nel caso presente positive, mentre $\varpi' r$ rimane negativa; laonde fingendosi negativa la distanza focale s, mentre che si assumono positive le q, r, saranno negativi i rapporti ϖ', ϖ'' essendo ϖ positivo. Chiamando ora ω il massimo valore, che possono ricevere questi rapporti (che suole dai più riputati fabbricatori assumersi $= \frac{1}{4}$), affinchè il campo φ divenga il più grande possibile, porremo $\varpi = \omega$; $\varpi' = -\omega$; $\varpi'' = -i.\omega$, e l'equazione (7) darà

$$\varphi = \frac{(2-i)\omega}{M+1}\ \ldots..(a).$$

Di qui apparisce, che la presenza della Lente concava diminuisce necessariamente il campo dei comuni oculari a due Lenti, e solo potendo prendere per i una piccola frazione, una tale diminuzione sarà tolerabile in confronto degli altri vantaggi di questi oculari.

In seguito, ponendo $\frac{c}{\beta} = Q$, l'equazione (8) relativa al contorno colorato, avendo riguardo alle stabilite denominazioni darà

$$Q = \frac{1}{1 - i.\frac{Z'}{Z}}\ \ldots\ldots\ldots(b)$$

Frattanto osserveremo, che nei vetri dei quali fece uso *Fraunhofer* nei suoi celebri objettivi, che corrispondono a quelli messi in commercio dalla fabbrica di Mr *Guinand*, avrassi

prossimamente $\frac{Z'}{Z} = 1{,}6$. Prendendo pertanto per i una frazione non maggiore di $\frac{1}{2}$ per non diminuire soverchiamente il Campo, risulterà dalla precedente equazione Q positivo; dovendo poi in un sistema di quattro Lenti destinato a rappresentare inversi gli oggetti risultare M positivo, si deduce dall' equazione (4) che sarà b negativo; quindi β, e c saranno numeri positivi, e l'immagine cadrà qui, come negli oculari a due Lenti del *Dollond* fra la prima lente oculare, ed il sistema riunito delle altre due. Assunto pertanto i ad arbitrio fra i imiti o ed $\frac{1}{2}$, fingendo inoltre dati p, ed M, le superiori equazioni daranno tutti gli opportuni elementi per il calcolo dell' oculare nel modo seguente. L'equazione (a) (ponendovi $\omega = \frac{1}{4} = 859'4$ circa) darà il semicampo Φ; l'equazione (b) darà il rapporto Q, quando siansi convenientemente determinati gli indici di rifrazione, e di dispersione dei vetri impiegati nella costruzione delle Lenti. In seguito l'equazione (4) darà b, dietro di che l'equazione (5) renderà noto q; l'equazione (1) darà β; ottenuto β, si avrà $c = Q.\beta$, e l'equazione (6) farà conoscere r. In fine l'equazione (2) renderà noto $\gamma = -d = -s$. Questi valori poi sostituiti nell' equazione (9) faranno conoscere $d\psi$, il quale se riuscirà $= 0$, o minore del valore per esso ottenuto cogli oculari di una sola lente, renderà commendevole l'adottato valore di i.

6. Se ora si eseguiscono le eliminazioni nell' ordine indicato, facilmente si otterranno le seguenti equazioni, che molto semplicemente raccolgono i precetti per il calcolo del proposto oculare.

$$(1)\quad \Phi = \frac{(2-i).859'4}{M+1}; \qquad (2)\quad Q = \frac{c}{\beta} = \frac{1}{1-i\frac{Z'}{Z}}$$

$$(3)\quad b = -\frac{p}{MQ}; \qquad (4)\quad q = \frac{(2-i)(p+b)}{M+1}$$

$$(5)\quad \beta = -\frac{b.q}{q-b}; \qquad (6)\quad c = \beta.Q$$

$$(7)\quad r = (1-i)c; \qquad (8)\quad \gamma = -d = -s = \frac{1-i}{i}c$$

$$(9)\quad d\psi = \frac{1}{1-i}\cdot\frac{M}{MQ-1}\cdot\frac{Q+1}{Q}\cdot\frac{\chi\, dm}{(m-1)p}$$

ovvero prossimamente

$$(9)\quad d\psi = \frac{1}{1-i}\cdot\frac{Q+1}{Q^2}\cdot\frac{\chi\, dm}{(m-1)p}.$$

La distanza dell' objettivo dal primo oculare sarà $= p + b$; del primo dal secondo oculare sarà $= \beta + c$; del secondo dal terzo oculare $= 0$; del terzo oculare dal diaframma a cui si applica l'occhio $= \frac{\varpi' s}{M\Phi}$, che prossimamente riducesi $= \frac{-is}{2-i}$.

Per ultimo, indicando con k il raggio del circolo di aberrazione sferica residuo in questo sistema, si troverà dalle formule generali esposte nel 1 volume dell' opera più volte citata, trascurando la parte relativa all' objettivo, che si annulla per le adempiute condizioni dell' acromatismo

$$(10)\quad k = \left(\frac{p}{M}\right)^3 \frac{\mu\chi^3}{4p^3}\left[\frac{\lambda'}{Q^4q^3} + \frac{\lambda''}{r^3} + \frac{\mu'}{\mu}\frac{\lambda'''}{s^3} + \frac{\nu}{Q^4q6\beta} + \frac{\nu}{rc\gamma}\right]$$

che per il buon effetto dell' oculare dovrà annullarsi mediante una conveniente determinazione dei numeri arbitrarii λ', λ'', λ'''.

7. Per mostrare più chiaramente i vantaggi, che in pratica si possono attendere da un sì fatto oculare, proponiamoci la costruzione di un Cannocchiale Acromatico, il quale con un' objettivo duplicato risulti dotato della chiarezza normale, e debba ingrandire 60 volte. — Ritenendo i precetti esposti al principio del 2° Volume della Teorica, e prendendo il pollice di Parigi per unità di misura lineare, avremo $-M = 60$; $p = 30$; $\omega = \frac{1}{4}$.

Supporremo come nell' esempio del §. 126 del 1° Vol.

per il Crown.....$m = 1{,}530000$; per il Flint $m' = 1{,}634494$
$dm = 0{,}009$ $dm' = 0{,}017787$

Quindi si formerà $\frac{Z'}{Z} = 1{,}650853$; $\frac{Z}{Z'} = 0{,}605747$.

Le funzioni μ, ν etc., μ', ν' etc., dalle quali dipende il calcolo delle aberrazioni di sfericità, e dei raggi delle superficie delle Lenti, avranno (come nel citato luogo) i seguenti logaritmi...

per $m = 1{,}53$.......per $m' = 1{,}634494$
$\log\mu = 9{,}99454$.....$\log\mu' = 9{,}88836$
$\log\nu = 9{,}34184$.....$\log\nu' = 9{,}46356$
$\log\sigma = 0{,}22014$.....$\log\sigma' = 0{,}17982$
$\log\rho = 9{,}35542$.....$\log\rho' = 8{,}80053$
$\log\tau = 9{,}96625$.....$\log\tau' = 9{,}92117$

Colla scorta dei precedenti elementi, fingendo $i = \frac{1}{2}$; $= \frac{5}{12}$; $= \frac{1}{3}$; $= \frac{1}{5}$ sono state calcolate le quantità tutte, che regolano la costruzione dell' oculare, contenute nella seguente tabella, nella quale in un' ultima colonna si sono aggiunte per gli opportuni confronti le distanze focale delle Lenti per costruire un' oculare a due Lenti alla maniera di *Dollond*.

Per i	$= \frac{1}{2}$	$= \frac{5}{12}$	$= \frac{1}{3}$	$= \frac{1}{5}$	Oculare a due Lenti.
$Q =$	5,7283	3,2037	2,2137	1,4929	....
$q =$	0°7356	0°7746	0°8135	0°8754	0°9672
$r =$	0,2235	0,2428	0,2612	0,2893	0,3240
$d = s =$	−0,2235	−0,5826	−0,7835	−1,4465	
$b =$	−0,0873	−0,1561	−0,2249	−0,3349	
$\beta =$	+0,0780	+0,1299	+0,1762	+0,2422	
$c =$	+0,4461	+0,4162	+0,3917	+0,3616	
$\gamma =$	+0,2235	+0,5826	+0,7835	+1,4465	
$p + b =$	29,9137	29,8439	29,7751	29,6651	
$\beta + c =$	0,5241	0,5461	0,5679	0,6038	0,6480
$\Phi =$	21′ 8″	22′ 19″	23′ 29″	25′ 22″	28′ 11″
$d\psi =$	$0{,}41 d\psi$,	$0{,}70 d\psi$,	$0{,}98 d\psi$,	$1{,}40 d\psi$,	$2 d\psi$,

dove rappresentasi per $d\psi$, l'angolo residuo di aberrazione di rifrangibilità negli oculari semplici formati con una sola lente.

Per determinare la figura delle Lenti, si sostituiscano gli ottenuti valori nella equazione (10), e ponendo uguale a zero il fattore fra le parentesi, che moltiplica la quantita $\left(\frac{p}{M}\right)^3 \frac{\mu \chi^3}{4p^3}$, si otterranno fra i numeri arbitrarii λ', λ'', λ''' per ogni valore di i le infrascritte equazioni, che (soddisfatte opportunamente) assicurano essere distrutti gli errori residui di sfericità.

per $i = \frac{1}{2}$ $\quad 0,002334\,\lambda' + 89,600\,\lambda'' - 8,771\,\lambda''' + 4,875 = 0$
per $i = \frac{5}{12}$ $\quad 0,02042\,\lambda' + 69,902\,\lambda'' - 3,970\,\lambda''' + 3,596 = 0$
per $i = \frac{1}{3}$ $\quad 0,07597\,\lambda' + 56,140\,\lambda'' - 1,6284\,\lambda''' + 2,4593 = 0$
per $i = \frac{1}{5}$ $\quad 0,30013\,\lambda' + 41,300\,\lambda'' - 0,25872\,\lambda''' + 0,8246 = 0$

8. Apparisce ora dalle precedenti equazioni, che la figura della prima Lente ha una piccolissima parte nelle confusioni di sfericità, mentre la seconda, e la terza Lente vi esercitano una pericolosa influenza; ma essendo i coefficienti di λ'', λ''' di contrario segno, si possono annullare gli errori di figura. Prendendo pertanto ad arbitrario λ', λ'' si otterrà il valore di λ''', che rende nullo il valore di k, e quindi saranno dietro il par. 104 del 1° vol. determinati i raggi di tutte le superficie delle Lenti. Il più piccolo valore, che possono ricevere i numeri λ', λ'' è l'unità; ma ad esso corrispondono figure incomode per la pratica esecuzione. Si può dimostrare facilmente, che la figura piano-convessa per la prima Lente con la parte convessa rivolta all' oggettivo, e la figura isoscele per la seconda, sono in pratica le più convenienti. Assumendo pertanto queste figure, i numeri arbitrarii λ', λ'' ricevono valori determinati, che sostituiti nelle equazioni superiori conducono alla cognizione di λ''' per ogni valore di i; dopo di che è facile ricavare il valore dei raggi delle due superficie della Lente concava dalle formule generali del luogo citato.

La tavoletta seguente contiene i valori di λ', λ'', λ''' non che in raggio R della superficie della terza Lente rivolta all' oggettivo, ed il raggio R' di quella rivolta verso l'occhio, per ogni valore di i calcolati nelle assunte ipotesi, e nel modo indicato.

per i	$= \frac{1}{2}$	$= \frac{5}{12}$	$= \frac{1}{3}$	$= \frac{1}{5}$
$\lambda' =$	165,120	56,420	29,730	15,472
$\lambda'' =$	1,000	1,017	1,067	1,216
$\lambda''' =$	10,815	19,147	39,670	215,2
$R =$	-0^P1670	-0^P1611	-0^P1492	-0^P1179
$R' =$	$+0,4063$	$+0,2856$	$+0,2133$	$+0,1353$

Di qui apparisce, che la Lente di Flint prossima all' occhio risulta concavo-convessa con la parte convessa rivolta all' occhio; con che il sistema delle ultime due Lenti viene a presentare l'aspetto dei celebri objettivi di *Fraunhofer*. Osservando poi risultati ottenuti nella prima tabella, si vedrà che il valore di $d\psi$ và crescendo col diminuirsi di i, mantenendosi tuttavia minore, che nei consueti oculari a due Lenti. La disposizione corrispondente ad $i = \frac{1}{2}$ sarebbe pregevole per la semplicità dei rapporti; ma vi ha in essa una soverchia diminuzione di Campo; ed oltre a ciò, l'immagine resta in troppa vicinanza della prima lente per modo che non vi rimane spazio ad introdurvi quei fili micrometrici, dei quali talvolta si ha bisogno nell' osservare; e se il vetro non sia purissimo, ed il lavoro perfetto, possono le piccole bollicine, o le striscie della politura, communque tenui, facilmente deturparla. L'ultimo valori di $i = \frac{1}{5}$ conduce nella costruzione dell' ultima lente a curvature opposte con raggi fra loro troppo poco differenti, per la quale circostanza richiedesi una troppo minuta esattezza nella sua costruzione, avendo nel risultato i piccoli errori una influenza troppo grande. Le disposizioni corrispondenti ad $i = \frac{5}{12}$, ed $i = \frac{1}{3}$ sembrano lodevoli anche per la pratica, e non vi ha dubbio, che non debba attendersi da un oculare costruito dietro quelle dimensioni un' ottimo risultato in grazia dell' annientamento degli errori di sfericità. Ad ogni modo però la loro costruzione richiederà sempre una grande diligenza di lavoro, e non potrà essere affidata che ad ottici eminentemente instruiti nella teorica, e nella pratica.

Si potrebbe credere, che variando l'ordine delle Lenti si potessero ottenere disposizioni più vantaggiose; ma è facile assicurarsi col calcolo, che ciò non accade, almeno fino a che due di loro si tengono a contatto; imperciocchè coll' alternare la posizione della Lenta di Flint rapporto alle altre due, si ottengono o disposizioni identiche nelle dimensioni alla già descritta, o di essa più svantaggiose.

Tali sono i risultamenti, ai quali sono pervenuto dietro le formule generali della diottrica, ignorando la via tenute dal Sig^r Cav. *Amici* nella costruzione del suo oculare, nè tampoco conoscendo la interna sua composizione. Rilasciando pertanto a questo illustre mio Amico, e Collega tutto l'onore della sua invenzione, non ebbi altro in mira, che di riferire un supplemento allo Teoria degli oculari da me esposta al principio del secondo volume dell' opera più volte citata, che potrà in qualche circostanza riuscire di una qualche utilita, per coloro, che si occupano di simili delicati Argomenti.

Padova li 22 Marzo 1841.

Giovanni Santini.

Altona 1841. Juni 3.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N°. 427.

Vergleichung der neuen Königsberger Bestimmung der Declinationen der Fundamentalsterne und einiger Circumpolarsterne mit anderen Verzeichnissen.

Von Dr. *A. L. Busch*.

In Nr. 422 der Astr. Nachr. hat Herr Geheime Rath *Bessel* das Verfahren angegeben, nach welchem ich die Beobachtungen am Meridiankreise gemacht und aus ihnen die Bestimmung der Declinationen von 62 Sternen für den Anfang des Jahres 1840 abgeleitet habe. Ich theile gegenwärtig eine Vergleichung dieser neuen Bestimmung der Declinationen mit denen mit, welche seit 1820 von anderen Sternwarten bekannt geworden sind. Diese Declinationen finden sich an folgenden Orten:

1) *Bessel.* VII Abth. der Königsberger Beobachtungen.
2) *Pond.* Berechnung der Greenwicher Beobachtungen von 1822, auf *Bessels* Veranlassung von *Olufsen* ausgeführt. Astr. Nachr. Nr. 73.
3) *Struve.* Observationes Dorpatenses Vol. VI.
4) *Argelander.* Stellarum fixarum positiones etc. Helsingforsiæ 1835.
5) *Airy.* The first Cambridge Catalogue of 726 Stars. Memoirs of R. Astr. Society Vol. XI. London 1840.
6) *Pond.* Catalogue of 1112 Stars. London 1833.
7) *Johnson.* Catalogue of 606 Principal fixed Stars. London 1835.
8) *Henderson.* Declinations of 172 Principal fixed Stars. Astr. Nachr. Bd. XIV. Nr. 318.

Mit der für jeden Stern in der angeführten Abhandlung des Herrn Geheimen Rathes *Bessel* angegebenen Præcession, eigenen Bewegung und Säcular-Aenderung habe ich die Positionen für 1840 auf das Jahr, für welches jeder dieser Cataloge gilt, reducirt und folgende Unterschiede erhalten. Das + Zeichen zeigt an, dafs der mit dem neueren verglichene ältere Catalog eine Declination nördlicher ergiebt, das — Zeichen das entgegengesetzte.

		Bessel 1820	*Pond* 1822	*Struve* 1824	*Argelander* 1830	*Airy* 1830	*Pond* 1830	*Johnson* 1830	*Henderson* 1833
Nr. 3	γ Cephei	— 0″09	———	+ 0″17	+ 0″46	+ 0″94	+ 0″76	———	———
4	β Ursæ min.	— 0,68	———	— 1,33	— 0,61	— 0,90	— 0,11	———	———
5	γ ———	— 0,04	———	— 0,57	— 0,22	———	— 0,92	———	———
6	β Cephei	— 1,31	———	— 0,88	— 0,79	0,00	— 0,49	———	———
7	α Ursæ maj.	— 1,23	———	— 1,66	— 1,04	— 1,10	— 0,34	— 1″84	———
8	α Cephei	— 1,34	———	— 0,93	— 0,47	— 0,04	— 0,57	— 4,07	———
9	α Cassiopeæ	+ 0,40	———	+ 1,16	+ 1,32	+ 1,27	+ 1,12	— 0,48	———
10	γ Ursæ maj.	— 1,15	———	— 0,69	— 0,47	— 0,08	+ 0,73	+ 1,93	———
11	κ Cygni	+ 0,92	———	———	———	———	+ 1,82	———	———
12	β Draconis	— 0,36	———	———	+ 0,45	— 0,76	+ 0,45	— 0,35	———
16	γ ———	+ 0,15	———	+ 1,45	+ 1,71	+ 2,23	+ 1,11	— 0,19	———
17	ι Cygni	— 0,06	———	———	———	———	+ 0,60	———	———
18	η Ursæ maj.	— 0,65	———	— 0,96	— 0,49	— 0,08	+ 0,11	———	+ 3,28
19	θ Cygni	+ 0,36	———	———	+ 0,94	———	+ 1,04	———	———
20	α Persei	+ 0,35	———	+ 0,49	+ 0,66	+ 1,61	+ 1,26	— 1,64	+ 2,84
21	δ ———	———	———	———	+ 1,14	———	+ 1,44	———	———
22	α Aurigæ	+ 1,15	+ 1″31	+ 1,41	+ 1,24	+ 0,62	+ 2,44	———	+ 2,67
23	α Cygni	— 0,63	— 0,49	+ 0,08	+ 0,57	+ 0,26	+ 0,37	— 1,03	+ 1,97
24	γ Andromedæ	— 0,46	———	— 0,30	+ 0,79	+ 1,62	+ 0,99	———	———
25	β Persei	— 0,15	———	— 0,31	———	+ 1,35	+ 1,87	———	———
26	γ Cygni	— 0,80	———	+ 0,62	+ 0,40	———	+ 1,20	———	———
27	ε Persei	— 0,38	———	———	———	———	+ 1,31	———	———
28	η Herculis	— 0,12	———	+ 1,06	+ 0,75	———	+ 1,85	———	———
29	γ Bootis	— 0,34	———	— 1,39	———	+ 0,45	+ 0,16	———	———
30	α Lyræ	— 0,97	+ 0,40	+ 0,10	+ 1,24	+ 2,40	+ 1,34	— 0,46	+ 0,53

		Bessel 1820	Pond 1822	Struve 1824	Argelander 1830	Airy 1830	Pond 1830	Johnson 1830	Henderson 1833
31	α Geminor.	+ 0″27	+ 0″63	+ 0″57	+ 0″21	+ 0″85	+ 2″31	− 0″69	+ 0″47
32	β Tauri	− 0,76	+ 0,38	− 0,73	− 0,12	+ 0,21	+ 1,68	———	− 0,30
33	β Geminor.	− 0,45	+ 0,15	− 0,51	+ 0,06	+ 0,56	+ 1,56	− 1,34	− 0,12
34	α Andromedæ	− 0,25	+ 0,12	+ 0,17	+ 0,29	− 0,13	+ 0,59	− 2,21	− 0,63
35	α Coronæ	− 0,65	− 0,18	+ 0,09	+ 0,39	+ 0,18	+ 0,89	− 1,51	− 0,79
36	α Arietis	− 0,36	+ 0,52	− 0,45	+ 0,51	− 0,12	+ 1,11	− 1,79	− 0,16
37	α Bootis	− 0,20	+ 0,46	− 0,13	+ 0,69	+ 0,70	+ 1,59	− 1,71	− 0,78
38	α Tauri	+ 0,07	+ 0,79	+ 0,40	+ 0,61	+ 0,29	+ 1,81	− 1,39	+ 0,80
39	β Leonis	+ 0,09	+ 0,63	− 0,07	+ 0,59	+ 0,31	+ 1,89	− 0,71	+ 0,94
40	α Herculis	− 0,53	+ 0,59	+ 0,94	+ 1,56	+ 0,34	+ 2,16	− 0,84	+ 0,94
41	α Pegasi	+ 0,12	+ 0,62	+ 0,54	+ 1,28	+ 0,95	+ 2,48	− 1,12	+ 1,08
42	γ ———	− 0,32	+ 0,39	+ 0,34	+ 0,85	+ 1,47	+ 1,45	− 1,55	+ 0,87
43	α Leonis	− 0,03	+ 1,72	0,00	+ 0,48	+ 0,75	+ 2,78	+ 0,88	+ 0,68
44	α Ophiuchi	− 0,06	+ 1,69	+ 0,90	+ 1,13	− 0,33	+ 2,51	———	+ 0,44
45	γ Aquilæ	− 0,68	———	+ 0,15	+ 0,60	+ 1,04	+ 1,60	− 1,10	− 0,01
46	α ———	− 0,42	+ 0,52	+ 0,78	+ 1,25	+ 2,40	+ 1,95	− 0,25	+ 1,10
47	α Orionis	− 0,19	− 0,21	+ 0,16	+ 0,35	+ 0,37	+ 1,75	− 1,15	+ 0,10
48	α Serpentis	− 0,70	+ 0,67	+ 0,96	+ 1,07	+ 1,49	+ 2,67	+ 0,17	+ 0,79
49	β Aquilæ	− 0,75	+ 0,47	+ 1,02	+ 1,30	+ 2,14	+ 2,60	− 0,70	+ 0,76
50	α Canis min.	− 1,64	− 0,42	− 0,61	− 0,22	+ 0,03	+ 1,38	− 1,32	+ 0,17
51	α Ceti	− 0,10	+ 1,65	+ 1,10	+ 1,39	+ 1,01	+ 1,89	− 0,01	+ 1,12
52	β Virginis	− 0,23	———	+ 1,17	+ 1,30	− 0,97	+ 2,10	———	+ 0,56
53	α Aquarii	− 0,15	+ 1,11	+ 1,45	+ 2,06	+ 1,71	+ 2,76	+ 0,46	+ 1,80
54	α Hydræ	− 0,42	+ 0,79	+ 0,39	+ 1,25	+ 1,08	+ 2,55	+ 0,28	+ 0,54
55	β Orionis	− 0,08	+ 0,65	+ 0,92	+ 1,31	+ 1,49	+ 2,11	− 0,49	+ 0,97
56	α Virginis	− 0,58	+ 0,68	+ 0,82	+ 1,18	+ 1,58	+ 2,28	− 0,42	+ 0,47
57	1 α Capricorni	+ 0,01	———	+ 0,21	+ 2,99	+ 4,12	+ 4,20	+ 0,99	+ 2,19
58	2 α ———	− 0,64	+ 2,24	+ 1,71	+ 1,97	+ 3,47	+ 3,97	+ 0,67	+ 1,38
59	1 α Libræ	+ 0,50	+ 1,61	+ 1,35	+ 2,90	+ 2,93	+ 3,80	———	+ 1,02
60	2 α ———	+ 0,61	+ 1,08	+ 1,53	+ 2,71	+ 2,16	+ 3,71	+ 0,81	+ 1,04
61	α Canis maj.	+ 0,03	+ 0,37	+ 0,30	+ 1,02	0,00	+ 1,82	− 1,28	− 0,39
62	α Scorpii	+ 0,87	+ 2,02	+ 3,38	+ 3,74	+ 3,43	+ 6,64	+ 2,44	+ 1,76

A. L. Busch.

Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Hamburg 1841. Febr. 17.

Ich habe die Ehre, Ihnen hiemit ein Register von in der Bahn des von Herrn *Bremiker* entdeckten Cometen gelegenen Sternen zuzusenden, welches vielleicht den Beobachtern dieses Cometen nicht ungelegen kommen mag.

Es bildet ein Bruchstück eines auf dieselbe Art eingerichteten Cataloges von etwa 8000 Sternen mehrentheils unter der 6ten Gröfse, welche ich auf der Hamburger Sternwarte mit dem *Repsold*schen Meridiankreise beobachtet habe, der, wenn andere Berufs-Geschäfte mir die Mufse gestatten, in diesem Jahre zum Drucke befördert werden soll, daher ich mir jetzt die Freiheit nehme ihn den Freunden der Astronomie anzukündigen.

Dieser Catalog ist vom Jahre 1836, als das Jahr, in welchem ich den *Repsold*schen Meridiankreis erhielt, datirt. Der sehr gegründete Rath des Herrn Geheimen Rathes *Bessel*, ihn von einem Decimal-Jahre zu datiren, kam zu spät, wie die Reduction schon zu weit vorgerückt war.

Die Constanten sind von dem Herrn *Georg Weyer* berechnet. Sie sind in der Ordnung der analogen Logarithmen *ABCD* im Nautical Almanac geordnet. Wo nicht exprefs das Zeichen − steht, ist + zu verstehen.

Nachträglich noch einige seitdem unterm Pole beobachteten Sterne in derselben Bahn, welche zur Identification dienen können.

AR. 1836.	Jährl. Ver.	Decl. 1836.	Jährl. Ver.	a	b	c	d	a'	b'	c'	d'
19h21'26"966	+0"830	60°46'39"37	+6"97	+8,6765	−9,1072	+9,9191	+8,6173	+0,0128	+9,4821	+0,8432	+9,9720
19 27 3,408	0,890	60 19 44,93	7,43	8,6985	9,0972	9,9494	8,6375	0,0094	9,5082	0,8711	9,9679
20 21 36,077	1,195	59 49 7,52	11,61	8,8856	9,0338	0,0775	8,8224	9,9651	9,6998	1,0649	9,9112
20 33 12,054	1,335	58 50 7,76	12,42	8,9022	9,0047	0,1254	8,8345	9,9523	9,7246	1,0941	9,8947
20 48 19,782	1,368	59 45 24,34	13,43	8,9480	8,9923	0,1359	8,8844	9,9344	9,7627	1,1281	9,8705

C. Rümker.

Verzeichnifs von Sternen in der scheinbaren Bahn des October 1840 im Drachen entdeckten Cometen.

Grösse.	Mittl. Rectasc. 1 Jan. 1836.	Z. d. Beob.	Jährl. Veränd.	Mittl. Decl. 1 Jan. 1836.	Z. d. Beob.	Jährl. Veränd.	Logarithmen der Constanten in Rectascens. a	b	c	d	Logarithmen der Constanten in Declination. a'	b'	c'	d'
7	18h58'15"474	5	+0"718	61°11'10"07	5	+5"04	+8,5414	−9,1267	+9,8561	+8,4838	+0,0241	+9,3429	+0,7024	+9,9858
	18 59 6,343	1	0,771	60 38 29,68	1	5,11	8,5401	−9,1189	9,8872	8,4804	0,0235	9,3469	0,7085	9,9854
9	19 1 11,042	2	0,758	60 49 18,20	2	5,29	8,5571	−9,1201	9,8797	8,4982	0,0228	9,3623	0,7232	9,9844
7	19 5 3,944	3	0,750	61 2 27,14	3	5,61	8,5862	−9,1212	9,8750	8,5282	0,0213	9,3893	0,7492	9,9823
	19 6 9,083	3	0,776	60 48 11,76	3	5,70	8,5900	−9,1173	9,8899	8,5310	0,0206	9,3953	0,7562	9,9816
	19 9 29,768	4	0,785	60 48 39,56	4	5,98	8,6109	−9,1155	9,8950	8,5519	0,0190	9,4161	0,7770	9,9797
7	19 15 57,656	8	0,821	60 39 25,83	7	6,52	8,6462	−9,1094	9,9142	8,5866	0,0158	9,4529	0,8144	9,9757
	19 21 54,160	3	0,821	60 52 48,47	3	7,01	8,6805	−9,1084	9,9142	8,6219	0,0127	9,4851	0,8457	9,9717
8	19 29 22,120	2	0,883	60 30 57,57	2	7,62	8,7118	−9,0979	9,9458	8,6515	0,0081	9,5198	0,8819	9,9661
	19 47 51,399	1	0,964	60 29 6,11	1	9,09	8,7881	−9,0815	9,9841	8,7277	9,9954	9,5963	0,9585	9,9500
	19 52 2,271	3	0,991	60 23 23,26	3	9,41	8,8019	−9,0761	9,9962	8,7412	9,9922	9,6110	0,9736	9,9459
	19 53 46,185	1	1,047	59 50 21,00	1	9,54	8,8006	−9,0669	0,0198	8,7374	9,9905	9,6146	0,9797	9,9441
	19 55 12,798	2	1,007	60 24 27,40	1	9,66	8,8132	−9,0729	0,0029	8,7525	9,9895	9,6222	0,9848	9,9426
6.7	19 57 13,114	1	1,017	60 24 24,19	1	9,81	8,8201	−9,0708	0,0072	8,7594	9,9879	9,6291	0,9917	9,9405
	19 59 43,359	1	0,656	64 21 45,69	1	9,99	8,8855	−9,1256	9,8169	8,8404	9,9865	9,6528	0,9997	9,9379
	20 0 48,363	2	1,022	60 34 0,42	2	10,08	8,8341	−9,0691	0,0094	8,7740	9,9850	9,6416	1,0035	9,9366
	20 3 54,240	1	1,067	60 12 20,78	1	10,31	8,8391	−9,0608	0,0283	8,7775	9,9822	9,6499	1,0134	9,9332
7	20 6 34,435	4	1,105	59 55 4,96	4	10,51	8,8436	−9,0539	0,0432	8,7808	9,9797	9,6570	1,0217	9,9301
	20 9 9,125	2	1,125	59 49 57,29	1	10,71	8,8505	−9,0498	0,0513	8,7872	9,9772	9,6645	1,0296	9,9270
	20 9 50,376	3	1,125	59 53 16,83	3	10,75	8,8532	−9,0497	0,0510	8,7902	9,9766	9,6667	1,0316	9,9262
6	20 10 26,229	6	1,108	60 8 26,77	6	10,80	8,8583	−9,0523	0,0445	8,7964	9,9762	9,6696	1,0334	9,9255
	20 13 50,116	1	1,103	60 26 36,77	1	11,05	8,8722	−9,0521	0,0424	8,8116	9,9730	9,6808	1,0433	9,9213
	20 14 29,863	2	1,157	59 47 47,00	2	11,10	8,8655	−9,0427	0,0634	8,8021	9,9722	9,6799	1,0452	9,9205
præc.	20 15 48,975	3	1,141	60 6 9,94	3	11,19	8,8733	−9,0451	0,0571	8,8113	9,9710	9,6850	1,0489	9,9188
	20 17 30,210	3	1,166	59 54 8,77	3	11,31	8,8753	−9,0402	0,0666	8,8124	9,9693	9,6888	1,0536	9,9166
	20 20 40,346	1	1,246	59 3 56,77	1	11,54	8,8734	−9,0254	0,0953	8,8068	9,9658	9,6939	1,0623	9,9125
	20 21 56,006	1	1,191	59 53 59,30	1	11,63	8,8874	−9,0344	0,0760	8,8245	9,9649	9,7009	1,0657	9,9108
	20 21 57,001	4	1,223	59 28 37,04	4	11,63	8,8819	−9,0288	0,0875	8,8171	9,9646	9,6990	1,0657	9,9107
	20 21 58,592	1	1,124	60 45 46,48	1	11,64	8,8991	−9,0459	0,0508	8,8400	9,9649	9,7047	1,0658	9,9107
	20 22 24,240	3	1,213	59 38 25,07	3	11,67	8,8854	−9,0304	0,0840	8,8212	9,9642	9,7009	1,0669	9,9101
7.8	20 25 3,217	1	1,224	59 42 43,31	1	11,85	8,8932	−9,0277	0,0878	8,8294	9,9615	9,7083	1,0739	9,9065
	20 27 34,496	3	1,267	59 19 12,17	2	12,03	8,8945	−9,0190	0,1029	8,8290	9,9587	9,7129	1,0803	9,9029
	20 27 37,754	2	1,175	60 33 22,21	2	12,03	8,9108	−9,0352	0,0701	8,8508	9,9589	9,7185	1,0804	9,9029
5.6	20 28 26,708	5	1,259	59 30 20,38	5	12,09	8,8990	−9,0202	0,0999	8,8344	9,9578	9,7159	1,0824	9,9017
	20 28 43,075	1	1,236	59 52 8,70	1	12,11	8,9045	−9,0245	0,0915	8,8414	9,9576	9,7183	1,0832	9,9013

Grösse.	Mittl. Rectasc. 1 Jan. 1836.	Z. d. Beob.	Jährl. Veränd.	Mittl. Decl. 1 Jan. 1836.	Z. d. Beob.	Jährl. Veränd.	Logarithmen der Constanten in Rectascens. a	b	c	d	Logarithmen der Constanten in Declination. a'	b'	c'	d'
	20h 32′ 48″,746	1	+0″,921	63° 56′ 21″,91	1	+12″,39	+8,9722	−9,0764	+9,9644	+8,9256	+9,9526	+9,7446	+1,0931	+9,8954
	20 34 30,038	1	1,221	60 31 40,71	1	12,51	8,9272	−9,0247	0,0868	8,8670	9,9512	9,7351	1,0972	9,8928
	20 36 16,899	6	1,333	59 7 23,16	6	12,63	8,9132	−9,0036	0,1249	8,8469	9,9488	9,7332	1,1015	9,8900
	20 46 57,913	1	1,364	59 40 51,09	1	13,34	8,9442	−8,9936	0,1348	8,8803	9,9631	9,7595	1,1253	9,8728
	20 49 5,282	2	1,450	58 34 11,01	2	13,48	8,9345	−8,9759	0,1614	8,8657	9,9333	9,7589	1,1297	9,8692
6	20 50 51,559	1	1,597	56 17 18,24	1	13,60	8,9111	−8,9457	0,2032	8,8312	9,9305	9,7516	1,1334	9,8661
	20 51 53,641	1	1,605	56 15 31,63	1	13,66	8,9128	−8,9436	0,2054	8,8326	9,9291	9,7534	1,1353	9,8643
	20 53 6,945	2	1,501	58 11 5,39	2	13,74	8,9380	−8,9640	0,1763	8,8673	9,9281	9,7654	1,1380	9,8621
	20 53 34,368	2	1,503	58 11 18,79	2	13,77	8,9390	−8,9633	0,1770	8,8683	9,9275	9,7663	1,1389	9,8613
	21 0 22,741	11	1,566	57 52 4,87	11	14,19	8,9483	−8,9469	0,1948	8,8761	9,9184	9,7780	1,1521	9,8488
	21 6 9,367	1	1,609	57 47 25,26	1	14,55	8,9581	−8,9347	0,2066	8,8855	9,9102	9,7883	1,1628	9,8379
	21 7 18,204	9	1,617	57 47 22,77	8	14,62	8,9602	−8,9323	0,2088	8,8876	9,9085	9,7904	1,1649	9,8351
	21 7 25,123	2	1,627	57 36 49,73	3	14,62	8,9581	−8,9300	0,2115	8,8847	9,9085	9,7897	1,1650	9,8350
	21 8 44,121	3	1,629	57 44 58,91	1	14,70	8,9621	−8,9290	0,2118	8,8893	9,9065	9,7926	1,1673	9,8323
9	21 8 54,067	1	1,627	57 48 58,40	1	14,71	8,9632	−8,9294	0,2113	8,8907	9,9062	9,7932	1,1676	9,8319
dupl.	21 9 35,668	7	1,642	57 37 13,76	7	14,75	8,9620	−8,9256	0,2154	8,8886	9,9053	9,7935	1,1688	9,8305
	21 11 36,626	1	1,655	57 38 30,62	1	14,87	8,9658	−8,9217	0,2187	8,8925	9,9023	9,7971	1,1723	9,8263
	21 14 49,346	10	1,677	57 38 1,06	10	15,06	8,9711	−8,9148	0,2246	8,8977	9,8975	9,8025	1,1777	9,8195
	21 15 41,768	1	1,709	57 8 5,26	1	15,11	8,9667	−8,9070	0,2328	8,8909	9,8961	9,8015	1,1792	9,8176
	21 16 29,020	1	1,434	61 49 51,54	1	15,15	9,0284	−8,9658	0,1567	8,9737	9,8931	9,8238	1,1804	9,8159
	21 20 16,742	4	1,729	57 22 27,97	4	15,37	8,9769	−8,8996	0,2377	8,9023	9,8890	9,8101	1,1866	9,8074
	21 20 28,400	3	1,725	57 27 33,99	3	15,38	8,9782	−8,9002	0,2369	8,9040	9,8887	9,8108	1,1869	9,8070
	21 20 50,132	2		57 34										
	21 23 23,674	1	1,832	55 40 39,11	1	15,54	8,9624	−8,8731	0,2629	8,8793	9,8844	9,8066	1,1915	9,8003
	21 27 30,777	1	0,821	69 50 31,13	1	15,76	9,1823	−9,0771	9,9145	9,1548	9,8628	9,8682	1,1976	9,7907
	21 33 16,266	1	1,862	56 30 13,88	1	16,07	8,9863	−8,8583	0,2700	8,9074	9,8678	9,8253	1,2061	9,7762
	21 33 31,113	1	1,609	61 20 41,01	1	16,08	9,0475	−8,9188	0,2066	8,9908	9,8643	9,8477	1,2063	9,7757
tripl.	21 33 52,639	1	1,855	56 44 58,22	1	16,10	8,9899	−8,8595	0,2684	8,9122	9,8666	9,8273	1,2069	9,7746
	21 34 19,444	1	1,866	56 34 16,67	1	16,12	8,9885	−8,8564	0,2709	8,9100	9,8660	9,8271	1,2075	9,7735
	21 34 21,619	1		56 44										
	21 35 17,671	1	1,978	54 7 42,83	1	16,18	8,9630	−8,8269	0,2962	8,8717	9,8648	9,8157	1,2089	9,7709
	21 36 27,888	1		50 36										
	21 37 16,727	1	1,869	56 59 19,70	1	16,28	8,9974	−8,8536	0,2715	8,9209	9,8606	9,8332	1,2116	9,7659
	21 38 10,379	2	1,907	56 16 25,19	2	16,32	8,9903	−8,8429	0,2804	8,9103	9,8594	9,8309	1,2128	9,7635
	21 40 43,075	1	1,727	60 22 0,83	1	16,45	9,0441	−8,8864	0,2374	8,9832	9,8518	9,8534	1,2162	9,7566
	21 42 19,846	1	1,931	56 24 43,56	1	16,53	8,9974	−8,8332	0,2857	8,9181	9,8518	9,8370	1,2183	9,7522
	21 43 10,688	1	1,907	57 5 34,50	1	16,58	9,0066	−8,8387	0,2804	8,9306	9,8498	9,8417	1,2195	9,7497
	21 44 57,978	1		55 1										
	21 44 58,426	1	2,007	55 1 42,43	1	16,66	8,9855	−8,8104	0,3025	8,8990	9,8476	9,8333	1,2217	9,7447
	21 46 27,884	1	2,017	55 1 24,35	1	16,73	8,9873	−8,8061	0,3046	8,9009	9,8448	9,8352	1,2236	9,7405
	21 46 28,596	2		55 1 42,30	2									
	21 47 35,796	10	2,009	55 26 29,96	11	16,79	8,9932	−8,8073	0,3029	8,9089	9,8425	9,8388	1,2250	9,7372
	21 52 24,107	1	2,063	54 55 42,42	1	17,01	8,9934	−8,7875	0,3144	8,9064	9,8337	9,8419	1,2308	9,7230
	21 53 47,028	1	2,105	54 2 9,58	1	17,08	8,9855	−8,7737	0,3232	8,8937	9,8314	9,8386	1,2324	9,7187
	21 54 28,268	3		54 50 5,11	3									
	21 54 33,005	4	2,082	54 47 54,72	4	17,11	8,9945	−8,7795	0,3185	8,9068	9,8296	9,8437	1,2333	9,7164
	21 55 27,942	1	2,103	54 25 26,09	1	17,16	8,9917	−8,7727	0,3228	8,9019	9,8280	9,8428	1,2344	9,7135
	21 55 46,246	1		54 21										
	21 57 29,672	1	2,128	54 5 17,96	1	17,24	8,9903	−8,7627	0,3280	8,8987	9,8243	9,8431	1,2366	9,7071
	21 59 6,558	1	2,133	54 17 1,54		17,32	8,9943	−8,7595	0,3259	8,9038	9,8208	9,8461	1,2385	9,7018

	22h 0' 25"546	3	+2"136	54°26' 59"61	3	+17"37	+8,9974	−8,7569	+0,3297	+8,9078	+9,8180	+9,8484	+1,2399	+9,6975
	22 1 45 3	1	2,157	54 7 40 42	1	17,43	8,9954	−8,7491	0,3338	8,9041	9,8156	9,8481	1,2418	9,6931
	22 2 5,810	6	2,159	54 8 42,14	6	17,45	8,9960	−8,7482	0,3342	8,9047	9,8148	9,8485	1,2417	9,6920
	22 2 20,264	1	2,140	54 44 16,33	1	17,46	9,0026	−8,7537	0,3304	8,9146	9,8140	9,8521	1,2420	9,6912
	22 4 0,478	1	2,185	53 45 11,97	1	17,53	8,9939	−8,7376	0,3394	8,9005	9,8112	9,8484	1,2437	9,6855
	22 4 48,318	1	2,185	53 54 7,43	1	17,56	8,9963	−8,7364	0,3395	8,9037	9,8095	9,8501	1,2446	9,6828
	22 7 4,585	1	2,195	54 6 16,00	1	17,66	9,0008	−8,7307	0,3414	8,9093	9,8045	9,8535	1,2469	9,6749
	22 7 20,600	1		54 5										
	22 8 6,974	2	2,214	53 44 4,51	2	17,70	8,9980	−8,7231	0,3452	8,9045	9,8027	9,8526	1,2480	9,6712
	22 11 58,109	1	2,219	54 27 45,50	1	17,85	9,0094	−8,7186	0,3461	8,9198	9,7936	9,8603	1,2517	9,6572
	22 12 40,223	1	2,245	53 45 24,84	1	17,88	9,0027	−8,7067	0,3513	8,9093	9,7928	9,8571	1,2524	9,6545
	22 14 5,578	2	2,182	56 5 42,92	2	17,94	9,0293	−8,7265	0,3388	8,9484	9,7868	9,8710	1,2538	9,6491
	22 14 18,969	1	2,279	52 59 30,69	1	17,95	8,9965	−8,6927	0,3578	8,8987	9,7899	9,8544	1,2540	9,6483
	22 15 9,776	1	2,282	53 4 44,41	1	17,98	8,9981	−8,6902	0,3584	8,9009	9,7880	9,8557	1,2548	9,6450
	22 16 58,112	1	2,235	55 8 8,85	1	18,05	9,0214	−8,7048	0,3492	8,9354	9,7815	9,8687	1,2565	9,6380
	22 21 21,212	3	2,348	52 8 0,35	2	18,21	8,9965	−8,6573	0.3707	8,8935	9,7749	9,8565	1,2604	9,6203
	22 21 43,639	1	2,346	52 26 15,33	1	18,23	8,9976	−8,6576	0,3703	8,8967	9,7739	9,8579	1,2607	9,6188
	22 22 49,171	7	2,360	52 11 18,17	7	18,26	8,9960	−8,6506	0,3729	8,8937	9,7717	9,8573	1,2616	9,6143
	22 23 9,190	1		52 11										
	22 25 30,289	2	2,378	52 11 21,51	2	18,36	8,9984	−8,6392	0,3762	8,8960	9,7654	9,8596	1,2639	9,6028
	22 25 50,098	2	2,375	52 22 48,52	2	18,37	9,0006	−8,6397	0,3757	8,8994	9,7644	9,8611	1,2642	9,6014
	22 26 49,930	2	2,381	54 24 51,59	2	18,41	9,0017	−8,6357	0,3768	8,9007	9,7620	9,8621	1,2650	9,5971
	22 28 22,497	1	2,399	52 8 40,13	1	18,46	9,0003	−8,6262	0,3800	8,8977	9 7586	9,8617	1,2662	9,5902
	22 29 5,112	1	2,399	52 21 18,81	1	18,48	9,0029	−8,6250	0,3800	8,9015	9,7566	9,8635	1,2668	9,5870
	22 30 24,537	1	2,438	51 3 8,52	1	18,53	8,9915	−8,6063	0,3871	8,8823	9,7551	9.8568	1,2679	9,5808
	22 33 34,784	1	2,452	51 24 35,28	1	18,63	8,9973	−8,5955	0,3895	8,8902	9,7470	9,8614	1,2703	9,5661
	22 33 52,630	1	2,436	52 12 25,59	1	18,64	9,0052	−8,6012	0,3867	8,9029	9,7450	9,8664	1,2705	9,5646
	22 34 1,212	1	2,473	50 31 49,87	1	18,65	8,9894	−8,5846	0,3933	8,8770	9,7472	9,8568	1,2706	9,5639
	22 36 27,721	8	2,489	50 37 18,91	4	18,72	8,9918	−8,5732	0,3960	8,8798	9,7411	9,8585	1,2724	9,5519
	22 37 25,015	10	2,495	50 35 14,74	10	18,75	8,9924	−8,5685	0,3970	8,8804	9,7388	9,8592	1,2731	9,5473
	22 38 28,633	1	2,502	50 35		18,78	8,9931	−8,5631	0,3983	8,8810	9,7360	9,8598	1,2738	9,5419
	22 43 4,882	2	2,529	50 48 26,05	1	18,92	8,9983	−8,5409	0,4029	8,8876	9,7240	9,8644	1,2770	9,5177
6	22 43 8,963	7	2,548	49 48 34,84	7	18,92	8,9892	−8,5313	0,4062	8,8722	9,7254	9,8581	1,2770	9,5172
	22 43 55,141	3	2,535	50 44 42,75	3	18,95	8,9983	−8,5357	0,4040	8,8872	9,7217	9,8645	1,2775	9,5130
	22 45 12,416	1	2,543	50 49 10,59	1	18,98	8,9997	−8,5293	0,4053	8,8891	9,7182	9,8658	1,2783	9,5060
	22 45 34,725	4	2,563	49 50 7,89	4	18,99	8,9910	−8,5181	0,4068	8,8742	9,7192	9,8599	1,2786	9,5038
	22 47 42,840	4	2,573	50 5 30,92	5	19,05	8,9947	−8,5081	0,4104	8,8795	9,7128	9,8628	1,2799	9,4914
	22 47 51,325	2		50 6										
	22 50 23,509	1	2,579	50 47 18,98	1	19,12	9,0028	−8,4988	0,4114	8,8919	9,7041	9,8689	1,2816	9,4757
	22 51 23,962	4	2,616	48 58 35,72	4	19,15	8,9864	−8,4762	0,4175	8,8647	9,7053	9,8579	1,2822	9,4695
	22 51 37,114	1	2,597	50 8 19,40	1	19,16	8,9975	−8,4854	0,4145	8,8827	9,7023	9,8656	1,2823	9,4683
	22 53 26,778	4	2,627	49 4 39,14	4	19,20	8,9890	−8,4645	0,4194	8,8673	9,6996	9,8597	1,2833	9,4569
	22 54 47,366	1	2,631	49 19 19,41	1	19,24	8,9920	−8,4580	0,4202	8,8719	9,6953	9,8621	1,2841	9,4482
	22 55 53,447	1	2,642	49 4 7,81	1	19,26	8,9903	−8,4484	0,4220	8,8686	9,6928	9,8610	1,2847	9,4409
5	22 56 50,422	7	2,647	49 9 43,66	7	19,28	8,9917	−8,4432	0,4228	8,8705	9,6899	9,8621	1,2852	9,4348
	22 57 48,300	1	2,653	49 13 50,06	2	19,31	8,9928	−8,4371	0,4237	8,8721	9,6870	9,8631	1,2857	9,4281
6	23 5 3,365	2	2,709	48 30 41,85	2	19,47	8,9901	−8,3782	0,4328	8,8647	9,6677	9,8619	1,2893	9,3755
	23 9 7,664	1	2,757	46 38 17,42	1	19,55	8,9764	−8,3299	0,4404	8,8379	9,6609	9,8507	1,2911	9,3427
	23 13 57,477	4	2,787	46 27 12,26	5	19,64	8,9769	−8,2856	0,4452	8,8371	9,6470	9,8514	1,2931	9,2999
	23 15 13,587	4	2,793	46 43 3,19	5	19,66	8,9795	−8,2758	0,4460	8,8416	9,6424	9,8538	1,2936	9,2880
	23 19 21,956	1	2,818	46 41 48,61	1	19,72	8,9808	−8,2341	0,4409	8,8428	9,6293	9,8531	1,2950	9,2464
	23 21 52,308	1	2,820	48 12 15,63	1	19,76	8,9840	−8,2096	0,4502	8,8665	9,6158	9,8664	1,2958	9,2195
	23 22 19,540	1		48 14										
6	23 22 29,284	2	2,725	57 38 47,26	2	19,77	9,0897	−8,3074	0,4353	9,0164	9,5680	9,9209	1,2961	9,2119
	23 24 6,882	1	2,860	44 59 8,03	1	19,80	8,9690	−8,1672	0,4564	8,8183	9,6203	9,8441	1,2966	9,1929

Grösse.	Mittl. Rectasc. 1 Jan. 1836.	Z. d. Beob.	Jährl. Veränd.	Mittl. Decl. 1 Jan. 1836.	Z. d. Beob.	Jährl. Veränd.	Logarithmen der Constanten in Rectascens. a	b	c	d	Logarithmen der Constanten in Declination. a'	b'	c'	d'
	23h 25' 55"082	1	+2"865	45° 46' 39"89	1	+19"82	+8,9756	−8,1509	+0,4571	+8,8309	+9,6115	+9,8505	+1,2971	+9,1705
	23 28 51,692	1	2,903	42 24 9,80	1	19,86	8,9516	−8,0873	0,4628	8,7804	9,6147	9,8248	1,2979	9,1317
	23 30 6,761	1	2,909	42 21 38,65	1	19,87	8,9516	−8,0693	0,4638	8,7801	9,6110	9,8248	1,2982	9,1140
	23 32 22,500	1	2,916	43 26 34,00	1	19,89	8,9596	−8,0427	0,4648	8,7968	9,5997	9,8340	1,2987	9,0799
5	23 39 3,894	1	2,934	47 44 12,81	1	19,96	8,9944	−7,9559	0,4674	8,8636	9,5556	9,8675	1,3001	8,9597
	23 39 57,226	1	2,969	40 11 54,55	1	19,96	8,9392	−7,8823	0,4726	8,7491	9,5886	9,8082	1,3002	8,9414
	23 42 44,625	2	2,983	40 15 6,67	2	19,98	8,9400	−7,8174	0,4747	8,7504	9,5796	9,8091	1,3007	8,8754
	23 47 7,452	4	3,005	40 10 14,17	4	20,01	8,9400	−7,6892	0,4778	8,7496	9,5656	9,8089	1,3012	8,7485
6	23 47 18,077	1	2,974	51 49 21,48	1	20,01	9,0322	−7,7763	0,4733	8,9276	9,4937	9,8948	1,3012	8,7434
	23 48 49,230	2	3,012	40 18 55,26	2	20,02	8,9412	−7,6293	0,4789	8,7521	9,5592	9,8104	1,3014	8,6876
	23 50 26,898	2	3,021	40 7 8,53	2	20,02	8,9400	−7,5601	0,4802	8,7494	9,5547	9,8087	1,3015	8,6197
	23 50 17,984	1	3,022	40 17		20,02	8,9411	−7,5528	0,4803	8,7517	9,5533	9,8102	1,3015	8,6113
	23 50 47,893	1	3,023	40 17 16,08	1	20,02	8,9412	−7,5451	0,4804	8,7517	9,5527	9,8102	1,3015	8,6035
	23 51 40,070	1	3,030	37 56 47,55	1	20,03	8,9267	−7,4875	0,4814	8,7156	9,5618	9,7885	1,3016	8,5605
	23 54 33,165	3	3,042	39 29 56,93	2	20,04	8,9364	−7,3113	0,4831	8,7399	9,5441	9,8034	1,3018	8,3748
	23 57 38,941	6	3,056	39 30 17,53	6	20,04	8,9364	−6,9473	0,4852	8,7399	9,5334	9,8034	1,3019	8,0109
	23 59 10,185	1	3,064	39 10 1,54	1	20,04	8,9344	−6,4947	0,4863	8,7348	9,5299	9,8004	1,3019	7,5603
	23 59 11,741	2	3,064	39 14 9,37	2	20,04	8,9348	−6,4777	0,4863	8,7359	9,5294	9,8010	1,3019	7,5429
	0 0 26,379	1	3,070	39 42 58,22	1	20,04	8,9379	+6,2145	0,4871	8,7433	9,5219	9,8055	1,3019	−7,2766
	0 2 31,712	2	3,080	38 20 51,76	2	20,04	8,9295	6,9729	0,4885	8,7222	9,5231	9,7927	1,3019	−8,0435
6	0 7 25,693	3	3,101	37 50 48,43	3	20,03	8,9263	7,4374	0,4915	8,7141	9,5089	9,7876	1,3017	−8,5109
	0 8 32,524	3	3,107	37 46 13,84	3	20,03	8,9258	7,4978	0,4923	8,7131	9,5053	9,7870	1,3016	−8,5717
7	0 11 26,653	7	3,119	37 19 41,09	7	20,02	8,9229	7,6218	0,4940	8,7057	9,4980	9,7822	1,3014	−8,6984
	0 12 57,782	3	3,125	37 16 37,19	2	20,01	8,9224	7,6755	0,4949	8,7046	9,4930	9,7815	1,3012	−8,7524
	0 16 58,719	2	3,138	35 34 29,47	2	19,98	8,9124	7,7830	0,4967	8,6772	9,4912	9,7635	1,3007	−8,8604
	0 16 58,890	2	3,139	35 52 4,94	2	19,98	8,9140	7,7846	0,4968	8,6818	9,4890	9,7666	1,3007	−8,8694
	0 17 48,545	1	3,125	28 55 32,12	1	19,98	8,8805	7,7716	0,4949	8,5650	9,5344	9,6832	1,3006	−8,8898
	0 20 15,262	6	3,154	35 59 29,77	6	19,96	8,9142	7,8616	0,4988	8,6833	9,4761	9,7674	1,3002	−8,9457
8	0 23 23,212	2	3,162	34 43 13,48	2	19,93	8,9068	7,9174	0,4999	8,6623	9,4360	9,7532	1,2996	−9,0083
	0 23 41,464	1	3,162	34 33 30,72	2	19,93	8,9059	7,9220	0,5000	8,6597	9,4754	9,7535	1,2996	−9,0138
6	0 26 45,296	5	3,176	34 45 14,29	5	19,90	8,9062	7,9753	0,5019	8,6622	9,4627	9,7529	1,2989	−9,0661
5	0 28 8,366	2	3,173	32 48 57,37	2	19,89	8,8961	7,9874	0,5015	8,6301	9,474[illegible]	9,7307	1,2986	−9,0880
6	0 28 35,336	2	3,182	34 29 45,40	3	19,88	8,9045	8,0028	0,5027	8,6576	9,4582	9,7497	1,2985	−9,0949
7.8	0 33 1,595	5	3,192	32 57 50,35	5	19,83	8,8956	8,0574	0,5041	8,6314	9,4564	9,7312	1,2974	−9,1573
7	0 35 33,862	5	3,200	32 43 9,67	6	19,80	8,8936	8,0880	0,5052	8,6264	9,4498	9,7275	1,2966	−9,1891
	0 39 14,112	1	3,418	56 56 36,77	1	19,75	9,0807	8,3186	0,5338	9,0040	8,9731	9,9169	1,2955	−9,2315
	0 37 16,373	1	3,206	32 38 16,26	1	19,77	8,8927	8,1077	0,5060	8,6245	9,4444	9,7060	1,2961	−9,2092
	0 41 27,529	6	3,213	31 9 55,59	6	19,71	8,8844	8,1467	0,5069	8,5983	9,4445	9,7067	1,2947	−9,2551
	0 41 59,790	1	3,215	31 9 24,56	1	19,71	8,8843	8,1522	0,5072	8,5981	9,4426	9,7065	1,2946	−9,2606
	0 43 14	.	3,220	31 6 27,96		19,68	8,8835	8,1644	0,5078	8,5967	9,4389	9,7054	1,2941	−9,2731
	0 46 57,701	3	3,529	59 28 25,25	3	19,62	9,1089	8,4264	0,5476	9,0441	8,6550	9,[illegible]260	1,2927	−9,3084
	0 47 34,766	1	3,223	29 22 31,77	1	19,61	8,8743	8,1979	0,5083	8,5649	9,4426	9,6813	1,2925	−9,3142
	0 49 5,870	6	3,228	29 25 49,07	6	19,58	8,8739	8,2115	0,5089	8,5653	9,4370	9,6814	1,2919	−9,3276
	0 52 36,580	1	3,239	29 24 59,20	1	19,51	8,8723	8,2410	0,5104	8,5635	9,4252	9,6796	1,2903	−9,3571
	0 53 18,039	2	3,240	29 16 43,06	2	19,50	8,8714	8,2458	0,5106	8,5608	9,4246	9,6774	1,2900	−9,3626
	0 54 45,635	2	3,240	28 37 3,69	2	19,47	8,8680	8,2547	0,5106	8,5483	9,4275	9,6678	1,2894	−9,3742
5.6	0 55 30,633	2	3,244	28 46 56,69	2	19,45	8,8683	8,2612	0,5111	8,5509	9,4231	9,6697	1,2890	−9,3800
	0 57 17,812	2	3,241	27 37 26,88	2	19,42	8,8628	8,2699	0,5107	8,5290	9,4310	9,6525	1,2882	−9,3934
7	0 58 4,948	1	3,257	29 21 14,81	1	19,40	8,8695	8,2829	0,5128	8,5598	9,4072	9,6763	1,2878	−9,3993
	0 58 13,405	2	3,244	27 39 21,42	3	19,40	8,8624	8,2769	0,5111	8,5289	9,4276	9,6524	1,2877	−9,4003

Rümker.

Schreiben des Herrn Professors *Argelander*, Directors der Sternwarte in Bonn, an den Herausgeber.

Bonn 1841. März 15.

Für die Aufnahme meiner Ihnen letzthin mitgetheilten Beobachtungen in die Astr. Nachr. danke ich ergebenst, bitte Sie aber um die Anzeige der folgenden kleinen Schreib- oder Druckfehler:

pag. 118. Sept. 20. statt η Aquilæ $<:\beta$ lies $\eta>:\beta$
„ „ Nov. 25. „ η Aquilæ $+>\iota$ „ $>+$
„ „ Dec. 14. „ η Aquilæ $<:\beta$ „ $<:$ bis $+<\beta$
„ 126. Zeile 10. Werth von $\eta=\iota$, statt (4.5) lies (2.5)
„ 128. „ 10. Mittel statt Oct. 3.5 42,6 lies Oct. 3. 5. 41,3
„ 130. Febr. 22. Corr. statt $-24''7$ lies $-24'7$
„ 133. Oct. 24. statt. δ Cephei $<:\iota$ lies $:<\iota$
„ „ Nov. 26. „ δ Cephei $>:\varepsilon$ „ $:>\varepsilon$
„ 142. AR. des Sterns m statt 319 58 57,5 lies 319 58 51,5.

Zugleich erlaube ich mir auch die beiden letzten Beobachtungen des Cometen hier anzugeben; er war schon sehr schwach, und erschien am ersten Tage bei dunstiger Luft, am zweiten im hellern Zodiacallichte noch schwächer; daher war er schwierig zu beobachten, indeſs stimmen die einzelnen Beobachtungen noch ganz gut überein.

1841.	M. Z.	AR.	Decl.	Beob.	
Jan. 23.	6h 58′ 6″6	34° 10′ 51″4	+ 11° 59′ 35″3	6 o	N.S.
— 24.	7 0 28,1	34 45 54,6	+ 11 36 49,5	9 π.ρ	N.S.

Die scheinbaren Positionen der verglichenen Sterne habe ich hierbei angenommen:

o.	34° 59′ 28″4	+ 12° 2′ 29″0	H. C. p. 39. Z. 126.
π.	34 48 52,5	+ 11 44 25,5	Z. 126.
ρ.	35 11 40,7	+ 11 32 58,2	Z. 126.

Bei der totalen Mondfinsterniſs war es Anfangs am Monde dunstig, wurde aber zur Zeit der totalen Verfinsterung ganz klar; das Licht des verdunkelten Mondes erschien diesesmal nicht so dunkel kupferroth, als ich es sonst gewöhnlich gesehen habe, sondern viel heller und fast rosenroth; wir beobachteten

Febr. 5.	12h 49′ 14″ M.Z.	sehr starker Halbschatten.		
	50 9 „	Anfang der Finsterniſs.		
	59 35 „	Eintritt Gassendi.	*Kysaeus.*	
	13 5 45 „	Eintritt Copernicus.	*K.*	— 9″
	7 35 „		*K.*	— 31
Febr. 5.	13h 8′ 32″ M.Z.	Eintritt Tycho.		
	9 37 „			
	20 50 „	Eintritt Manilius.	*K.*	— 12″.
	23 20 „	Eintritt Dionysius?	*K.*	
	24 5 „	Eintritt Dionysius?	ich.	
	25 15 „	Eintritt Menelaus.	*K.*	— 4.
	28 0 „	Eintritt Plinius.	*K.*	+ 5.
	38 35 „	Eintritt Proclus.	*K.*	— 28.
	46 50 „	Anf. d. tot. Finsterniſs.	*K.*	+ 33
	15 34 30 „	Austritt Kepler.		
	45 13 „	Austritt Tycho.	*K.*	+ 8
	46 28 „		*K.*	— 11
	56 25 „	Austritt Manilius.		
	57 10 „	Austritt Manilius?	*K.*	
	59 40 „	Austritt Menelaus.	*K.*	+ 9
	16 0 53 „	Austritt Dionysius?	*K.*	
	1 20 „	Austritt Dionysius?	ich.	
	3 28 „	Austritt Plinius.	*K.*	+ 13
	13 5 „	Austritt Proclus.		
	22 21 „	Ende der Finsterniſs.		
	23 31 „	Ende gewiſs schon vorbei.		

Während der Finsterniſs wurden mehrere Sterne bedeckt, von denen die meisten bei *Bessel* vorkommen; Herr *Kysaeus* hatte die Ein- und Austritte derselben sorgfältig voraus berechnet, indeſs konnten wegen der dunstigen Luft im Anfange und dann auch wegen der Lichtschwäche mehrerer gegen den immer noch ziemlich hellen Mondrand nur die folgenden beobachtet werden:

14h 6′ 31″8	Austritt d:	zu spät.	
7 27,2	Eintritt x	*Kys.*	
21 4,9	Austritt e		
28 52,3	Eintritt f	plötzlich	*K.* + 0″4
39 47,6	——— g		„ — 0,2
43 17,0	——— h	nicht ganz sicher.	
15 24 20,8	Austritt f	plötzlich	*K.* + 0″3
42 22,4	——— g		„ + 0,3

Die mittleren Positionen dieser Sterne 1841 sind

d.	9m	138° 48′ 54″1	+ 15° 10′ 25″0	Z. 273
e.	9	139 5 42,7	+ 15 31 44,2	Z. 273
f.	8	139 31 6,1	+ 15 12 50,8	Z. 149
g.	8	139 33 19,0	+ 14 59 26,6	Z. 149 H. C. p. 52 = P. IX. 84
h.	9	139 36 44,5	+ 15 14 16,2	Z. 273
x.	9	139 13 —	+ 14 57 —	kommt nirgend vor.

Fr. Argelander.

Schreiben des Herrn Hofraths *Mädler*, Directors der Sternwarte in Dorpat, an den Herausgeber.

Dorpat 1841. April 10.

Noch immer ist die Witterung hier in Dorpat sehr unbeständig und vorherrschend trübe geblieben, so daſs nur wenige Nächte dauernd benutzt werden konnten. Die heiterste war die des 25sten März, wo ich nicht allein von einigen 30 zum Theil als sehr schwach bezeichneten *Herschel*schen Nebelflecken keinen einzigen vergebens suchte, sondern auch noch einige neue auffand, die ich aber noch nicht wieder habe bestätigen und näher bestimmen können. Schon am 24sten Jan. begann ich die Beobachtungen der Marsoberfläche, allein der ganze Februar und die erste Märzhälfte fielen in dieser Beziehung aus, zum

Theil wegen seines zu tiefen Standes. Da er indefs bis in den Juni verfolgt werden kann, so hoffe ich noch auf eine gute Reihe von Beobachtungen, deren Resultat ich seiner Zeit mittheilen werde. Hier nur einiges über die weifsen Polarflecke, da es vielleicht Veranlassung werden könnte, noch in dieser Opposition auf südlicher gelegenen Sternwarten einige Untersuchungen anzustellen.

Am 24sten und 31sten Januar war noch an keinem der Pole etwas der Art wahrzunehmen. Erst am 22sten März gewahrte ich einen weifslichen Schimmer etwa 25° vom Nordpunkte der Scheibe nach Osten, doch glänzten noch mehrere Stellen des Randes und es war nichts mit Bestimmtheit zu entscheiden. Am 25sten März war der Rand rings herum ziemlich gleichmäfsig heller und weifser als die röthliche Mitte, von der sie durch schwärzliche Flecken getrennt war. Am 1sten April erschienen zwei weifse Flecke im NO. und SSW., der erstere kleiner aber bestimmter als der andere. Für den ersten *a* fand ich die Position (von N. durch O. gezählt)

14h20' St.Z.	27°46'5	aus 5	Einstellungen
14 42'5	27 51,2	3	———

für den zweiten *b*

14 10	252 40,5	5	———
14 35,5	256 20,7	4	———

Hierdurch ward es wahrscheinlich, dafs *b* in beträchtlicher Entfernung vom Südpole liege, da er schon in 25 Minuten eine Rotation verrieth. Dies bestätigte sich völlig am 5ten April.

Fleck *a*.	12h 11 St.Z.	29°10'7	aus 5	Einstellungen.
	13 7	30 26,1	5	———
	13 35,5	31 19,3	5	———
b.	12 7,5	209 13,3	5	———
	12 57,2	213 47,7	5	———
	13 21	220 4,3	5	———
	13 44,5	223 22,5	5	———

Zugleich glaubte ich wahrzunehmen, dafs *b* den eigentlichen Rand gar nicht berühre, sondern hinter ihm wieder ein sehr schmaler Streifen Gelb erscheine. Jedenfalls also ist in diesem der Polarfleck von 1830 und 1832 nicht zu suchen, sondern eine andre helle Stelle, deren Mitte etwa in 50°—55° S. B. liegt. Ob auch *a*, der bestimmt in der Nähe des Nordpols liegt, eine Rotation verrathe, wage ich aus den geringen Abweichungen der obigen Beobachtungen noch nicht zu entscheiden, hoffe aber, da Mars sich bis zum 24sten April der Erde fortwährend nähert, noch in dieser Opposition hierüber gewifs zu werden.

So oft es die Witterung erlaubte, habe ich die Scheibe der Venus nach Flecken durchmustert, allein bis jetzt ohne allen sichern Erfolg.

Die bisherigen Beobachtungen der Doppelsterne werden zu manchen Verbesserungen der von mir berechneten Bahnen Veranlassung geben, doch will ich hierin nichts übereilen, und deshalb hier nur einige Bemerkungen mittheilen.

In Betreff von α Geminorum bestätigt sich meine 1836 gegebene Ephemeride (Astr. Nachr. Nr. 317) durch die Beobachtungen von *Struve*, *Kaiser* und meine eigenen so, dafs eine Verbesserung nicht angedeutet ist. Diese sind nemlich

	d	p	
1838,34	4"808	254°24'	*Struve* (Additamenta p. 3).
1840,06	4,713	253 58	*Kaiser* (A. N. Nr. 409)
1841,09	4,885	252 59	*Mädler*.

Die Ephemeride giebt, hiermit verglichen

	Δd	Δp
1838,34	— 0"135	— 41'
1840,06	— 0,013	— 45
1841,09	— 0,167	— 28

wogegen die *Herschel*sche jetzt abweicht

1841,09	— 0"670	— 254'.

ζ Cancri hat jetzt seit *Herschels* erster Messung einen ganzen Umlauf vollendet. Die letzten Messungen sind

1840,15	6° 8'	*Kaiser* l. c.
1840,29	6 9	*Struve* (A. N. Nr. 411)
1841,26	359 38	*Mädler*.

Herschel der Vater fand

1781,90	3° 28'.

Hieraus folgt eine Umlaufszeit von 59,7 Jahren. Da aber, aufser der angeführten ersten Beobachtung, nur aus den letzten 15 Jahren deren gefunden werden, so ist es noch nicht möglich die übrigen Elemente zu bestimmen. Um 1834 ging er durch sein scheinbares Aphel.

Für φ^2 Cancri ist es noch unentschieden, ob eine bemerkbare Veränderung seit *Herschel I* Statt gefunden. Ich erhalte

1841,26	4"564	212° 52'

fast ganz mit dem Mittel aus den bisherigen Beobachtungen übereinstimmend.

γ Leonis ändert sich im Positionswinkel weniger rasch als die früheren Beobachtungen der beiden *Herschel* ergeben, und fast scheint es als müsse die erste von 1782,71 (83° 30') ganz ausgeschlossen werden. Die Formel

$$p = 101° 38'1 + (t - 1825{,}4)$$

entspricht den späteren Beobachtungen seit 1801,7 sehr gut, gibt aber für die erste 5° Abweichung. Die Distanz läfst noch gar keine Veränderung wahrnehmen. Meine letzte Beobachtung giebt 1841,26 2"588 105° 22'5.

Bedeutende Veränderung werden die für ζ Herculis (A. N. Nr. 363) und σ Coronæ von mir gegebenen Bahnen erfahren. Für ersteren geben die Beobachtungen

1839,67	160° 24'	1"165	*Struve* (Pulkowa)
1841,25	149 16	1,296	*Mädler*.

Die Ephemeride dagegen

1839,67	169° 35'	1,211
1841,25	161 25	1,194.

Wahrscheinlich wird man bei künftigen Versuchen von den frühern Beobachtungen (vor 1822) gänzlich abstrahiren müssen.

Mädler.

Altona 1841. Juni 10.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 428.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *A. Erman* an den Herausgeber.

Berlin 1841. Mai 9.

In Beziehung auf die zwei Sternschnuppen- oder Asteroïdenströme (vom November und August) habe ich neuerdings wieder einige Nachrichten gefunden, die mir der Ansicht über dieselben, welche Sie mir erlaubt haben in den Astron. Nachrichten darzustellen, sehr günstig scheinen.

Es sind nämlich in früheren Jahrhunderten, sowohl 6 Monate nach dem November- (damals October-) Phänomen, als auch 6 Monate nach dem August-Phänomen, d. h. respective im April und Februar, ganz ausgezeichnete Sternschnuppen-Regen beobachtet worden, von denen mir scheint, dafs man sie als Wirkungen der Conjunktionen jener beiden Ringe oder Ströme mit der Sonne zu betrachten hat, wenn man die November- und August-Erscheinungen deren Oppositionen zuschreibt.

Beide (Conjunction und Opposition) wären dann in jenen früheren Jahrhunderten sehr nahe an der Erde vor sich gegangen.

Folgendes ist eine kurze Uebersicht von den Daten der Beobachtungstage. — Die mit dem Namen *Chasles* bezeichneten sind von diesem Französischen Schriftsteller in dem Compte rendu de l'Academ. des sciences 1841 Nr. XI und XII mitgetheilt. Ich habe nur solche gewählt, bei welchen ganz entschieden von ausserordentlicher Häufigkeit der Sternschnuppen die Rede ist und bemerke auch noch, dafs Herr *Chasles* von meiner Ansicht wegen Februar- und April- oder Mai-Erscheinungen nichts wufste.

Der Name *Frähn* steht neben Daten, von denen dieser Petersburger Orientalist nach Persischen und Arabischen Schriftstellern, Sternschnuppen-Regen berichtet.

Die übrigen Thatsachen sind in den Astronomischen Nachrichten erwähnt. —

Es scheint freilich der Ansicht von einem regelmäfsigen Ringe, dessen Ebene die Erde in ihrer Bahn zweimal jährlich durchschneidet, zuwider, dafs die Daten der Erscheinungen innerhalb Grenzen von mehr als einer Woche, schwanken würden, wenn man sie wirklich alle als gleichartig betrachten wollte. Wir kennen indessen die ganze Sache wohl noch zu wenig, um die Möglichkeit eines solchen Schwankens völlig abweisen zu können. Im Jahre 1836, wo wir gewöhnlich November 12 als Datum des Sternschnuppenregens angegeben finden, waren doch auch:

November 11 in London,
November 12 in Newyork,
November 14 in Bremen,
November 12 bis 16 in Wien

etwa gleich ausgezeichnet erschienen, so dafs eine Schwankung von einer Woche im Datum des stärksten Falles selbst durch dieses eine Ereignifs plausibel sein möchte.

Wirkungen des Novemberstromes bei

Opposition.				Conjunction.			
585 Octbr. 21—23	a. St.	Sternschnuppen.	*Chasles.*				
855 Octbr. 16	—	—	*Boguslawski.*				
855 Octbr. 17	—	—	*Chasles u. Frähn.*				
856 Octbr. 17	—	—	*Chasles.*				
902 Octbr. 25	—	—	*Frähn.*				
914 Octbr. 14	—	—	*Chasles.*				
935 Octbr. 4	—	—	*Frähn.*				
				1095 April 4	a. St.	Sternschnuppen.	*Chasles.*
				1123 April 4	—	—	*Chasles.*
1199 Octbr. 23	—	—	*Frähn.*				
1202 Octbr. 19	—	—	*Frähn.*				
1366 Octbr. 24	—	—	*Boguslawski.*				
				1545 April 25	—	Sonnenverdunkelung.	*Erman.*
				1706 Mai 12	n. St.	—	*Erman.*

Opposition.

1799 Novbr. 11 n. St. Sternschnuppen *v. Humboldt.*
1832 Novbr. 12 — —
1833 Novbr. 12 — —
1834 Novbr. 13 — —
1836 Novbr. 12 — —
1838 Novbr. 13 — —
1839 Novbr. 13 — —

Conjunction.

1719 ... 1840 Mai 12 n. St. Temperaturverminderung. *Erman.*

Wirkungen des Auguststromes bei

Opposition.

855 August a. St. Sternschnuppen. *Chasles.*

1800 ... 1839 August 9—12 n. St. Sternschnuppen.

Conjunction.

763 Februar a. St. Sternschnuppen. *Chasles.*
836 Februar — — *Chasles.*
838 Februar 16 — — *Chasles.*
913 Februar 2 — — *Chasles.*
918 Februar 1 — — *Chasles.*
937 Februar 14 — — *Chasles.*
1106 Februar 12 — Sternschnuppen und Sonnenverdunkelung. *Erman.*
1208 Februar 28 — Sonnenverdunkelung. *Erman.*
1719 ... 1839 Febr. 5—19 — Temperaturverminderung. *Erman.*

Die am stärksten aus der Reihe herausweichenden Daten sind

935 October 4 a. St. und 1095 April 4 a. St.
1123 April 4 a. St.

dennoch scheinen auch für diese die Angaben der Schriftsteller recht entschieden und unzweideutig! Ich will sie beispielsweise anführen:

935 October 4. Der arabische Schriftsteller, den Hr. *Frähn* übersetzt, sagt: „An diesem Tage waren die leuchtenden Sterne (d. i. die leuchtenden Meteore, *Frähn*) in heftiger Bewegung."

1094 April 4 u. 1095 April 4: Von diesen beiden Tagen führt Herr *Chasles* folgende Worte Französischer Annalisten an: „On voit des étoiles tomber du ciel aussi pressées que la grêle depuis le milieu de la nuit jusqu'à l'aurore." und: „Pendant plusieurs nuits des étoiles paraissent tomber du ciel aussi pressées que la pluie."

Auch vom folgenden Jahre führt Herr *Chasles* Folgendes an:
1096 April 4. „Prèsque toutes les étoiles courent comme la poussière emportée par le vent."

und ferner

1123 April 4. „Une quantité innombrable d'étoiles tombent du ciel et pleuvent de tous cotés sur la terre."

Ich schreibe die übrigen Stellen nicht her, weil sie in dem Compte rendu etc. 1841 Nr. XI. und in der Abhandlung von Herrn *Frähn* (Petersburger Mem. gelesen am 1. December 1837) vollständig zu finden sind. Die Arabischen Schriftsteller drücken sich namentlich sehr deutlich über die Sternschnuppenregen aus.

Auch die Convergenz der scheinbaren Bahnen der Auguststernschnuppen gegen einerlei Punkte der Himmelskugel, welche ich in den Astr. Nachr. erwähnt habe, ist neuerdings wieder bestätigt worden.

1840 hatten wir keine Beobachtungen, weil der helle Mondschein hinderlich schien. Mr. *Forshey* in Philadelphia ist aber glücklicher gewesen, und hat in Proceedings of the American philosophical society August—October 1840 pag. 263 folgende Zusammenstellung seiner Resultate (welche er nach den Formeln in Astr. Nachr. Nr. 385 berechnet hat) mit unsern früheren bekannt gemacht:

August-Meteore Beob.-Ort	und Tag.	AR. des Convergenzpunktes.	Decl. des Convergenzpunktes.	Anzahl der Beobb.	Wahrsch. Fehler des einzelnen	Gesammt-Resultats.
1837 Berlin	August 10	217°18	—57°26	(46)	± 20°1	± 2°96
1837 Breslau	August 10	221,76	— 51,41	(200)	19,5	1,38
1839 Berlin	August 9	224,86	— 50,18	(50)	11,9	1,68
1839 Berlin	August 10	223,88	— 52,39	(48)	13,3	1,92
1839 Berlin	August 11	218,45	— 51,05	(43)	13,5	2,06

August-Meteore Beob.-Ort und Tag.	AR. des Convergenzpunktes.	Decl. des Convergenzpunktes.	Anzahl der Beobb.	Wahrsch. Fehler des einzelnen	Gesammt-Resultats.
1839 Königsberg August 10........	214°85	— 55°59	(75)	± 21°0	± 2°42
1839 Königsberg August 11........	215,11	— 55,29	(74)	17,4	2,02
1840 Philadelphia August 9 10ʰ57′	216,14	— 55,76	(12)	2,3	0,67
1840 Philadelphia August 9 13 4	214,71	— 55,43	(15)	4,1	1,05
1840 Philadelphia August 9 15 6	219,25	— 55,12	(29)	1,2	0,22

A. Erman.

Schreiben des Herrn Dr. *Max Weisse* an den Herausgeber.

Cracau 1841. April 24.

Ich nehme mir die Freiheit, Ihnen hiebei die im Jahre 1840 an der hiesigen Sternwarte gemachten Beobachtungen der Mondsterne und Sternbedeckungen zu übersenden; zugleich erlaube ich mir einige Worte über die in demselben Jahre hier gemachten meteorologischen Beobachtungen beizufügen.

Der mittlere Barometerstand war 27″ 5‴29 Paris. M.; der höchste Stand fiel auf den 26sten December mit 28″ 1‴93; der niedrigste auf den 19ten October mit 26″ 9‴64, so dafs die jährliche Schwankung 16‴29 betrug. Die mittlere Jahreswärme betrug + 4°8 R.; also bedeutend weniger, als sie aus vieljährigen Beobachtungen und genauen Untersuchungen folgt, die + 6°6 R. geben. Dieses Jahr mufs daher zu den sehr kühlen gezählt werden. Die gröfste Wärme war den 3ten Juli mit + 27°1 R., die kleinste den 17ten Decbr. mit — 22°5 R.; die jährliche Schwankung betrug also 49°6 R. Ausgezeichnet durch strenge anhaltende Kälte war der December; seit vielen Jahren war blofs im Jahre 1829 die mittlere Kälte gröfser, als im Jahre 1840. In diesem Monate war auch fast anhaltend ein sehr hoher Barometerstand; derselbe Fall hatte auch im Jahre 1829 statt. Der herrschende Wind war, wie gewöhnlich, von West; Stürme zählte man 19; im Jänner waren die meisten Stürme; heftige Winde wehten besonders im November und December. Ganz heitere Tage zählte man blofs 6, an 226 Tagen wechselte Sonnenschein mit Wolken, und 134 Tage waren ganz trübe. Nebel wurden 38, Gewitter 24, Hagel 8 verzeichnet; Schneetage zählte man 61, Regentage 151. Das erste Gewitter war den 23sten Jänner, das letzte den 16ten September. Der letzte Schnee im Frühjahr fiel den 3ten Mai, der erste im Herbste den 20sten November. Sonnensäulen und Nebensonnen wurden dreimal beobachtet; besonders schön war dieses Phänomen den 23sten April; Nordlichte wurden den 6ten Februar und den 21sten December beobachtet, und während ihrer ganzen Dauer der Gang der Magnetnadel notirt.

Die Beobachtungen mit dem *August*'schen Psychrometer gaben für die einzelnen Monate und das ganze Jahr folgende Resultate:

Monate.	Temperatur der Luft nach Reaumur.	Temperatur des Thaupunktes.	Der Thaupunkt unter der Luft-Temperatur.	Elasticität der Wasserdünste.	Sättigungsgrad der Luft.	Wasser in einem Paris. Cubikfufse Luft in Granen.
Jänner	— 3°17	— 4°08	0°91	1‴410	0,919	2,585
Februar	— 2,10	— 2,78	0,68	1,592	0,954	2,926
März	— 2,35	— 3,99	1,64	1,421	0,861	2,609
April	+ 4,85	+ 0,01	4,84	2,045	0,666	3,556
Mai	+ 8,76	+ 5,38	3,38	3,214	0,758	5,488
Juni	+12,74	+ 8,90	3,84	4,285	0,736	7,073
Juli	+14,33	+10,66	3,67	4,932	0,749	8,059
August	+12,36	+ 9,34	3,02	4,440	0,786	7,396
September	+12,13	+ 8,96	3,17	4,308	0,777	7,156
October	+ 4,57	+ 2,36	2,21	2,490	0,829	4,360
November	+ 3,79	+ 2,44	1,35	2,509	0,893	4,411
December	— 8,28	— 7,99	— 0,29	0,989	1,036	1,865
Jahr	+ 4,80	+ 3,02	1,78	2,804	0,974	5,201

Aus dieser Zusammenstellung ergiebt sich, dafs die Elasticität der Wässerdünste, und die Menge des in der Luft schwebenden Wassers zunimmt, so wie die Temperatur steigt; der Sättigungsgrad der Luft ist im April am geringsten, im December am gröfsten.

Die wenigen hier gemachten Beobachtungen des *Bremiker*schen Cometen werde ich erst später einsenden, da noch einige Vergleichungssterne nicht genau bestimmt sind.

Dr. *Max Weisse.*

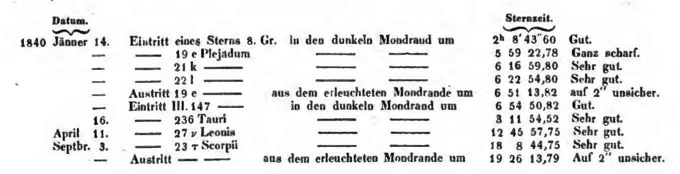
Mondsterne auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1840 beobachtet.

Datum.	Gestirne.	Scheinb. AR.	Anzahl der Fäden.
1840 Jänner 10	Mond I	23h48′30″62	5
	41 d Piscium	0 12 22,25	4
13	6 β Arietis	1 45 49,18	5
	27 ψ Arietis	2 22 2,26	5
	Mond I	2 27 27,35	5
	57 δ Arietis	3 2 30,41	5
	64 g Arietis	3 14 53,47	5
14	57 δ Arietis	3 2 30,67	5
	64 g Arietis	3 14 53,51	5
	Mond I	3 28 43,21	5
	37 A′ Tauri	3 55 16,17	4
	69 υ′ Tauri	4 16 46,13	5
15	69 υ′ Tauri	4 16 46,16	5
	Mond I	4 34 43,62	5
	112 β Tauri	5 16 13,02	5
	26 l Aurigæ	5 28 23,90	5
16	112 β Tauri	5 16 12,83	5
	26 l Aurigæ	5 28 23,88	4
	Mond I	5 43 42,96	5
	44 κ Aurigæ	6 5 12,66	5
	27 ε Geminorum	6 34 7,24	5
März 10	94 τ Tauri	4 32 40,04	3 :.
	Mond I	4 57 50,29	5
	112 β Tauri	5 16 12,08	5 :.
	136 C Tauri	5 43 17,61	5 :.
11	112 β Tauri	5 16 11,97	5
	136 C Tauri	5 43 17,69	5
	Mond I	6 4 21,43	5
	27 ε Geminorum	6 34 6,88	5
	46 τ Geminorum	7 0 59,04	5
12	27 ε Geminorum	6 34 6,82	5
	46 τ Geminorum	7 0 58,82	5
	Mond I	7 9 15,52	5
	78 β Geminorum	7 35 33,07	5
	83 φ Geminorum	7 43 43,99	5
April 10	31 θ Cancri	8 22 29,71	3
	47 δ Cancri	8 35 36,77	5
	Mond I	8 50 27,32	5
11	14 o Leonis	9 32 38,39	5
	Mond I	9 43 41,71	5
	32 α Leonis	9 59 52,93	5
	47 ρ Leonis	10 24 25,16	4
12	32 α Leonis	9 59 52,67	5
	47 ρ Leonis	10 24 24,80	5
	Mond I	10 33 11,93	5
	63 χ Leonis	10 56 47,77	5
	75 q Leonis	11 9 5,60	5
1840 April 13	63 χ Leonis	10h56′47″82	5
	75 q Leonis	11 9 5,54	5
	Mond I	11 20 11,97	5
	5 β Virginis	11 42 24,17	5
	7 b Virginis	11 51 47,66	2
Mai 15	9 α² Libræ	14 42 5,09	4
	20 γ Libræ	14 54 46,24	5
	Mond I	14 59 5,39	5
Juni 13	20 σ Scorpii	16 8 56,95	5
	21 α Scorpii	16 17 5,09	5
	Mond I	16 24 30,81	5
Aug. 8	42 θ Ophiuchi	17 12 15,23	5
	Mond I	17 38 24,94	5
9	22 λ Sagittarii	18 18 9,83	5
	Mond I	18 34 10,74	5
	40 τ Sagittarii	18 57 1,13	4
	47 χ¹ Sagittarii	19 15 36,22	5
Sept. 8	10 π Capricorni	20 18 13,54	5
	15 υ Capricorni	20 31 0,42	5
	Mond I	20 52 47,72	5
9	32 ι Capricorni	21 13 25,92	5
	40 γ Capricorni	21 31 19,55	5
	Mond I	21 43 14,76	5
Oct. 31	34 σ Sagittarii	18 45 23,48	5
	41 π Sagittarii	19 0 17,82	3
	Mond I	19 16 8,77	5
	57 Sagittarii	19 42 56,90	3
	62 c Sagittarii	19 52 52,22	5
Nov. 2	Mond I	20 58 32,53	5
	49 δ Capricorni	21 38 15,95	5
3	40 γ Capricorni	21 31 16,98	4
	49 δ Capricorni	21 38 16,22	5
	Mond I	21 47 15,04	5
	43 θ Aquarii	22 8 27,04	5
	57 σ Aquarii	22 22 14,50	5
Dec. 1	51 μ Capricorni	21 44 37,29	5
	30 Aquarii	21 54 54,65	5
	Mond I	22 15 4,83	5
	63 κ Aquarii	22 29 31,62	5
29	Mond I	22 44 58,97	5
	90 φ Aquarii	23 6 5,56	5
	8 κ′ Piscium	23 18 47,59	5

Bemerkung: Die Beobachtungen des 10ten März sind etwas unsicher. — Den 13ten Juni und den 9ten Septbr. sind nicht die scheinbaren Rectascensionen, sondern bloſs die Durchgänge durch den Meridianfaden angegeben.

Sternbedeckungen auf der Cracauer Sternwarte im Jahre 1840 beobachtet.

Datum.		Sternzeit.	
1840 Jänner 13.	Eintritt eines Sterns 7.8 Gr. in den dunkeln Mondrand um	2h23′24″03	Sehr gut.
—	—— 34 μ Arietis —— ——	4 40 52,67	Sehr gut.
—	—— eines Sterns 9. Gr. —— ——	4 55 45,18	Gut.



Datum.			Sternzeit.	
1840 Jänner 14.	Eintritt eines Sterns 8. Gr.	in den dunkeln Mondraud um	2h 8' 43"60	Gut.
—	—— 19 e Plejadum	—— ——	5 59 22,78	Ganz scharf.
—	—— 21 k ——	—— ——	6 16 59,80	Sehr gut.
—	—— 22 l ——	—— ——	6 22 54,80	Sehr gut.
—	Austritt 19 e ——	aus dem erleuchteten Mondrande um	6 51 13,82	auf 2" unsicher.
—	Eintritt III. 147 ——	in den dunkeln Mondrand um	6 54 50,82	Gut.
16.	—— 236 Tauri	—— ——	8 11 54,52	Sehr gut.
April 11.	—— 27 ν Leonis	—— ——	12 45 57,75	Sehr gut.
Septbr. 3.	—— 23 τ Scorpii	—— ——	18 8 44,75	Sehr gut.
—	Austritt —— ——	aus dem erleuchteten Mondrande um	19 26 13,79	Auf 2" unsicher.

Schreiben des Herrn Dr. *J. K. Steczkowski* an den Herausgeber.

Cracau 1841. April 7.

Als ich im Jahre 1839 meine Untersuchungen über die geographische Länge von Cracau beendet hatte, die Sie in Ihre Astr. Nachr. Nr. 378 und 381 aufzunehmen die Güte hatten, glaubte ich, dafs wenigstens die Secunden dieser Länge stehend bleiben würden. Indessen folgte aus den Untersuchungen des Prof. *Hansen* in Nr. 395 eine Länge von Cracau, nemlich $1^h 10' 34''89$, die sich fast um 5" von der unterscheidet, die ich aus 45 Bedeckungen erhielt. Daher fafste ich den Entschlufs, um dieses wichtige Element fest zu bestimmen, jährlich die hier beobachteten Sternbedeckungen zur Ermittelung der hiesigen Länge der Rechnung zu unterwerfen, wenn mir dazu correspondirende Beobachtungen aus gut bestimmten Orten zu Gebote stehen würden. Zur Erreichung dieses Zweckes habe ich auch die hier am 14ten Jänner 1840 beobachteten Plejaden-Bedeckungen berechnet, und diese Berechnung in den Astr. Nachr. Nr. 408 mitgetheilt. Als aber Prof. *Boguslawski* seine Beobachtungen in den Astr. Nachr. Nr. 412 bekannt gemacht hatte, nahm ich diese Berechnung wieder vor, und bemerkte sogleich, dafs ich bei der ersten Bedeckung einen kleinen Rechnungsfehler begangen habe, der aber einen sehr geringen Einflufs auf das Endresultat hat. Ueberdiefs fand ich, dafs die Angabe des Austritts von 19 e Plejadum in Cracau um 10" gröfser, nemlich $6^h 51' 13''82$ seyn sollte, welcher Fehler wahrscheinlich durch fehlerhaftes Zählen der Secunden entstanden seyn mag. Die neue Berechnung der Bedeckung von 19 e Plejadum hat nun gegeben:

$$
\begin{array}{lll}
\text{Länge von Breslau} & E. = & 58'9918 + 0{,}02939\Delta\alpha - 0{,}01477\Delta\delta \\
 & A. & 59{,}3941 + 0{,}01955\Delta\alpha + 0{,}02711\Delta\delta \\
\text{Cracau} & E. = & 70{,}7264 + 0{,}03028\Delta\alpha - 0{,}01858\Delta\delta \\
 & A. & 71{,}0470 + 0{,}01896\Delta\alpha + 0{,}02961\Delta\delta \\
\text{Hamburg} & E. = & 30{,}8025 + 0{,}02762\Delta\alpha - 0{,}00725\Delta\delta \\
 & A. & 31{,}1685 + 0{,}02081\Delta\alpha + 0{,}02175\Delta\delta \\
\text{Apenrade} & E. = & 28{,}2340 + 0{,}02686\Delta\alpha - 0{,}00403\Delta\delta
\end{array}
$$

Bestimme ich die beiden Gröfsen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ durch Breslau (58' 48"0), indem die Rechnung gezeigt hat, dafs auch der Austritt ganz scharf beobachtet wurde, so erhalte ich die

$$
\begin{array}{lll}
\text{Länge von Cracau} & E. = 70'5717 \\
 & A. = 70{,}4290 & \Big\} 70'5003 = 1^h 10' 30''02 \\
\text{Hamburg} & E. = 30{,}5385 \ldots\ldots\ldots\ldots & 30\ 32{,}31 \\
 & A. = 30{,}6258 \ldots\ldots\ldots\ldots & 30\ 37{,}55 \\
\text{Apenrade} & E. = 27{,}9391 \ldots\ldots\ldots\ldots & 27\ 56{,}35
\end{array}
$$

welche Resultate zeigen, dafs der Austritt in Hamburg etwas zu spät, aber dafür der Eintritt ganz scharf beobachtet wurde.

Die Berechnung der drei andern Bedeckungen sind in Nr. 408 der Astr. Nachr. ganz gut angegeben, aufser bei der Bedeckung von 22 l Plejadum, wurde ein Abschreibefehler begangen; es mufs nämlich die Länge von Cracau statt 70'5739, 70'6230 gelesen werden. Zu diesen drei Bedeckungen kommen noch die aus den Breslauer Beobachtungen gefundenen Längen und zwar:

$$
\begin{array}{ll}
\text{aus 21 k Plejadum die Länge von Breslau} = & 58'9104 + 0{,}02753\Delta\alpha - 0{,}00695\Delta\delta \\
\text{22 l} \text{ ——— ——— ———} & 59{,}1121 + 0{,}02872\Delta\alpha - 0{,}01206\Delta\delta \\
\text{III. 147} \text{ ——— ——— ———} & 59{,}1674 + 0{,}03155\Delta\alpha - 0{,}02447\Delta\delta
\end{array}
$$

Werden die Gröfsen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ durch Breslau und Hamburg (30' 32"4) bestimmt, so findet sich die Länge von Cracau aus

$$
\begin{array}{ll}
\text{21 k Plejadum} & 1^h 10' 29''44 \\
\text{22 l ———} & 16{,}48 \\
\text{III. 147 ———} \ldots\ldots & 70'4315 - 0{,}00880\Delta\delta.
\end{array}
$$

Das Resultat aus 22 l ist mir ganz unerklärbar, da ich von der Güte der Beobachtung innigst überzeugt bin. Zu der Bedeckung von 147 Plejadum hatte ich blofs die correspondirende Beobachtung aus Breslau, daher auch $\Delta\delta$ unbestimmt bleibt. —

In dieser Zeit habe ich noch nach der nemlichen Methode zwei andere Bedeckungen berechnet, nemlich

1840 Jänner 13	Eintritt von 34 μ Arietis	in Breslau	um $8^h 51' 48'' 44$	M. Z.
		Cracau	9 11 24,85	——
		Hamburg E.	8 8 9,41	——
		A.	9 9 45,61	——
und 1840 April 11	Eintritt von 27 ν Leonis	in Breslau	um 11 10 26,17	——
		Cracau	11 25 14,57	——
		Hamburg	10 34 58,34	——

Aus der ersten Bedeckung erhielt ich die Bedingungsgleichungen für die Längen

für Breslau $61'6652 + 0,03057\,\Delta\alpha - 0,00687\,\Delta\delta$
Cracau $74,4609 + 0,03230\,\Delta\alpha - 0,01157\,\Delta\delta$
Hamburg E. $31,4657 + 0,02753\,\Delta\alpha + 0,00143\,\Delta\delta$
A. $28,8306 + 0,01965\,\Delta\alpha + 0,02280\,\Delta\delta$

werden die Gröfsen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ durch Breslau und Hamburg bestimmt, so wird

die Länge von Cracau $= 1^h 10' 29''89$.

Mit dem nemlichen Werthe von $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$, gibt der Austritt in Hamburg die Länge dieser Stadt 32'8961, welche auf einen grofsen Schreib- oder Druckfehler hindeutet.

Die Bedeckung von 27 ν Leonis giebt die Bedingungsgleichungen

für die Länge von Breslau $59'3682 + 0,01439\,\Delta\alpha - 0,04086\,\Delta\delta$
Cracau $71\,0746 + 0,01560\,\Delta\alpha - 0,03813\,\Delta\delta$
Hamburg $31,0726 + 0,01064\,\Delta\alpha - 0,04930\,\Delta\delta$

Werden hier wieder, so wie oben, die Gröfsen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ bestimmt, so kömmt die Länge

von Cracau $= 1^h 10' 29''69$.

Läfst man die Länge aus der Bedeckung von 22 l Plejadum, als offenbar zu klein, und die aus III. 147 Plejadum, wo $\Delta\delta$ unbestimmt geblieben ist und doch einen ziemlich bedeutenden Einflufs zu haben scheint, aus, so erhält man die Länge von Cracau

aus 19 e Plejadum	$1^h 10' 30''02$
21 k ——	29,44
13 μ Arietis	29,89
27 ν Leonis	29,69
im Mittel	$1^h 10' 29''76$

also blofs um 0"2 verschieden von der von mir früher (Astr. Nachr. Nr. 381) gefundenen.

Dr. *J. K. Steczkowski.*

Beobachtungen von Sternschnuppen zu Braunsberg in Ost-Preufsen.

Von Herrn Professor *L. Feldt.*

Die am 10ten, 11ten und 12ten August, und am 11ten, 12ten und 13ten November 1839, und am 12ten August 1840 zu Braunsberg in Ost-Preufsen von mir und Herrn Professor Dr. *von Dittersdorf* beobachteten Sternschnuppen werde ich im Nachstehenden etwas näher angeben.

In der Nacht vom 10ten auf den 11ten August 1839 betrug die Zahl der in 5 Stunden und 55 Minuten von zwei Beobachtern wahrgenommenen Sternschnuppen 197. Unter diesen Sternschnuppen erreichten 2 an Lichtglanz und Gröfse den Planeten Venus, 5 waren wie Jupiter, 33 glichen Sternen erster, 91 zweiter und dritter Gröfse, und 66 waren noch kleiner. Bei 17 von diesen Meteoren wurde ein sehr deutlicher Lichtschweif beobachtet; 3 Sternschnuppen hatten eine geschlängelte Bahn und 1 sprühete Funken. In den Sternkarten konnte der Anfangs- und Endpunkt von folgenden Bahnen verzeichnet werden.

Braunsberg $\varphi = 54°22'54''$; $1^h 9' 58''$ O. von Paris.

Nr.	M. Braunsb. Zeit 1839 Aug. 10.	Anfangspunkt. AR.	Anfangspunkt. Decl.	Endpunkt. AR.	Endpunkt. Decl.	Gröfse.
1	$9^h 25' 15''$	292° 20'	+ 6° 30'	284° 30'	+ 5° 30'	3
2	28 29	255 15	+15 0	246 30	+14 20	2—3
3	36 47	211 30	+18 40	214 30	+14 0	1—2
4	$9^h 43' 28''$	279° 30'	+12° 40'	274° 0'	+ 6° 30'	wie Jupiter.
5	46 31	138 30	+52 40	161 15	+39 0	2
6	10 0 17					
7	12 30	294 0	+ 5 30	291 30	— 4 40	1
8	17 10	261 30	+51 40	246 30	+47 20	1
9	25 30	196 0	+67 0	205 30	+54 0	wie Jupiter.
10	34 30	330 30	+61 15	325 0	+73 0	1—2
11	36 10	195 0	+88 30	228 0	+52 0	1
12	49 40	280 30	+41 30	293 15	+40 15	1
13	54 45	149 30	+60 40	162 20	+46 30	3
14	11 1 45	54 30	+81 30	129 30	+85 40	3
15	6 20	247 0	— 7 15	242 30	—16 40	wie Jupiter.
16	20 30	225 30	+74 0	212 15	+66 40	3
17	21 20	279 30	— 2 40	273 0	—10 30	1
18	22 40	164 30	+45 40	172 30	+39 20	2
19	22 46	205 30	+50 30	210 0	+45 0	2
20	24 51	243 30	+ 5 15	245 30	— 2 40	2
21	28 15	262 30	+12 40	263 0	+ 6 20	1
22	35 50	188 0	+58 30	203 0	+53 0	3
23	45 45	76 30	+47 40	92 30	+50 30	1—2
24	47 0	170 30	+78 20	182 20	+58 30	3
25	53 20	7 30	+25 0	3 30	+23 0	1
26	53 24	22 15	+23 40	15 30	+22 0	1
27	12 0 9					

Nr.	M. Braunsb. Zeit 1839 Aug. 10.	Anfangspunkt AR.	Anfangspunkt Decl.	Endpunkt AR.	Endpunkt Decl.	Gröfse.
28	12h 1' 25"	210° 15'	+85° 20'	203° 20'	+66° 20'	2
29	14 30	31 0	+22 15	27 30	+15 40	2—3
30	15 0	31 30	+36 40	25 30	+33 40	2—3
31	16 25	136 30	+70 15	115 30	+61 30	3
32	20 0	290 20	— 0 30	288 20	— 6 0	2
33	23 25	16 0	+61 0	8 30	+53 40	3
34	26 30	48 30	+27 40	44 30	+23 0	3—4
35	34 30	26 30	+21 0	22 30	+16 15	2—3
36	37 5	303 30	+12 30	300 0	+ 6 20	2—3
37	37 25	33 30	+24 0	26 15	+27 20	3
38	51 1	299 30	+25 30	295 20	+17 30	wie Jupiter.
39	13 4 49	261 0	+88 30	241 20	+81 0	4
40	8 29	226 0	+74 0	205 30	+66 40	3
41	14 19	312 30	+14 20	309 30	+ 9 20	2
42	32 29	201 15	+64 0	205 30	+53 20	2—3
43	41 11	306 30	+52 40	300 30	+47 30	wie Venus.
44	51 14	80 20	+30 40	84 30	+25 0	2
45	52 29	7 30	+79 20	——	——	2
46	14 0 19	290 30	+44 30	288 0	+37 40	1
47	2 44	275 0	+38 30	270 0	+29 0	1
48	8 34	88 30	+51 40	102 30	+54 0	1—2
49	8 49	277 30	+21 0	265 0	+13 0	3
50	13 54	297 0	+43 0	287 30	+35 0	2
51	15 24	292 20	+32 30	287 0	+26 30	2
52	24 29	298 30	+ 8 0	288 30	— 6 20	1
53	32 39	76 30	+46 40	80 0	+41 30	2
54	45 55	316 0	+29 20	305 0	+17 30	2

Von diesen im Vorstehenden angegebenen Beobachtungen scheinen die unter Nr. 6, 27 und 28 beobachteten Meteore mit denen in Altona am 10ten August unter Nr. 1, 29 und 30 vom Herrn Etatsrath *Schumacher* und Herrn Capitain *v. Nehus* wahrgenommenen identisch zu sein. Vergl. das Schreiben des Herrn Geheimen Raths *Bessel* in diesen Nachrichten Nr. 384.

In der Nacht vom 11ten auf den 12ten August konnte nur von 9 Uhr 30 Minuten Abends bis gegen Mitternacht beobachtet werden, von Mitternacht bis 1 Uhr des Morgens unterbrachen Gewitter und Regen die weitern Beobachtungen, und von 1 Uhr bis nach 2 Uhr des Morgens heiterte sich der Himmel nur immer theilweise auf. Es wurden in dieser Nacht im Ganzen 58 Sternschnuppen angemerkt. Unter diesen war eine kleine Feuerkugel, 19 Sternschnuppen waren wie Sterne erster, 28 wie Sterne zweiter Gröfse, und 6 noch kleiner; 4 Sternschnuppen zeigten sich ganz so wie schnell fortfliegende Funken. Von 18 Sternschnuppen ist der Anfangs- und Endpunkt der Bahn in die Karten, wie folgt, eingetragen worden.

1839 Aug. 11.

Nr.	M. Braunsb. Zeit 1839 Aug. 11.	Anfangspunkt AR.	Anfangspunkt Decl.	Endpunkt AR.	Endpunkt Decl.	Gröfse.
1	9h 30' 20"	296° 30'	+42° 30'	286° 0'	+37° 0'	2
2	36 14	274 30	+12 40	269 0	+ 7 30	2
3	48 2	304 0	+ 8 40	298 30	+ 3 20	2
4	48 3	167 30	+82 40	162 0	+60 0	1
5	10h 0' 39"	233° 30'	+ 8° 30'	235° 0'	0	3
6	5 29	302 30	+ 9 20	293 30	+ 1° 40'	1
7	13 13	311 0	+12 40	303 30	+ 5 0	2
8	15 58	296 30	+41 20	288 30	+34 30	1—2
9	21 18	221 0	+58 40	222 30	+45 40	1
10	42 41	237 30	+ 7 30	236 0	— 2 20	1
11	46 16	264 0	+13 20	259 0	+ 1 40	1
12	46 23	225 0	+73 0	200 0	+57 20	1
13	49 10	257 30	+81 0	242 0	+62 30	1
14	51 22	195 30	+56 20	198 30	+48 40	2
15	55 40	244 30	+38 0	228 0	+25 0	1
16	57 37	249 0	+28 40	257 30	+23 40	2.
17	11 3 32	27 30	+37 0	20 0	+32 30	1
18	33 45	321 30	+11 20	292 30	+ 2 30	kl. Feuerk.

In der Nacht vom 12ten auf den 13ten August blieb der Himmel bis gegen 1 Uhr 40 Minuten des Morgens in dichte Wolken gehüllt, und erst nach 2 Uhr des Morgens heiterte es sich auf; die Zahl der in einem Zeitraume von 1 Stunde und 15 Minuten beobachteten Sternschnuppen betrug nun noch 19. Verzeichnet wurden folgende:

1839 Aug. 12.

Nr.	Zeit	AR.	Decl.	AR.	Decl.	Gröfse.
1	13h 54' 26"	258° 20'	+57° 0'	266° 0'	+48° 30'	3—4
2	14 3 1	198 30	+57 30	207 0	+48 30	2—3
3	7 30	279 0	+66 0	246 30	+52 0	2
4	11 1	295 30	+11 0	292 30	+ 4 20	2—3
5	20 41	296 0	+ 7 30	292 0	0	1
6	25 30	304 0	+40 0	292 30	+29 0	1—2
7	34 31	276 0	+ 8 40	272 30	— 2 30	2

Die in den Nächten vom 11ten auf den 12ten, vom 12ten auf den 13ten und vom 13ten auf den 14ten November 1839 wahrgenommene Anzahl von Sternschnuppen war nur geringe. — In der ersten Nacht wurden im Ganzen in 10 Stunden und 27 Minuten 28 Sternschnuppen, in der zweiten in 10 Stunden und 40 Minuten 39, und in der dritten Nacht in 10 Stunden und 34 Minuten 64 dieser Meteore beobachtet. In der Nacht vom 14ten auf den 15ten November war der Himmel völlig bedeckt. In die Sternkarten wurden in den genannten drei Nächten folgende Bahnen eingetragen.

1839 Novbr. 11.

Nr.	Zeit	AR.	Decl.	AR.	Decl.	Gröfse.
1	7h 20' 28",4	29° 0'	+35° 30'	44° 30'	+45° 0'	2—3
2	8 5 8,1	45 0	+46 40	34 0	+48 30	3
3	33 12,9	176 30	+79 0	177 30	+77 0	3
4	9 49 22,4	117 30	+29 0	127 0	+22 40	1
5	12 37 6,3	147 0	+64 0	138 30	+73 30	3
6	48 1,2	136 30	+57 40	127 0	+66 20	2
7	13 7 36,6	131 30	+60 30	155 0	+61 0	2
8	15 26 21,2	150 0	+26 0	164 30	+31 0	2
9	16 5 24,4	160 30	+67 20	180 0	+83 40	2
10	12 13,4	179 0	+67 0	197 0	+52 40	1—2
11	59 55,1	182 30	+21 40	200 30	+22 0	2
12	17 15 29,5	207 30	+22 30	221 30	+28 0	2—3
13	43 15,8	256 0	+33 40	268 0	+36 0	1

Nr.	M. Braunsb. Zeit 1839 Nov. 12.	Anfangspunkt. AR.	Anfangspunkt. Decl.	Endpunkt. AR.	Endpunkt. Decl.	Gröſse.
1	$6^{h}42'39''2$	$28^{\circ}30'$	$+22^{\circ}40'$	$35^{\circ}30'$	$+24^{\circ}30'$	1—2
2	50 41,6	76 30	+48 0	69 0	+43 30	2
3	7 0 25,0	81 30	+54 20	75 0	+49 0	2
4	8 46 53,3	275 30	+53 20	257 30	+51 20	1
5	10 25 16,7	158 0	+44 30	151 30	+36 30	1
6	34 41,1	112 30	+32 20	124 30	+28 0	1
7	50 14,0	114 30	+35 40	127 0	+32 40	2
8	11 20 9,3	161 0	+73 20	171 30	+58 0	1
9	26 28,8	220 30	+72 20	198 0	+48 30	wie Venus.
10	34 15,2	264 30	+77 0	225 30	+66 30	1—2
11	14 2 46,3	175 0	+55 0	151 30	+52 20	2
12	16 43 55,2	143 30	+ 7 40	144 0	— 5 0	2
13	52 25,1	141 0	+11 30	156 30	+12 0	2
14	54 25,1	129 30	+11 30	126 0	+ 1 40	1
15	17 4 45,6	131 30	— 2 0	138 20	— 5 30	3—4
16	10 24 5	119 0	—14 30	130 30	—12 30	1
17	20 10,9	157 30	+ 1 30	167 30	— 1 0	3—4

1839 Nov. 13.

Nr.	Zeit	AR.	Decl.	AR.	Decl.	Gröſse.
1	10 0 4,4	145 30	+46 40	158 30	+43 40	3
2	4 51,8	87 30	+ 5 0	90 30	— 2 40	2—3
3	9 32,8	98 0	+20 30	111 0	+26 0	1—2
4	55 47,0	145 30	+47 20	152 30	+40 0	3
5	11 2 2,9	229 30	+72 30	222 30	+56 20	1
6	24 7,8	114 0	+23 30	113 0	+12 20	2—3
7	32 42,7	169 30	+72 20	152 0	+62 40	1
8	34 39,7	127 0	+35 0	143 0	+37 40	1
9	39 59,7	112 0	+25 0	102 30	+18 20	1
10	44 16,2	101 30	+12 0	113 0	+15 40	1—2
11	49 31,1	213 30	+78 0	169 30	+68 30	2—3
12	12 22 42,4	142 0	+21 20	153 30	+18 40	1
13	29 17,8	126 30	+23 40	118 30	+11 40	1
14	36 50,8	137 30	+21 40	151 0	+22 30	2

Nr.	M. Braunsb. Zeit 1839 Nov. 13.	Anfangspunkt. AR.	Anfangspunkt. Decl.	Endpunkt. AR.	Endpunkt. Decl.	Gröſse.
15	$12^{h}41'8''8$	$120^{\circ}30'$	$+21^{\circ}20'$	$109^{\circ}0'$	$+12^{\circ}40'$	3
16	46 31,2	116 0	+29 20	128 30	+33 0	1
17	13 46 38,8	180 0	+17 20	181 0	+ 5 0	1
18	16 10 15,9	218 0	+38 40	225 30	+40 0	2—3
19	14 9,4	192 0	+ 3 40	195 30	— 5 30	1—2
20	18 37,4	218 30	+38 20	225 30	+33 20	2—3
21	21 11,4	188 0	+25 0	199 30	+20 0	2
22	24 25,8	235 30	+38 30	244 30	+37 40	wie Jupiter.
23	33 15,3	207 30	+48 30	202 0	+40 0	2
24	17 1 55,1	360 0	+86 20	323 30	+74 30	1
25	27 30,4	160 30	+ 1 30	163 30	— 5 30	1
26	45 12,3	299 0	+83 40	291 30	+72 30	1

Im August d. J. 1840 waren die Nächte vom 10ten auf den 11ten und vom 11ten auf den 12ten ganz trübe; in der Nacht vom 12ten auf den 13ten August wurden im Ganzen in 6 Stunden und 18 Minuten nur 15 Sternschnuppen beobachtet. Von diesen Sternschnuppen konnten folgende in den Sternkarten verzeichnet werden.

1840 Aug. 12.

Nr.	Zeit	AR.	Decl.	AR.	Decl.	Gröſse.
1	$9^{h}48'58''8$	$195^{\circ}0'$	$+44^{\circ}20'$	$186^{\circ}30'$	$+38^{\circ}0'$	1
2	10 41 57,8	265 30	+50 0	275 0	+39 30	1
3	10 57 33,7	105 30	+46 40	76 20	+43 30	1
4	12 30 27,1	206 0	+63 0	200 30	+57 40	2
5	34 46,5	271 30	+48 40	275 0	+40 30	1
6	47 11,4	60 0	+87 0	119 30	+75 0	1
7	58 30,8	34 0	+23 0	28 30	+18 0	1
8	13 1 53,3	41 30	+36 0	39 0	+31 0	1—2
9	3 39,7	311 0	+85 40	282 0	+84 0	1
10	54 43,3	60 30	+44 0	65 0	+36 30	1
11	14 6 48,2	90 30	+48 30	96 30	+42 0	1

Die unter Nr. 3 angegebene Sternschnuppe durchlief ihren Weg langsam; die Dauer der ganzen Erscheinung dauerte über 10″.

Feldt.

Druckfehler in Nr. 422 der Astr. Nachr.

S. 219 Z. 23 .... statt welchem lese man welcher
224 α Serpentis 4te Col. statt 59,82 —— 49,82
225 Z. 21 statt Der —— Den
226 – 3 v. u. — $\mp\beta(1+\cos z)$ —— $\pm\beta(1+\cos z)$
– 2 — — $\mp\beta(1-\cos z)$ —— $\pm\beta(1-\cos z)$

S. 231 Z. 9 statt $+0{,}155\,\alpha$ lese man $-0{,}155\,\alpha$
232 – 40 — (62) —— (61)
– 41 — (61) —— (62)
235 Nr. 37. α Bootis st. —0,967 —— —1,967
236 Nr. 50. α Can. min. – —0,64 —— —1,64

Inhalt.

Altona 1841. Juni 17.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 429.

Schreiben des Herrn *Bianchi* an den Herausgeber.

Modène 1841. Mars 20.

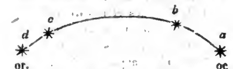
Je vous dois depuis quelque temps une reponse au sujet de la variable de la Baleine et sur les observations en général par lesquelles on juge de la grandeur ou de l'intensité comparative de lumière des étoiles; et c'est ce dont je me propose de vous entretenir dans cette lettre. En commençant par les derniers changemens que j'ai remarqués dans l'eclat de o Ceti, en voici la petite suite de mes notations:

Dates.	Grandeur éstimée o Ceti.	Grandeur éstimée Suivante.	Etat du ciel.
1839 Sept. 26	3—4me	11me	Serein très beau: clair de Lune: jug. sûr.
Oct. 1	4+	10—11	Serein.
9	4+	12	Serein: air humide: l'étoile rayonne.
20	4—	10—11	Serein beau: clair de Lune.
Nov. 8	4—	10—11	Serein.
24	5+	10—11	Serein legèrement voilé de brouillard.
Déc. 29	6	11—12	Serein.
1840 Janv. 8	6—7	11	Serein beau.
Nov. 24	6	11	Id.
Dec. 25	8	11	Serein.
27	8—9	11	Beau serein.
1841 Janv. 12	7—8	10—11	Serein avec des nuages éparses.
26	8—9	10—11	Serein avec legèr brouillard.

Je ne fis que ce petit nombre d'observations; car je me suis imposé de ne juger de la grandeur ou de l'éclat de l'étoile, hors que à son passage méridien, avec ma lunette de *Fraunhofer* à grossissement toujours le même, dans l'état plus favorable et à peu-près bien établi ou permanent de l'atmosphère; et conséquemment en circonstances qui permettent de régarder les jugemens de la vue comparables entr'eux; comme l'hauteur de l'étoile à chaque observation c'est la même. A coté de la grandeur éstimée de la variable j'ai cru bien de réporter aussi celle de sa petite compagne, parce que elle fournit un objet et un terme prèsque sûr de comparaison pour évaluer l'éclat de la précédente, dans la supposition que la petite ou suivante ne soit pas elle même variable. En effet et dans cette hypothèse je considère que la grandeur vraie et constante de la petite étoile, assez voisine de la variable pour que on les voit toutes les deux d'un coup d'oeil dans le milieu de la lunette, est de 10me à 11me; et cela veut dire pour moi que la suivante est tant-soit-peu visible dans le champ tout-à-fait éclairé; tandis que, si pour la voir il faut obscurcir le champ, alors je la juge d'une grandeur moindre jusqu'à la 12me par une éstime de simple exercice ou de pratique. Ses variations, telles que je les ai rémarquées et réportées ci-dessus, peuvent-elles bien s'attribuer à un degré plus grand ou moins de pureté et de transparence de l'air, ce qui surtout se rend sensible dans la visibilité des étoiles très-petites; et par cela on a même le critère, peut-être le meilleur, pour corriger les jugemens d'éclat des étoiles plus brillantes. Or, assignée de cette manière la grandeur apparente de la petite compagne de la variable, l'estime de la grandeur de cette dernière en découle avec une certaine confiance pour l'oeil exercé; comme pour l'oreille du musicien, donné un son entier ou demi de l'échelle, on juge aussitôt et exactement la valeur ou le ton d'une voix différente qui en même temps ce fait entendre. Voila donc en ce peu de mots expliqué le principe et le système de mes jugemens photomètriques, que je regarde comme plus raisonnables et moins fautifs, moyennant la lunette, que ceux donnés à la vue simple par une comparaison d'étoiles qui occupent au même instant des lieux plus ou moins différens en hauteur, en constitution atmosphèrique, et en autres circonstances qui peuvent alterer le jugement rélatif et les consequences qu'on en tire.

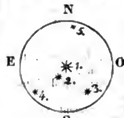
Maintenant si nous nous arretons un moment sur la tabelle ci-dessus des grandeurs éstimées de la variable, je y vois avec plaisir: 1°. que le plus grand éclat de l'étoile dans l'année 1839 tomba, comme je vous l'avais annoncé quelque mois auparavant (A. N. Nr. 383. p. 376) vers la fin de Septembre ou au commencement d'Octobre; 2°. que cette époque à petite différence s'accorde avec les observations et conclusions de Mr le Prof. *Argelander* (A. N. Nr. 398 p. 218); ce qui pour moi est autant plus flattant et agréable que nous étions discordans sur ce point du grand éclat de l'étoile dans la période avant dernière de ses changemens (A. N. Nr. 377. pag 287); 3°. que nous nous sommes même accordés réellement sur la valeur ou le dégré du éclat maximum assigné par éstimé à l'étoile; quoiqu'en apparence il y a en celà parmi nos juge-

mens une discordance. Pour moi en effet je jugeais que l'étoile brillait le plus le 26 Septembre et qu'elle en avait la grandeur de 3.4^{me}; ce qui je corrigerai en 3me, attendu que la suivante me parut de 11me: et cependant peu de jours après la Mira par Mr *Argelander* était jugée à son maximum de lumière et, pour son égalité à celle de β du Cocher, de la 2me grandeur. Or je dis qu'en cela nous nous accordons; parce que je trouve dans mes registres d'observation que j'ai plusieurs fois assigné la grandeur de 3.4^{me} à β du Cocher, et dernièrement par un air le plus pur je n'ai cru la juger, à la lunette et tout-près du zénit, plus grande ou brillante que de 3me; ce qui ne s'accorderait pas ni avec Mr *Argelander* ni avec *Piazzi*, qui donnent la 2me grandeur à Menkalinan (A. N. Nr. 398. pag. 218). Mais que cette étoile ne soit elle à présent plus que de 3me grandeur, je vous en propose ici des experiences et des épreuves à l'oeil nu bien faciles et convainçantes.



Dans un beau soir levez vous les yeux à régarder les quatre étoiles, la Chèvre, β du Cocher, Castor et Pollux, disposées réspectivement en arc dans la voute céleste, comme la figure ci-jointe les représente. A l'extremité occidentale de l'arc *a* est la Chèvre, *b* Menkalinan, *c* Castor, et *d* à l'extrèmité orientale c'est Pollux. Vous verrez hors de doute que dans l'ordre de l'éclat ou de la grandeur on $a \ldots a > d > c > b$; en sorte que les deux étoiles plus brillantes se trouvent aux extrémités, et les deux moindres plus vers le milieu de l'arc. L'étoile *a* est surement de première grandeur; je juge *d* de la 2me et *c*, très-belle double comme on sait, de 2.3^{me}: donc *b* sera tout au plus de la 3me. Et déjà en comparant directement *b* avec *a* on pouvait en concluro qu'elles different au moins de deux ordres de grandeur de l'une à l'autre. Pour une autre comparaison tournez vos régards du β Cocher à l'étoile polaire et viceversa. Je demando quelle de deux c'est la plus éclatante? Pour moi, à la lunette ou à la vue simple, surement la polaire; tout que β du Cocher soit elle bien plus elevée: mais généralement on admet que la polare est de 2.3^{me} grandeur: donc de nouveau β du Cocher sera de la 3me, à beaucoup dire. C'est d'après cela que nous nous accordâmes, M. *Argelander* et moi, à juger de la même grandeur o Ceti dans sa grande phase de l'Octobre 1839.

A present si je ne conviens pas avec *Piazzi* sur la grandeur de β du Cocher (à moins que cette étoile ne soit elle aussi variable), au contraire je suis à mon aise avec lui sur l'éstime de grandeur pour α Piscium, que je fais de 5me comme on la trouve assignée par le Catalogue du celèbre astronome de Palerme. Sur sa parole et sans en donner de raison Mr *Argelander* nous dit que cette indication de *Piazzi* est une faute d'impression dans son dernier Catalogue (je n'ai pas la première édition; mais dans le Livre VI du Royal Observatoire de Palerme on lit pour α Piscium la grandeur 4.5^{me} page 25); et c'est la seconde fois que le distingué Astronome de Bonn relève de pareilles fautes (A. N. Nr. 398. pag. 220). Mais si l'étoile n'a pas des changemens soudains et irréguliers échapés jusqu'ici à l'observation, il me semble qu'on doit la rétenir constamment de 5me grandeur, au surplus de 4.5^{me}; et pour moi je ne l'ai pas vue plus éclatante que ainsi. On sait qu'elle est double et, lorsqu'on l'observe à la lunette, la petite étoile des deux qui la composent parait à mon avis de 7me et la majeure de 5.6^{me} grandeur; ce qui dans l'ensemble produit à l'oeil l'impression de la 5me à peu-près. Dans ma lunette du cercle, dont le champ a le rayon de 22′ en arc, si on en ôte l'éclairage des fils pendant la nuit, l'espace visible du ciel autour de α Piscium et au méridien se présente comme dans la figure ci-dessinée et qui renverse les positions



vraies. L'étoile 1 au centre c'est la grande, 2. la petite de α, 3. est une étoile de 8.9^{me}, 4. de 9me, et la 5. c'en est une de 11.12^{me}. En régardant même à l'oeil nu par l'ouverture méridienne tout-après le passage de α Piscium (le ciel étant magnifique la nuit 24 Novembre 1840) et en voyant toute à l'heure α du Belier et α des poissons, je me confirmais que la première de ces étoiles est de deux ordres en grandeur au dessus de la seconde; et je m'en ai toujours plus persuadé par les passages méridiens en plein jour le 10 Février de l'année courante. A l'égard des témoignages qu'on m'a objectées, l'expression indéterminée et poëtique d'Aratus ne décide nulle part la question, et même pourrait-on admettre que l'étoile brillait-elle anciennement plus que aujourd'hui, et peut-être qu'elle aura diminué aussi en éclat dès l'age et les observations d'Evelius. Mais les yeux et les observations modernes sont ici les juges, pas les autorités anciennes. Donc *Piazzi* aura caractérisée α Piscium de 5me grandeur comme il la voyait et je la vois, et il n'y a pas de raison de supposer en cela une faute de la presse. Donc la difficulté que je proposais à Mr *Argelander* en terminant ma lettre du 6 Juli 1839 (A. N. Nr. 383. pag. 376) n'a pas été résolue.

Pour l'amour du vrai, qui est mon seul but, je conviens maintenant en ce que m'opposa Mr *Argelander* sur l'assignation de la 5me grandeur à l'étoile α des Poissons dans le Catalogue de *Bradley*, réduit et reporté par Mr *Bessel* dans son ouvrage classique des Fundamenta. Et de même je me hâte de lui accorder tout-sincèrement que mes expressions

sur la pénible visibilité d'une étoile de 5me grandeur, à l'hauteur de 40°, avec ma lunette et dans la pleine lumière crépusculaire, furent inéxactes ou exagerées (A. N. Nr. 383. p. 375). Ce que je voulais dire à cette occasion-la, c'était que en jugeant alors la Mira de 3me grandeur, comme je venais de la marquer, je crûs de la distinguer bien de l'impression beaucoup plus faible d'une étoile de 5me dans les circonstances enoncées. Que au reste ma lunette aussi ne manque pas de force et de clarté à me faire apperçevoir les étoiles hautes de 6me et de 7me dans le crépuscule du jour; et à toute épreuve j'en ai vu au passage méridien le 10 Février de cette année la petite étoile de α Piscium; toutefois comme un point presque imperceptible et que je n'aurais pas apperçu sans en être averti par l'étoile principale.

En révenant à la source des divergences dans ce genre d'observations, c'est à dire à la méthode de réconnaître et d'assigner les rapports de grandeur des étoiles par des comparaisons à la vue simple, ou par des excellentes lunettes et sur une échelle qu'on vient de se former après un long exercice, j'insiste qu'en général ce second moyen est plus récommandable plus sûr plus exact que le premier. Lorsqu'on observe une étoile au milieu du champ éclairé de la lunette, l'attention de notre ésprit est tournée tout directement avec la vue sur un objet unique, et elle y est pour ainsi dire bornée par un petit éspace qui la reserve ni laisse point qu'elle se divague à l'extérieur. Par la les images se gravent avec toute la force et la distinction dans l'âme, et nous pouvons nous les rappeller au souvenir avec une vivacité particulière, et presque les voir. Au contraire si on régarde le ciel étoilé à la vue simple dans la nuit, l'oeil et en conséquence aussi l'attention est frappé par une multitude de points etincelans et très-différens en place, arrangement et éclat réspectif; et c'est pourquoi que dans les images individuelles que nous en recevons, dans les comparaisons et dans les jugemens que nous en faisons il est bien rare ou difficile qu'il ne s'y mêle un tant soit-peu de confusion et d'incertitude; et je crois qu'en observant de la sorte on ne peut assurer les rapports et les variations d'éclat que pour les étoiles des premiers deux ou trois ordres de grandeur. C'est ainsi que Sir *J. Herschel*, pas seulement avec ses moyens photomètriques mais aussi à l'oeil nu, a-t-il bien réussi à découvrir et démontrer que, parmi les étoiles de première grandeur, α d'Orion est variable périodiquement (Journal, l'Institut, 1840. Nr. 346); et certainement que les conclusions d'un tel astronome ont été bien établies. Outre cela il faut prendre garde à déterminer l'eclat d'une étoile absolument ou rélativement sélon qu'on y vise avec les yeux plus ou moins directement; et à ce propos je vous dirai, après mon expérience répétée et, à ce qui me semble d'avoir entendu, arrivée de même à Mr *Herschel*, que les étoiles nous paraissent plus brillantes qu'elles ne le sont dès que nous les voyons un peu de coté ou obliquement. Je vous en donne ici un exemple tout récent. Le soir du 26 Février ci-dévant j'observais au centre de la lunette méridienne la 25 du Linx (221 H. VII. Piazzi) que je jugeais un peu plus que de 7me grandeur, ou de la 6.7me, et en voyant avec elle près du bord supérieur dans le champ la 26 (222. H. VII. P.) j'éstimais cette dernière de 5me. Trois jours après ou le soir 1 Mars (le temps étant superbe et l'air très pur dans l'un et l'autre de ces soirs) je plaçais au centre la 26 du Linx, qui me parut alors de 5.6me, pendant que la 25 visible en même temps au bord inférieur du champ dévint à mes yeux de 6me. Ces deux étoiles ont été signalées par *Piazzi* comme égales et chacune de 7me grandeur (voilà que en ce cas, comme en bien d'autres, j'excède avec mon éstime celle de *Piazzi*, et que je n'en suis pas toujours au dessous); elles pour moi sont réspectivement de 6.7me et de 5.6me, en croissant chacune d'une démie grandeur lorsqu'on la voit obliquement. De ce phénomène optique je pourrais vous rendre des raisons psico-phisiologiques; mais puisqu'elles sont faciles à ce presenter je les surpasse, et je demande plutôt: si l'obliquité des rayons visuels fait-elle changer le jugement de l'éclat propre des étoiles dans le petit espace du champ de la lunette, combien la même cause ne devra-t-elle alterer les jugemens parails qu'on fait à la vue simple? Cependant, puisqu'on ne peut pas viser en même tems directement à deux étoiles placées à distance plus ou moins grandes l'une de l'autre, pour bien juger leur éclat comparatif je pense qu'il est bon de diriger la vue au point intermédiaire du ciel, et que sans cette précaution il peut-être aisé de se tromper dans le jugement. Ajoutez encore que par les Lunettes on s'apperçait mieux qu'à la vue simple et tout promptement des changemens soudains qui surviennent quelquefois dans la pureté et transparence de l'air; nôtre atmosphère ressemblant à une solution chimique très limpide qui se trouble dès qu'on y verse la goutte d'un alcali ou d'un acide; et cette goutte dans le langage météorologique c'étant, à quelque hauteur que ce soit, un courant qui ôte à l'air sa tranquillité ou qui en altère tout-à-coup la température et par cela en degage et en agite les vapeurs vésiculaires. Tout cela vient de se rendre sensible aussitôt avec les lunettes, ou que ce soit par les changemens d'éclat et de rayonnement des étoiles plus lumineuses, ou par la variation qui en arrive dans la visibilité des étoiles téléscopiques. Pour exemple le soir du 28 Février dernier, pendant que j'observais au méridien δ de la petite Ourse (de 5me grandeur comme la δ de la grande Ourse, pas de 3me comme ces deux étoiles se trouvent marquées par les Catalogues), tout à coup l'étoile de la 5me grandeur passe sous mes yeux à la 6me, et toutefois en régardant hors de la

lunette le ciel se conservait-il à l'apparence très-beau et serein; mais peu d'instans ensuite il venait de se couvrir de brouillard et de nuages.

Après tous ces faits et réflexions, que je soumets au jugement des astronomes, o me pardonnera si je m'en tiens a ma manière de reconnaître les variations de o Ceti, et si je concais quelque doute sur les conclusions autrement établies, en particulier sur l'époque dernière de l'éclat maximum de l'étoile déterminée par Mr *Kysaeus* (A. N. Nr. 416 p. 116); car c'est bien plus aisé de presenter des équations et des probabilités que des vérités naturelles.

Joseph Bianchi.

Ueber die Bestimmung der Länge durch Höhen des Monds, insbesondere durch correspondirende oder überhaupt gleiche Mondshöhen.

Von Herrn Professor Dr. *Grunert* in Greifswald.

Mondshöhen sind zu Längenbestimmungen schon von des jetzigen Herrn Ministers *von Lindenau* Excellenz in einem in jeder Beziehung höchst lesenswerthen Aufsatze, der sich in der Monatlichen Correspondenz Bd. XII. S. 541 findet, sehr empfohlen worden, scheinen aber späterhin ganz in Vergessenheit gerathen zu seyn, obgleich sich diese Methode der Längenbestimmung insbesondere für Beobachter, die etwa bloſs mit einem Sextanten ausgerüstet sind, vorzugsweise eignen dürfte. Wenn ich mir erlaube, dieselbe hier wieder zur Sprache zu bringen, so geschieht dies aus einem doppelten Grunde. Einmal werde ich versuchen, die Theorie auf eine dem jetzigen Stande der Wissenschaft entsprechendere Weise zu entwickeln, als dies vielleicht früher geschehen ist. Dann aber beabsichtige ich auch, auf eine Bemerkung aufmerksam zu machen, die man bis jetzt übersehen zu haben scheint, daſs nämlich auch bloſs aus correspondirenden, oder überhaupt auch bloſs aus gleichen, an verschiedenen Tagen genommenen Höhen des Monds, deren Gröſse selbst man also nicht zu kennen braucht, die Länge hergeleitet werden kann, wodurch, wie es mir scheint, die Genauigkeit dieser Methode wesentlich erhöhet werden muſs, da man sich auf diese Weise von den Fehlern des Instruments, und auch, wenn die Zustände der Atmosphäre zu den Zeiten der verschiedenen Beobachtungen als gleich betrachtet werden können, von der Refraction ganz unabhängig macht. Wie man sich bei sehr verändertem Stande des Barometers und Thermometers zu verhalten haben würde, braucht hier nicht besonders entwickelt zu werden. An geeigneten Tagen kann man also durch correspondirende Sonnenhöhen und durch Meridianhöhen der Sonne Zeit und Breite bestimmen, und dann durch correspondirende Mondshöhen auch noch zur Kenntniſs der Länge gelangen.

Der Beobachtungsort sey A; der Ort, für welchen die Ephemeriden, welche man anzuwenden beabsichtigt, berechnet sind, sey E. Alle Zeiten seyen Sternzeiten und in Stunden ausgedrückt. Die AZeit des Moments, wo die Höhe des obern oder untern Mondrands gemessen wird, sey T. Die Länge des Orts A in Zeit in Bezug auf den Ort E als Anfang der Längen sey t, wobei wir bemerken, daſs die Länge des Orts A von E an nach derselben Richtung hin, nach welcher sich die Erde um ihre Axe bewegt, von 0 bis 360° gezählt werden soll. Dies vorausgesetzt ist offenbar $T-t$ oder $24+T-t$, jenachdem $T-t$ positiv oder negativ ist, die EZeit der Beobachtung. Setzen wir also $T-t=\tau$ oder $24+T-t=\tau$, jenachdem $T-t$ positiv oder negativ ist, so ist jederzeit τ die EZeit der Beobachtung.

Man nehme nun im Moment der Beobachtung den Mittelpunkt der Erde als den Anfangspunkt eines rechtwinkligen Coordinatensystems der xyz an; der positive Theil der Axe der x sey vom Mittelpunkte der Erde nach dem Frühlingspunkte gerichtet und die Ebene der xy sey die Ebene des Aequators; der positive Theil der Axe der y habe eine solche Lage, daſs man sich, um von dem positiven Theile der Axe der x durch den rechten Winkel (xy) hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y zu gelangen, nach derselben Richtung bewegen muſs, nach welcher von dem positiven Theile der Axe der x an die Rectascensionen gezählt werden; der positive Theil der Axe der z sey vom Mittelpunkte der Erde nach dem Nordpole derselben gerichtet.

Die Entfernung des Mittelpunkts des Monds vom Mittelpunkte der Erde, seine Rectascension, Declination und sein dem Mittelpunkte der Erde entsprechender scheinbarer Halbmesser zur EZeit τ seyen respective ρ, α, δ, Δ; so sind offenbar

$$\rho\cos\alpha\cos\delta,\quad \rho\sin\alpha\cos\delta,\quad \rho\sin\delta$$

die Coordinaten des Mittelpunkts des Monds im Moment der Beobachtung, d. h. zur EZeit τ.

Bezeichnet r den nach dem Beobachtungsorte A gezogenen Halbmesser der Erde, und φ die geocentrische Breite von A, welche 90° nicht übersteigt, aber als positiv oder als negativ betrachtet wird, jenachdem A in der nördlichen oder südlichen Hälfte der Erdoberfläche liegt; so sind, weil offenbar $15T$

die sogenannte Rectascension der Mitte des Himmels für den Beobachtungsort A im Moment der Beobachtung ist,

$$r \cos \varphi \cos 15T, \quad r \cos \varphi \sin 15T, \quad r \sin \varphi$$

Die Coordinaten des Beobachtungsorts in Bezug auf das angenommene System im Moment der Beobachtung.

Wir wollen nun ein zweites dem Systeme der xyz paralleles rechtwinkliges Coordinatensystem der $x_1 y_1 z_1$ annehmen, dessen Anfangspunkt der Beobachtungsort A ist; so haben wir nach den Principien der analytischen Geometrie zwischen den Coordinaten der Systeme der xyz und $x_1 y_1 z_1$ die folgenden ganz allgemein gültigen Gleichungen:

$$\begin{aligned} x &= r \cos \varphi \cos 15T + x_1 \\ y &= r \cos \varphi \sin 15T + y_1 \\ z &= r \sin \varphi + z_1. \end{aligned}$$

Ferner nehmen wir ein drittes rechtwinkliges Coordinatensystem der $x_2 y_2 z_2$ an, dessen Anfangspunkt ebenfalls der Beobachtungsort A ist. Die Ebene der $x_2 z_2$ sey die Ebene des Meridians von A; der positive Theil der Axe der z_2 falle mit dem positiven Theile der Axe der z_1 zusammen; der positive Theil der Axe der x_2 liege über dem Horizonte von A, und folglich immer in der Hälfte des astronomischen Meridians von A, von welcher an die Stundenwinkel im entgegengesetzten Sinne der Bewegung der Erde um ihre Axe von 0 bis 360° gezählt werden; der positive Theil der Axe der y_2 werde so angenommen, dafs man sich, um von dem positiven Theile der Axe der x_2 durch den rechten Winkel $(x_2 y_2)$ hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y_2 zu gelangen, ganz nach derselben Richtung hin bewegen mufs, nach welcher man sich bewegen mufs, wenn man von dem positiven Theile der Axe der x_1 durch den rechten Winkel $(x_1 y_1)$ hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y_1 gelangen will. Dies vorausgesetzt, ist nach den aus der analytischen Geometrie bekannten allgemeinen Formeln für die Verwandlung der Coordinaten in der Ebene offenbar

$$\begin{aligned} x_1 &= x_2 \cos 15T - y_2 \sin 15T \\ y_1 &= x_2 \sin 15T + y_2 \cos 15T \\ z_1 &= z_2. \end{aligned}$$

Durch den Beobachtungsort A als Anfang legen wir nun endlich noch ein viertes rechtwinkliges Coordinatensystem der $x_3 y_3 z_3$. Die Ebene der $x_3 y_3$ sey die Ebene des Horizonts, und die Ebene der $x_3 z_3$ sey die Ebene des Meridians von A; der positive Theil der Axe der x_3 werde so angenommen, dafs er mit dem positiven Theile der Axe der x_2 einen spitzen Winkel einschliefst; der positive Theil der Axe der y_3 falle mit dem positiven Theile der Axe der y_2 zusammen; der positive Theil der Axe der z_3 sey von dem Punkte A nach dessen Scheitelpunkte oder Fufspunkte gerichtet, jenachdem A in der nördlichen oder südlichen Hälfte der Erdoberfläche liegt. Bezeichnet nun ω die Polhöhe des Punktes A oder deren Ergänzung zu 180°, jenachdem A in der nördlichen oder südlichen Hälfte der Erdoberfläche liegt; so ist nach der Lehre von der Verwandlung der Coordinaten, wie man leicht findet, in völliger Allgemeinheit

$$\begin{aligned} x_2 &= x_3 \sin \omega + z_3 \cos \omega \\ y_2 &= y_3 \\ z_2 &= -x_3 \cos \omega + z_3 \sin \omega. \end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen erhält man leicht

$$\begin{aligned} x_3 &= x_2 \sin \omega - z_2 \cos \omega \\ y_3 &= y_2 \\ z_3 &= x_2 \cos \omega + z_2 \sin \omega. \end{aligned}$$

Nach dem obigen ist aber auf ähnliche Art

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 \cos 15T + y_1 \sin 15T \\ y_2 &= -x_1 \sin 15T + y_1 \cos 15T \\ z_2 &= z_1 \end{aligned}$$

und folglich

$$\begin{aligned} x_3 &= x_1 \sin \omega \cos 15T + y_1 \sin \omega \sin 15T - z_1 \cos \omega \\ y_3 &= -x_1 \sin 15T + y_1 \cos 15T \\ z_3 &= x_1 \cos \omega \cos 15T + y_1 \cos \omega \sin 15T + z_1 \sin \omega. \end{aligned}$$

Weil nun ferner nach dem Obigen

$$\begin{aligned} x_1 &= -r \cos \varphi \cos 15T + x \\ y_1 &= -r \cos \varphi \sin 15T + y \\ z_1 &= -r \sin \varphi + z \end{aligned}$$

ist; so ist, wie man leicht findet,

$$\begin{aligned} x_3 &= -r \sin(\omega - \varphi) + x \sin \omega \cos 15T + y \sin \omega \sin 15T - z \cos \omega \\ y_3 &= -x \sin 15T + y \cos 15T \\ z_3 &= -r \cos(\omega - \varphi) + x \cos \omega \cos 15T + y \cos \omega \sin 15T + z \sin \omega. \end{aligned}$$

Führen wir nun in diese Gleichungen für x, y, z die oben gefundenen Coordinaten des Mittelpunkts des Monds im Moment der Beobachtung ein, und bezeichnen die Coordinaten des Monds im Moment der Beobachtung im Systeme der $x_3 y_3 z_3$ durch ξ, η, ζ; so finden wir nach einigen leichten Reductionen:

$$\begin{aligned} \xi &= -r \sin(\omega - \varphi) - \rho \{\cos \omega \sin \delta - \sin \omega \cos(\alpha - 15T) \cos \delta\} \\ \eta &= \rho \sin(\alpha - 15T) \cos \delta \\ \zeta &= -r \cos(\omega - \varphi) + \rho \{\sin \omega \sin \delta + \cos \omega \cos(\alpha - 15T) \cos \delta\}. \end{aligned}$$

Bezeichnen wir den, dem Beobachtungsorte A entsprechenden scheinbaren Halbmesser des Monds im Moment der Beobachtung durch Δ_1; so haben wir offenbar die Gleichung

$$\rho \sin \Delta = \sin \Delta_1 . \sqrt{(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)},$$

und folglich

$$\sin \Delta_1 = \frac{\rho \sin \Delta}{\sqrt{(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)}}.$$

Aus dem Obigen erhält man aber leicht

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = r^2 + \rho^2 - 2r\rho\{\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos(\alpha - 15T) \cos \delta\},$$

und folglich

$$\sin \Delta_1 = \frac{\rho \sin \Delta}{\sqrt{(r^2 + \rho^2 - 2r\rho\{\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos(\alpha - 15T) \cos \delta\})}}.$$

Werden nun in der nördlichen Hälfte der Erdoberfläche Höhen des Monds über dem Horizonte als positiv, Höhen unter dem Horizonte als negativ, in der südlichen Hälfte der Erdoberfläche dagegen Höhen über dem Horizonte als negativ, Höhen unter dem Horizonte als positiv betrachtet; so ist, wenn H die Höhe des Mittelpunkts des Monds im Momente der Beobachtung bezeichnet, nach dem Vorhergehenden offenbar in völliger Allgemeinheit

$$\zeta = \sin H \sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)},$$

und folglich $\sin H = \frac{\zeta}{\sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}}$

also nach dem Obigen

$$\sin H = -\frac{r\cos(\omega-\Phi)-\rho\{\sin\omega\sin\delta+\cos\omega\cos(\alpha-15T)\cos\delta\}}{\sqrt{(r^2+\rho^2-2r\rho\{\sin\Phi\sin\delta+\cos\Phi\cos(\alpha-15T)\cos\delta\})}}.$$

Ist aber h die wegen der Strahlenbrechung corrigirte beobachtete Höhe des obern oder untern Mondrandes, wobei man in der nördlichen Hälfte der Erdoberfläche den Mondrand, welcher dem Scheitelpunkte am nächsten ist, als den obern, den andern als den untern, in der südlichen Hälfte der Erdoberfläche dagegen den Mondrand, welcher dem Fufspunkte am nächsten ist, als den obern, den andern als den untern zu betrachten hat; so ist offenbar in völliger Allgemeinheit

$$H = h \mp \Delta_1,$$

wo sich das obere Zeichen auf den obern, das untere Zeichen auf den untern Mondrand bezieht.

Die durch α, δ, ρ, Δ bezeichneten Gröfsen sind sämmtlich Functionen der EZeit τ der Beobachtung. Mittelst der bekannten Interpolationsmethoden kann man diese Functionen immer wenigstens mit einem grofsen Grade der Annäherung finden, und unter verschiedenen Formen, namentlich aber immer unter der Form

$$\begin{aligned}\alpha &= A + B\tau + C\tau^2 + D\tau^3 + \ldots\ldots,\\ \delta &= A_1 + B_1\tau + C_1\tau^2 + D_1\tau^3 + \ldots\ldots,\\ \rho &= A_2 + B_2\tau + C_2\tau^2 + D_2\tau^3 + \ldots\ldots,\\ \Delta &= A_3 + B_3\tau + C_3\tau^2 + D_3\tau^3 + \ldots\ldots,\end{aligned}$$

wo die Coefficienten aller Glieder bekannte Gröfsen sind, darstellen. Diese Ausdrücke von α, δ, ρ, Δ müfste man nun in die oben gefundenen Ausdrücke von $\sin\Delta_1$ und $\sin H$ für die in Rede stehenden Gröfsen einführen, wodurch man in Verbindung mit der Gleichung $H = h \mp \Delta_1$ drei Gleichungen zwischen den drei unbekannten Gröfsen τ, Δ_1, H erhalten würde, und also mittelst dieser drei Gleichungen die drei in Rede stehenden unbekannten Gröfsen bestimmen könnte. Hat man aber τ, so hat man auch die gesuchte Länge t des Orts A in Bezug auf den Ort E als Anfang der Längen, oder die Längendifferenz zwischen A und E, weil nach dem Obigen

$$T - t = \tau \text{ oder } 24 + T - t = \tau,$$

also $$t = T - \tau \text{ oder } t = 24 + T - \tau$$

ist, jenachdem $T - t$ eine positive oder eine negative Gröfse ist. Dafs die Aufgabe, in dieser Allgemeinheit gefafst, nach dem gegenwärtigen Zustande der Analysis nur mit der gröfsten Weitläuftigkeit auflösbar seyn würde, fällt auf der Stelle in die Augen, und wir sind daher genöthigt, zu Näherungen unsere Zuflucht zu nehmen. Daher wollen wir jetzt von der Voraussetzung ausgehen, dafs t ein Näherungswerth der in Zeit ausgedrückten Länge des Orts A in Bezug auf den Ort E als Anfang der Längen, und folglich auch $\tau = T - t$ oder $\tau = 24 + T - t$, jenachdem $T - t$ positiv oder negativ ist, ein Näherungswerth der EZeit der Beobachtung sey; so sind auch

$$\begin{aligned}\alpha &= A + B\tau + C\tau^2 + D\tau^3 + \ldots.,\\ \delta &= A_1 + B_1\tau + C_1\tau^2 + D_1\tau^3 + \ldots.,\\ \rho &= A_2 + B_2\tau + C_2\tau^2 + D_2\tau^3 + \ldots.,\\ \Delta &= A_3 + B_3\tau + C_3\tau^2 + D_3\tau^3 + \ldots.\end{aligned}$$

Näherungswerthe der Rectascension, Declination des Mittelpunkts des Monds, der Entfernung des Mittelpunkts des Monds vom Mittelpunkte der Erde, und des dem Mittelpunkte der Erde entsprechenden scheinbaren Halbmessers des Monds für den Moment der Beobachtung.

Bezeichnen wir nun den Fehler in der Länge des Orts A in Bezug auf den Ort E alz Anfang der Längen durch dt, und die entsprechenden Fehler der EZeit der Beobachtung, der Rectascension, Declination, Entfernung vom Mittelpunkte der Erde, und des scheinbaren Halbmessers des Monds im Moment der Beobachtung durch $d\tau$, $d\alpha$, $d\delta$, $d\rho$, $d\Delta$; so sind

$$t + dt,\ \tau + d\tau,\ \alpha + d\alpha,\ \delta + d\delta,\ \rho + d\rho,\ \Delta + d\Delta$$

die wahre Länge des Orts A in Bezug auf E als Anfang der Längen, die wahre EZeit der Beobachtung, und die wahre Rectascension, Declination, Entfernung vom Mittelpunkte der Erde und der wahre scheinbare Halbmesser des Monds im Moment der Beobachtung. Es ist aber

$$\begin{aligned}\alpha + d\alpha &= \alpha + \frac{d\alpha}{d\tau} d\tau,\\ \delta + d\delta &= \delta + \frac{d\delta}{d\tau} d\tau,\\ \rho + d\rho &= \rho + \frac{d\rho}{d\tau} d\tau,\\ \Delta + d\Delta &= \Delta + \frac{d\Delta}{d\tau} d\tau;\end{aligned}$$

oder, weil nach dem Obigen offenbar $d\tau = -dt$ ist,

$$\begin{aligned}\alpha + d\alpha &= \alpha - \frac{d\alpha}{d\tau} dt,\\ \delta + d\delta &= \delta - \frac{d\delta}{d\tau} dt,\\ \rho + d\rho &= \rho - \frac{d\rho}{d\tau} dt,\\ \Delta + d\Delta &= \Delta - \frac{d\Delta}{d\tau} dt\end{aligned}$$

oder, wenn wir der Kürze wegen

$$\lambda = \frac{d\alpha}{d\tau} = B + 2C\,\tau + 3D\,\tau^2 + 4E\,\tau^3 + \ldots,$$
$$\mu = \frac{d\delta}{d\tau} = B_1 + 2C_1\tau + 3D_1\tau^2 + 4E_1\tau^3 + \ldots,$$
$$\varkappa = \frac{d\rho}{d\tau} = B_2 + 2C_2\tau + 3D_2\tau^2 + 4E_2\tau^3 + \ldots,$$
$$\theta = \frac{d\Delta}{d\tau} = B_3 + 2C_3\tau + 3D_3\tau^2 + 4E_3\tau^3 + \ldots,$$

setzen,

$$\alpha + d\alpha = \alpha - \lambda dt,$$
$$\delta + d\delta = \delta - \mu dt,$$
$$\rho + d\rho = \rho - \varkappa dt,$$
$$\Delta + d\Delta = \Delta - \theta dt;$$

oder

$$d\alpha = -\lambda dt, \quad d\delta = -\mu dt, \quad d\rho = -\varkappa dt, \quad d\Delta = -\theta dt.$$

Weil nach dem Obigen

$$\xi^2+\eta^2+\zeta^2 = r^2+\rho^2-2r\rho\left\{\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos(\alpha-15T)\cos\delta\right\}$$

ist, so ist, wie man leicht findet,

$$\begin{aligned}\xi d\xi + \eta d\eta + \zeta d\zeta &= -\varkappa\left\{\rho - r[\sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos(\alpha-15T)\cos\delta]\right\}dt\\ &\quad - \lambda r\rho\cos\varphi\sin(\alpha-15T)\cos\delta\, dt\\ &\quad + \mu r\rho\left\{\sin\varphi\cos\delta - \cos\varphi\cos(\alpha-15T)\sin\delta\right\}dt.\end{aligned}$$

Ferner findet man, weil nach dem Obigen

$$\zeta = -r\cos(\omega-\varphi) + \rho\left\{\sin\omega\sin\delta + \cos\omega\cos(\alpha-15T)\cos\delta\right\}$$

ist, leicht

$$\begin{aligned}d\zeta &= -\varkappa\left\{\sin\omega\sin\delta + \cos\omega\cos(\alpha-15T)\cos\delta\right\}dt\\ &\quad + \lambda\rho\cos\omega\sin(\alpha-15T)\cos\delta\, dt\\ &\quad - \mu\rho\left\{\sin\omega\cos\delta - \cos\omega\cos(\alpha-15T)\sin\delta\right\}dt\end{aligned}$$

Für H hat man nach dem Obigen die Ausdrücke

$$\sin H = \frac{\zeta}{\sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}}, \quad \cos H = \frac{\sqrt{(\xi^2+\eta^2)}}{\sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}},$$

aus denen

$$\tang H = \frac{\zeta}{\sqrt{(\xi^2+\eta^2)}} = \pm\frac{\zeta}{\xi\sqrt{\left(1+\left(\frac{\eta}{\xi}\right)^2\right)}},$$

wo das obere oder untere Zeichen genommen werden mufs, jenachdem ξ posifiv oder negativ ist, folgt. Berechnet man den Hülfswinkel σ mittelst der Formel

$$\tang\sigma = \frac{\eta}{\xi},$$

so ist unter der Bedingung, dafs man das obere oder untere Vorzeichen nimmt, jenachdem ξ und $\cos\sigma$ gleiche oder ungleiche Vorzeichen haben,

$$\tang H = \pm\frac{\zeta}{\xi}\cos\sigma.$$

Hat man auf diese Weise H gefunden, so ergiebt sich Δ_1 leicht mittelst der aus dem Obigen ohne alle Schwierigkeit abzuleitenden Formel

$$\sin\Delta_1 = \frac{\rho}{\zeta}\sin\Delta\sin H.$$

Aus der Gleichung

$$\tang H = \frac{\zeta}{\sqrt{(\xi^2+\eta^2)}}$$

erhält man durch Differentiation ohne Schwierigkeit

$$\frac{dH}{\cos H^2} = \frac{-\zeta(\xi d\xi+\eta d\eta)+(\xi^2+\eta^2)d\zeta}{(\xi^2+\eta^2)\sqrt{(\xi^2+\eta^2)}},$$

und folglich, weil $\sqrt{(\xi^2+\eta^2)} = \zeta\cot H$ ist, nach einigen leichten Verwandlungen

$$dH = -\frac{\sin H^2}{\zeta^2\cot H}(\xi d\xi+\eta d\eta+\zeta d\zeta) + \frac{d\zeta}{\zeta\cot H}.$$

Aus der aus dem Obigen bekannten Gleichung

$$\rho\sin\Delta = \sin\Delta_1\cdot\sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}$$

folgt ferner durch Differentiation

$$\begin{aligned}\rho\cos\Delta\, d\Delta + \sin\Delta\, d\rho &= \cos\Delta_1\, d\Delta_1\sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}\\ &\quad + \sin\Delta_1\cdot\frac{\xi d\xi+\eta d\eta+\zeta d\zeta}{\sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}},\end{aligned}$$

und also weil

$$\sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)} = \frac{\rho\sin\Delta}{\sin\Delta_1}$$

ist,

$$\rho\cos\Delta d\Delta+\sin\Delta d\rho = \rho\sin\Delta\cot\Delta_1 d\Delta_1 + \frac{\sin\Delta_1^2}{\rho\sin\Delta}(\xi d\xi+\eta d\eta+\zeta d\zeta)$$

woraus sich

$$\cot\Delta_1\, d\Delta_1 = \cot\Delta\, d\Delta + \frac{d\rho}{\rho} - \frac{\sin\Delta_1^2}{\rho^2\sin\Delta^2}(\xi d\xi+\eta d\eta+\zeta d\zeta),$$

oder, weil nach dem Obigen

$$\frac{\sin\Delta_1}{\rho\sin\Delta} = \frac{\sin H}{\zeta}$$

ist, auch

$$\cot\Delta_1 d\Delta_1 = \cot\Delta\, d\Delta + \frac{d\rho}{\rho} - \frac{\sin H^2}{\zeta^2}(\xi d\xi+\eta d\eta+\zeta d\zeta).$$

ergiebt. Es ist nun

$$H + dH = h \mp (\Delta_1 + d\Delta_1), \quad h - H \mp \Delta_1 = dH \pm d\Delta_1,$$

wo die obern Zeichen dem obern, die untern dem untern Mondrande entsprechen, und folglich, wenn man in diese Gleichung die aus dem Obigen sich ergebenden Ausdrücke von dH und $d\Delta_1$ einführt, nach einigen leichten Reductionen

$$\begin{aligned}h - H \mp \Delta_1 &= \pm\cot\Delta\tang\Delta_1 d\Delta \pm \tang\Delta_1\frac{d\rho}{\rho} + \tang H\frac{d\zeta}{\zeta}\\ &\quad - \frac{\sin H\tang H\sin(H\pm\Delta_1)}{\zeta^2\cos\Delta_1}(\xi d\xi+\eta d\eta+\zeta d\zeta).\end{aligned}$$

Mittelst dieser Gleichung kann man nun, wenn man in dieselbe die aus dem Obigen bekannten Ausdrücke von $d\Delta$, $d\rho$, $d\zeta$ und $\xi d\xi+\eta d\eta+\zeta d\zeta$ einführt, die Verbesserung dt der Länge t bestimmen. Die zur Rechnung nöthigen Formeln wollen wir hier zusammenstellen, wollen dabei aber zugleich einige Hülfsgröfsen einführen, ohne uns auf weitere Entwickelungen einzulassen, da dieselben nicht die mindeste Schwierigkeit haben, und daher sämmtlich dem eignen Nachdenken des Lesers anheim gestellt werden können. Die Formeln, nach denen die Rechnung am leichtesten geführt werden kann, scheinen folgende zu seyn:

$$A = \sin(\omega - \Phi),$$
$$B = \cos(\omega - \Phi),$$
$$C = \sin(\alpha - 15T)\cos\delta,$$
$$D = C\cos\omega,$$
$$E = C\cos\Phi,$$
$$\tang V = \cos(\alpha - 15T)\cot\delta,$$
$$\tang W = \cos(\alpha - 15T)\tang\delta,$$
$$F = \frac{\sin\delta\cos(\omega + V)}{\cos V},$$
$$G = \frac{\sin\delta\sin(\omega + V)}{\cos V},$$
$$I = \frac{\cos\delta\sin(\omega - W)}{\cos W},$$
$$K = \frac{\sin\delta\sin(\Phi + V)}{\cos V},$$
$$L = \frac{\cos\delta\sin(\Phi - W)}{\cos W},$$
$$M = -\varkappa G + \lambda D\rho - \mu I\rho.$$
$$N = -\varkappa(\rho - Kr) - \lambda Er\rho + \mu Lr\rho,$$
$$\xi = -Ar - F\rho, \quad \eta = C\rho, \quad \zeta = -Br + G\rho;$$
$$d\zeta = M\,dt; \quad \xi d\xi + \eta d\eta + \zeta d\zeta = N\,dt;$$
$$\tang\sigma = \frac{\eta}{\xi}, \quad \tang H = \pm\frac{\zeta}{\xi}\cos\sigma, \quad \sin\Delta_1 = \frac{\rho}{\zeta}\sin\Delta\sin H.$$

Diese Formeln liefern Alles, was man zur Berechnung von dt braucht; in der vorletzten Gleichung ist das obere oder untere Zeichen zu nehmen, jenachdem die Gröfsen ξ und $\cos\sigma$ gleiche oder ungleiche Vorzeichen haben.

Zur Berechnung von dt ergiebt sich nun aber aus dem Obigen die Gleichung

$$h - H \mp \Delta_1 = \mp\theta\cot\Delta\tang\Delta_1\,dt \mp \varkappa\tang\Delta_1\frac{dt}{\rho} + M\tang H\frac{dt}{\zeta} - \frac{N\sin H\tang H\sin(H \pm \Delta_1)}{\zeta^2\cos\Delta_1}dt$$

oder

$$h - H \mp \Delta_1 = \mp\left\{\theta\cot\Delta\tang\Delta_1 + \frac{\varkappa\tang\Delta_1}{\rho} \mp \frac{M\tang H}{\zeta} \pm \frac{N\sin H\tang H\sin(H \pm \Delta_1)}{\zeta^2\cos\Delta_1}\right\}dt$$

wo sich immer die obern Zeichen auf den obern, die untern auf den untern Mondrand beziehen. Die Gröfsen λ, μ, $\varkappa$, θ müssen nach der oben gegebenen Anleitung mit Hülfe der bekannten Interpolationsmethoden berechnet werden.

Hat man nun correspondirende Höhen, oder auch an zwei verschiedenen Tagen gleiche Höhen des Monds genommen, so erhält man, jenachdem sich dieselben auf gleichartige oder ungleichartige Mondränder beziehen, nach dem Obigen jederzeit zwei Gleichungen von der Form

$$h - H \mp \Delta_1 = \mp\left\{\theta\cot\Delta\tang\Delta_1 + \frac{\varkappa\tang\Delta_1}{\rho} \mp \frac{M\tang H}{\zeta} \pm \frac{N\sin H\tang H\sin(H \pm \Delta_1)}{\zeta^2\cos\Delta_1}\right\}dt$$
$$h - H' \mp \Delta'_1 = \mp\left\{\theta'\cot\Delta'\tang\Delta'_1 + \frac{\varkappa'\tang\Delta'_1}{\rho'} \mp \frac{M'\tang H'}{\zeta'} \pm \frac{N'\sin H'\tang H'\sin(H' \pm \Delta'_1)}{\zeta'^2\cos\Delta'_1}\right\}dt$$

oder

$$h - H \mp \Delta_1 = \mp\left\{\theta\cot\Delta\tang\Delta_1 + \frac{\varkappa\tang\Delta_1}{\rho} \mp \frac{M\tang H}{\zeta} \pm \frac{N\sin H\tang H\sin(H \pm \Delta_1)}{\zeta^2\cos\Delta_1}\right\}dt$$
$$h - H' \pm \Delta'_1 = \pm\left\{\theta'\cot\Delta'\tang\Delta'_1 + \frac{\varkappa'\tang\Delta'_1}{\rho'} \pm \frac{M'\tang H'}{\zeta'} \mp \frac{N'\sin H'\tang H'\sin(H' \mp \Delta'_1)}{\zeta'^2\cos\Delta'_1}\right\}dt$$

aus denen man durch Subtraction die Höhe h leicht eliminiren kann, wonach eine blofs dt als unbekannte Gröfse enthaltende Gleichung übrig bleibt, mittelst welcher sich also dt bestimmen läfst, ohne dafs man die Höhe h selbst zu kennen braucht. Hätte man an mehr als zwei Tagen gleiche Höhen des Monds genommen, so würde man eine gröfsere Anzahl von Gleichungen zwischen den beiden unbekannten Gröfsen h und dt von der obigen Form bilden können, und müfste dieselben dann nach der Methode der kleinsten Quadrate auflösen.

Wenn man dt gefunden hat, so ist $t + dt$ die verbesserte Länge, die man dann wieder verbessern und dieses Verfahren überhaupt so lange fortsetzen kann, bis zwei auf einander folgende Näherungswerthe der Länge sich nicht mehr von einander unterscheiden.

Setzt man, wenn a den Halbmesser des Aequators der Erde bezeichnet,

$$\sin\pi = \frac{a}{\rho},$$

so ist $\rho = a\sin\pi^{-1}$, und folglich, wenn man τ als veränderliche Gröfse differentiirt,

$$\frac{d\rho}{d\tau} = -a\sin\pi^{-2}\cos\pi\frac{d\pi}{d\tau},$$

also, wenn der Kürze wegen

$$\varepsilon = \frac{d\pi}{d\tau}$$

gesetzt wird,

$$\varkappa = -\frac{a\varepsilon\cos\pi}{\sin\pi^2} = -\varepsilon\rho\cot\pi,$$

und folglich

$$\frac{\varkappa}{\rho} = -\varepsilon\cot\pi,$$

mittelst welcher Formel also der in den obigen Gleichungen, durch welche die Verbesserung dt der Länge t gefunden wird, vorkommende Bruch $\frac{\varkappa}{\rho}$ jederzeit durch ε und π ausgedrückt werden kann.

Uebrigens wollen wir noch bemerken, dafs die obigen Gleichungen sich vereinfachen, wenn es verstattet ist, das eine oder das andere Glied in denselben zu vernachlässigen. Wir beabsichtigten hier die vollständige und völlig genaue Entwickelung derselben. Endlich darf man auch nicht übersehen, dafs bei dem Gebrauche der obigen Formeln natürlich immer Alles auf ein und dieselbe Einheit bezogen werden mufs, welches weiter zu erläutern an diesem Orte unnütze Weitläufigkeit seyn würde. So wie wir die Formeln im Obigen dargestellt haben, ist Alles in Theilen des Radius als Einheit ausgedrückt gedacht worden.

Grunert.

Altona 1841. Juli 1.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N°. 430.

Verzeichnifs von 53 Sternen der Plejaden, aus Beobachtungen mit dem Königsberger Heliometer abgeleitet.

Von Herrn Geheimen-Rath und Ritter *Bessel*.

In Nr. 387 der A. N. habe ich ein Verzeichnifs der Oerter von 27 Sternen der Plejaden mitgetheilt, welches aus von mir und Herrn Dr. *Busch* gemachten Meridianbeobachtungen abgeleitet worden ist; jetzt kann ich ein zweites, von 53 Sternen desselben Gestirns bekannt machen, welches in sofern allein auf Heliometerbeobachtungen beruhet, dafs es allein den Ort des Hauptsterns η als anderweitig bekannt geworden voraussetzt. Die helleren Sterne der Plejaden g, b, e, c, k, l, d, a, f, h sind anhaltend und häufig, durch das Heliometer mit η verglichen worden, indem ich ihre Beobachtungen zur Grundlage der Bestimmung eines Theils der Elemente gemacht habe, von welchen die Reduction aller Anwendungen dieses Instruments abhängt; die übrigen 42 Sterne sind weniger häufig beobachtet. Die Beobachtungen der ersteren sind gröfstentheils von mir gemacht, zum Theil auch von Herrn *Plantamour* (jetzt Professor in Genf) und Herrn *Schlüter*; die letzteren hat Herr *Schlüter* fast allein beobachtet und Herrn *Plantamours* und meine Theilnahme daran ist unbedeutend. Diese Sterne befinden sich, mit einziger Ausnahme des *Flamsteed*schen Sterns m, innerhalb eines mit einem Halbmesser von 47 bis 48′ um η beschriebenen Kreises. Unter den in diesem Raume befindlichen sind sie die hellsten, mit Ausnahme des durch 16 bezeichneten Sterns, welcher nicht heller ist als einige andere unbestimmt gebliebene. Alle diese Sterne, aufser m, sind unmittelbar mit η verglichen worden; dieser Stern aber, seiner zu grofsen Entfernung wegen, nur mittelbar, nämlich durch die Hülfe der Sterne g, e, c, k und l.

In dem unter der Presse befindlichen ersten Bande meiner „*Astronomischen Untersuchungen*“ wird eine Abhandlung über die Plejaden erscheinen, aus welcher ich das Verzeichnifs hier besonders bekannt mache, indem die jetzt häufig vorfallenden Durchgänge des Mondes durch dieses Gestirn die möglichst frühe Kenntnifs desselben wünschenswerth erscheinen lassen. Die Abhandlung selbst wird die zur Beurtheilung seiner Genauigkeit erforderlichen Einzelnheiten enthalten; hier beschränke ich mich, als meine Meinung zu äufsern, dafs die Unterschiede der Rectascension und Declination der angeführten 10 helleren Sterne von η, bis auf ein Paar Zehntel einer Secunde sicher, und die übrigen nicht leicht aufserhalb einer halben Secunde fehlerhaft bestimmt sein werden. Den dem ganzen Verzeichnisse zum Grunde gelegten Ort von η Tauri für 1840, habe ich

AR. = 54° 29′ 46″72 Decl. = + 23° 36′ 16″91 149 u. 144 Beobb.

angenommen. Er ist das arithmetische Mittel aller Angaben des auf 1840 reducirten Verzeichnisses in Nr. 387, nach der Hinzufügung der durch das Heliometer bestimmten Unterschiede des Sterns η von den übrigen Sternen; er beruhet also auf einer viel gröfseren Zahl von Meridianbeobachtungen als wir von η unmittelbar besitzen; in AR. ist er 1″26 gröfser, in Decl. 0″48 gröfser, als der unmittelbar beobachtete dieses Sterns.

Verzeichnifs von 53 Sternen der Plejaden.

	Gröfse.	AR. 1840.	Jährliche Praecession. 1840.	Säc. Aend.	Eigene Bewegung.	Decl. 1840.	Jährl. Praecession. 1840.	Säc. Aend.	Eigene Bewegung.	Zahl d. Beobb.	
							+				
16 g Celæno	5.6	53° 49′ 33″64	53″190	+ 0″273	+ 0″050	23° 46′ 49″58	11″838	— 0″423	— 0″078	29	
17 g Electra	4.5	50 47,59	53,132	+ 0,271	+ 0,028	23 36 16,24	11,832	— 0,423	— 0,062	35	
18 m	7	54 25,52	53,884	+ 0,277	— 0,004	24 19 52,36	11,816	— 0,425		10	
19 e Taygeta	5	55 26,47	53,259	+ 0,274	+ 0,015	23 57 34,12	11,810	— 0,424	— 0,068	30	
Anonyma 1	8	59 14,52	53,119	+ 0,270		23 31 42,30	11,792	— 0,423		4	
—— 2	8.9	54 0 55,25	53,267	+ 0,274		23 57 25,09	11,784	— 0,425		4	
—— 3	9	1 30,81	53,139	+ 0,270		23 34 36,65	11,782	— 0,424		4	
—— 4	8	1 52,66	53,225	+ 0,272		23 49 45,23	11,780	— 0,425		4	P. III. 135
—— 5	9	2 11,22	53,325	+ 0,275		24 7 16,14	11,778	— 0,425		4	
—— 6	9	2 49,03	53,210	+ 0,272		23 46 57,30	11,775	— 0,424		4	

	Grösse.	AR. 1840.	Jährliche Praecession. 1840.	Säc. Aend.	Eigene Bewegung.	Decl. 1840.	Jährl. Praecession. 1840.	Säc. Aend.	Eigene Bewegung.	Zahl d. Beobb.	
20 c Maja...	5	54° 4' 46"31	53"240	+0"272	+0"032	23°51'43"12	11"766	—0"425	—0"062	29	
Anonyma 7	8	5 35,15	53,131	+0,270		23 32 0,41	11,762	—0,424		4	
21 k Asterope	7.8	5 48,99	53,305	+0,274	+0,051	24 2 56,40	11,761	—0,425	—0,057	27	
22 l	7.8	7 56,33	53,300	+0,274	+0,011	24 1 21,97	11,751	—0,425	—0,054	24	
Anonyma 8	8.9	10 56,98	53,192	+0,271		23 41 26,35	11,737	—0,425		6	
—— 9	8.9	11 31,24	53,191	+0,270		23 41 7,91	11,734	—0,425		4	
23 d Merope	5	12 37,28	53,111	+0,268	+0,070	23 26 39,23	11,729	—0,425	—0,060	24	
Anonyma 10	8	14 15,83	53,217	+0,271		23 45 4,35	11,721	—0,426		4	
—— 11	8.9	17 24,71	53,171	+0,269		23 36 0,60	11,706	—0,425		4	
—— 12	7.8	22 1,14	53,319	+0,273		24 1 4,70	11,685	—0,427		4	P. III. 147
—— 13	8.9	23 41,65	53,144	+0,268		23 29 37,12	11,676	—0,426		4	
—— 14	9	25 11,96	53,069	+0,266		23 15 52,45	11,669	—0,425		4	
—— 15	8.9	26 39,14	53,194	+0,269		23 37 37,49	11,662	—0,426		4	
—— 16	9.10	26 58,66	53,089	+0,266		23 18 58,24	11,661	—0,426		4	
—— 17	8	27 18,67	53,059	+0,266		23 13 29,57	11,659	—0,426		6	
—— 18	8	27 20,05	53,198	+0,269		23 38 16,98	11,659	—0,426		4	
24 p.......	7.8	27 46,26	53,191	+0,269	+0,011	23 36 55,12	11,657	—0,427		4	
Anonyma 19	8	28 1,82	53,086	+0,266		23 18 9,11	11,656	—0,426		6	
—— 20	8	28 5,46	53,353	+0,273		24 5 15,46	11,656	—0,428		8	
—— 21	8.9	28 41,90	53,377	+0,273		24 9 22,06	11,653	—0,428		6	
—— 22	8	28 47,57	53,124	+0,267		23 24 50,13	11,652	—0,426		6	
—— 23	8.9	29 36,40	53,046	+0,265		23 10 40,14	11,648	—0,425		6	
—— 24	8	29 42,52	53,253	+0,270		23 47 16,49	11,648	—0,427		12	P. III. 151
25 η Alcyone	3.4	29 46,72	53,191	+0,268	+0,021	23 36 16,91	11,648	—0,427	—0,068	—	
Anonyma 25	8.9	32 5,30	53,027	+0,264		23 6 35,59	11,637	—0,425		6	
—— 26	9	33 36,76	53,006	+0,263		23 2 35,89	11,629	—0,425		6	
—— 27	8.9	40 39,14	53,280	+0,270		23 49 12,64	11,596	—0,428		4	
—— 28	7	43 17,17	52,980	+0,262	—0,003	23 55 25,93	11,583	—0,426	—0,061	6	
—— 29	8	44 45,04	53,296	+0,269	+0,021	23 50 53,36	11,576	—0,429		6	P. III. 153
26 s.......	7.8	51 48,27	53,140	+0,265	+0,002	23 21 43,53	11,543	—0,428		25	
27 f Atlas...	4.5	54 53,68	53,212	+0,266	+0,013	23 33 30,41	11,528	—0,429	—0,077	25	
28 h Plejone	5.6	55 10,82	53,241	+0,267	+0,007	23 38 30,60	11,527	—0,429	—0,085	25	P. III. 161
Anonyma 30	8.9	55 39,24	53,156	+0,265		23 23 31,50	11,524	—0,429		6	
—— 31	8	56 20,32	53,331	+0,269		23 54 4,70	11,521	—0,430		6	
—— 32	8	57 35,11	53,328	+0,269		23 53 11,52	11,515	—0,430		6	
—— 33	8.9	58 45,54	53,284	+0,268		23 45 12,36	11,509	—0,430		6	
—— 34	7.8	55 3 36,72	53,109	+0,263		23 13 7,69	11,486	—0,429		6	P. III. 163
—— 35	9	3 47,46	53,290	+0,267		23 45 2,15	11,485	—0,430		6	
—— 36	9	5 59,14	53,285	+0,267		23 43 26,57	11,475	—0,430		6	
—— 37	8	6 17,63	53,331	+0,268		23 51 22,51	11,473	—0,431		6	P. III. 164
—— 38	8	7 6,69	53,161	+0,264		23 21 22,86	11,469	—0,430		4	—— 165
—— 39	8	13 58,00	53,393	+0,269		24 0 13,63	11,436	—0,432		6	—— 171
—— 40	7.8	20 31,97	53,220	+0,264		23 28 18,94	11,405	—0,431		6	—— 172

Bessel.

Original-Beobachtungen des *Halley*schen Cometen auf der Altonaer Sternwarte 1835.

Von Herrn Observator und Ritter *Petersen*.

Die Beobachtungen sind mit einem *Fraunhofer*schen Fernrohr von 54 Pariser Zoll Brennweite und 43 Linien Oeffnung an einem gleichfalls *Fraunhofer*schen Kreismicrometer gemacht. Die Halbmesser des innern und äufsern Randes des freischwebenden Stahlringes wurden mit dem Meridiankreise gemessen, und betragen 808"33 und 759"68 ohne Refractions-Constante. Der Chronometer accelerirte täglich gegen Sternzeit ungefähr 8 Secunden.

1835 August 24.

Stern.	Aeufserer Ring. Eintritt.	Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Austritt.	Vom Mittelpunkt.
Stern a	0ʰ 1' 44"	3' 48"	1' 55"	3' 38"	
Comet	——	——	2 3	3 42	
Stern a	6 21	——	8 13	——	
Comet	6 28	——	8 19	——	
Stern a	8 47	11 30	——	11 14	
Comet	8 54	11 37	——	11 20	

Stern.	Aeufserer Ring. Eintritt.	Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Austritt.	Vom Mittelpunkt.
Stern a	0h 13' 28"	—	15' 28"	—	
Comet	13 34	—	15 35	—	
Stern a	25 59	—	27 31	—	
Comet	26 5	—	27 38	—	
Stern a	29 12	—	30 58	—	
Comet	29 17	—	31 5	—	
Comet	40 47	42 27	41 3	42 10	Süd.
Stern b	43 12,5	45 5	43 22	44 55,5	Nord.
Stern a	46 24	48 7	—	—	Süd.
Comet	46 31	48 17	—	—	Süd.
Stern b	49 2	50 51	49 12	50 41	Nord.
Stern a	53 1	55 1	53 12	—	Süd.
Comet	53 7	55 10	53 20	—	Süd.
Stern b	55 59,5	57 23,5	56 12	57 9,5	Nord.
Stern a	1 0 8	2 19	—	—	
Comet	0 16	2 28	—	—	
Stern a	—	—	9 21	10 43	Süd.
Comet	—	—	9 30	10 55	Süd.
Stern a	12 34	14 52	—	—	Süd.
Comet	12 38	15 2	—	—	Süd.
Stern a	16 42	17 40	—	—	Nord.
Comet	16 53	17 47	—	—	Nord.
Stern a	19 44	21 54	—	—	
Comet	19 52	22 2	—	—	
Stern a	—	23 22	24 37	—	Nord.
Comet	—	23 38	24 41	—	Nord.
Stern a	—	29 7	30 17	—	Nord.
Comet	—	29 20	30 19	—	Nord.
Stern a	31 36	33 46	—	—	
Comet	31 44	33 56	—	—	
Stern a	34 54	35 4	—	—	
Comet	37 2,5	37 13	—	—	

Arnold Nr. 97. 2h 7' dU = −20' 1"0
Stündlicher Gang = −0"33.

Der Comet war, besonders Anfangs, so sehr schwach und schwer zu sehen, dafs der kleine Stern a, etwa 9 bis 10r Gr., ihn völlig verschwinden machte und ich mich damit begnügen mufste nur Eintritte zu beobachten, wo der vorangehende Stern beim Eintritt des Cometen hinter dem dunkeln Ringe stand. Da Comet und Stern a bis auf wenige Secunden auf demselben Parallel standen, und ich sie überdiefs so viel wie möglich durch die Mitte der Ringe gehen liefs, so glaube ich, dafs diese Beobachtungen zur Rectascensions-Bestimmung vollkommen brauchbar sind.

Scheinbare Oerter der Sterne.

a = 5h 44' 10"3 +23° 55' 5
b = 5 46 50,82 +24 13 5"30. *Bessels* Zone 348, Hist. cél. p. 315 und 196.

1835 August 26.

Stern.	Aeufserer Ring. Eintritt.	Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Austritt.	Vom Mittelpunkt.
Comet	23h 16' 37"	18' 43"	16' 45"	18' 35"	
Stern b	17 29,5	19 40	17 39,5	19 30	
Comet	21' 19"	22' 54"	21' 38"	22' 31"	Süd.
Stern b	22 5	23 57,5	22 18	23 45,5	Süd.
Comet	25 23	27 0	25 47	26 34	Nord.
Stern b	26 43	27 31	—	—	Nord.
Comet	30 50	33 4	31 6	32 53	
Stern b	31 47	33 58,5	31 57,5	33 48	
Comet	44 8	46 23	44 22	—	
Stern b	45 4	47 15,5	45 14,5	47 5	
Comet	48 19	49 43	48 38	49 10	Süd.
Stern b	49 3	50 47,5	49 16	50 34	Süd.
Comet	51 42	53 15	52 11	52 54	Nord.
Stern b	53 10	53 35	—	—	Nord.
Comet	55 22	57 32	55 36	57 22	
Stern b	56 20	58 18,5	56 31,5	58 7	
Comet	0 3 30	5 41	3 40	5 31	
Stern b	4 25	6 30,7	4 35,5	6 20	
Comet	7 50	9 18	8 11	8 51	Süd.
Stern b	8 31	10 18,5	8 44	10 5	Süd.
Comet	11 52	13 33	12 18	13 12	Nord.
Stern b	13 5	14 5	—	—	Nord.
Comet	19 18	21 29	19 29	21 18	
Stern b	20 10	22 21	20 20	22 11	
Comet	29 40	31 5	—	—	Süd.
Stern b	30 26	32 8	30 39	31 54	Süd.
Comet	33 35	35 0	34 8	34 34	Nord.
Stern b	berührte den Rand.				Nord.
Comet	36 51	38 58	37 4	38 46	
Stern b	37 39	39 50	37 49,5	39 40	
Comet	40 56	43 0	41 8	42 47	
Stern b	41 44	43 53,5	41 54	43 44	
Comet	45 55	47 48	46 12	—	Nord.
Stern b	46 58	47 27,5	47 16	48 11	Nord.
Comet	49 52	51 20	50 16	50 50	Süd.
Stern b	50 32	52 19	50 46	52 6	Süd.
Comet	53 35	55 16	53 56	54 56	Süd.
Stern b	54 20	56 13	54 33	56 1	Süd.
Comet	57 0	59 6	57 16	58 52	Nord.
Stern b	57 57	59 49	58 9,5	59 36	Nord.
Comet	1 1 6	3 2	1 24	2 46	Süd.
Stern b	1 52	3 55	2 3	3 45	Süd.

Stündlicher Gang = −0"31

Barometer 29,79 Engl. Zoll.
Thermometer am Barometer = 66° Fahrenh.
Freies Thermometer = 51,2 —

Der scheinbare Ort des Sterns b ist:

AR. = 5h 46' 50"88 } *Bessels* Zone 348, Hist. cél. p. 315
Decl. = +24° 13 5,37 } und 195.

1835 August 28.

Stern.	Aeufserer Ring. Eintritt.	Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Austritt.
Stern b	23h 29' 1"	30' 44"5	29' 15"	30' 31"
Comet	—	—	25 50	31 36
Stern b	34 19	35 50,5	34 35,5	35 34
Comet	34 48	37 1	35 0	36 49
Stern b	39 16	40 56	39 31	40 42
Comet	39 51	42 4	40 4	41 49
Stern b	44 5,5	45 55	44 18	45 42,5

Stern.	Aeufserer Ring. Eintritt.	Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Austritt.	Vom Mittelpunkt.
Comet	23ʰ44′ 45″	46′ 55″	44′ 59″	46′ 42″	
Stern c	59 15	61 2	59 30	60 47,5	Süd.
Comet	0 0 14	2 16	0 28	2 1	Süd.
Stern c	4 24	6 31	4 35	6 20	Nord.
Comet	5 33	7 34	5 47	7 22	Nord.
Stern c	9 13,5	10 35	9 35,5	10 13	Süd.
Comet	10 8	11 53	10 27	11 32	Süd.
Stern c	12 40	14 4	13 0	13 45	Nord.
Comet	14 0	14 57	——	——	Nord.
Stern c	16 51	18 53	17 4	18 41,3	Nord.
Comet	18 1	19 56	18 19	19 40	Nord.
Stern c	20 58	22 15	21 23,5	21 50	Süd.
Comet	21 51	23 35	22 12	23 17	Süd.
Stern c	25 26	27 38,3	25 37	27 28	
Stern b	——	——	26 18,5	27 18,5	
Comet	26 33	28 48	26 47	28 33	
Stern c	30 38	32 50	30 48,3	——	
Stern b	31 13	32 45	31 29,7	32 29,5	
Comet	31 43	33 58	31 57	33 45	
Stern c	35 45,5	37 57,5	35 56	——	
Stern b	36 18,7	37 56	36 33	37 42,5	
Comet	——	——	37 6	38 54	
Stern c	39 57	42 8	40 8	41 58	
Stern b	40 24,8	42 0,5	40 37	42 12	
Comet	41 6	43 15	41 18	43 3	
Stern c	45 13,5	46 53	45 30	46 38	Nord.
Comet	46 35	47 52	streifte.		Nord.
Stern c	49 15	50 58,5	49 29	50 44	Süd.
Comet	50 14	52 14	50 29	51 58	Süd.

Arnold Nr. 97. 1ʰ 15′ dU. = −20′ 31″8
Stündl. Gang = −0,34.

Barometer 30ᶻ09, Th. am Bar. 63,3 } Therm. im Freien 48°3.

Scheinbare Oerter der Sterne.
b = 5ʰ46′50″94 +24°13′ 5″45
c = 5 46 35 +24 23

1835 August 29.

Stern.	Aeufserer Ring. Eintritt.	Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Austritt.	Vom Mittelpunkt.
Stern d	23ʰ52′ 20″	54′ 19″	52′ 33″	54′ 8″5	Süd
Stern e	52 43,5	54 44	52 55	54 32,5	Süd.
Comet	53 25	55 19	53 45	55 4	Süd.
Stern d	57 35	58 35	——	——	Nord.
Stern e	58 1	58 54,5	——	——	Nord.
Comet	58 21	59 52	58 54	59 20	Nord.
Stern d	0 1 24,5	3 5,5	1 38,5	2 51	Nord.
Stern e	1 49	3 28	2 5	3 12,5	Nord.
Comet	2 21	4 15	2 36	4 0	Nord.
Stern d	5 45	7 49	5 56,3	7 38,4	Süd.
Stern e	6 7,7	8 12,7	6 19,0	8 2	Süd.
Comet	6 49	8 50	7 6	8 36	Süd.
Stern d	9 40,2	11 29,7	9 53	11 17,5	Nord.
Stern e	10 4,5	11 52,3	10 17,5	11 38,5	Nord.
Comet	10 38	12 40,5	10 55	12 24	Nord.
Stern d	13 53	15 57	14 4,3	15 45,8	Süd.
Stern e	14 15,3	16 21	14 27	16 10,2	Süd.
Comet	14 59	17 0	15 3	16 43,5	Süd.
Stern d	18 35,5	18 47,2	18 46	18 37,4	
Stern e	18 59,5	21 10,6	19 9,8	21 0,5	
Comet	19 38	21 51	19 48	21 40,5	
Stern d	0ʰ22′ 49″5	25′ 0″	22′ 59″2	24 50	
Stern e	23 12,7	25 23,4	23 23	25 12,5	
Comet	23 51	26 5	24 5	25 55	
Stern d	27 42	29 53	27 52,5	29 43,3	
Stern e	28 5	30 16,5	28 16	30 6,5	
Comet	28 44	30 59	28 57	30 46	
Stern d	31 42	33 51	31 52,5	33 41	
Stern e	32 6,2	34 [illegible],4	32 16,3	34 3,5	
Comet	32 42	34 57	32 56	34 45	
Stern d	38 4,5	39 46,5	38 18	39 33	
Stern e	38 29	40 8,5	38 44	——	
Comet	39 5	40 58	39 21	40 42,5	Nord.
Stern d	42 3,5	44 1	42 15,5	43 49,2	Nord.
Stern e	42 25,5	44 25,2	42 38	44 13,7	Süd.
Comet	43 10,5	45 3	43 28	44 48	Süd.
Stern d	46 22	48 27	46 33	48′ 16″	
Stern e	46 46	48 49,2	46 57	48 38,8	
Comet	47 23,5	49 35	47 37	49 20	
Stern d	50 31,8	52 42	50 42	52 32,1	
Stern e	50 55	53 6,2	51 54	52 55,5	
Comet	51 37	53 48	51 48	53 36	

Arnold Nr. 97. 1ʰ 4′ dU. = −20′ 40″5
Stündlicher Gang = −0,36
Barometer 29ᶻ97, Therm. am Barom. 63°
Freier Thermometer 49°2.

Scheinbare Oerter der Sterne
d = 5ʰ47′30″14 +24°35′ 1″67 }
e = 5 47 53,27 +24 35 21,17 } *Bessels* Zone 348.

1835 August 31.

Stern.	Aeufserer Ring. Eintritt.	Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Austritt.	Vom Mittelpunkt.
Comet	23ʰ49′ 5″	51′ 4″	49′ 20″	50′ 51″	Süd.
Stern g	49 30	50 55	49 51	50 36,5	Süd.
Stern g	53 9	55 6,5	53 21	54 55	Nord.
Comet	53 16	54 44	53 41	54 15	Nord.
Comet	57 2	59 15	57 14	59 5	
Stern g	57 14	59 20	57 27	59 8,5	
Comet	0 2 28	4 32	2 41	4 18,5	Süd.
Stern g	2 51	4 25	3 8,5	4 8,5	Süd.
Stern g	6 4	7 41	6 19	7 25,5	Nord.
Comet	6 18	6 56	——	——	Nord.
Comet	9 8,5	11 9,5	9 19	10 58,5	Süd.
Stern g	9 30	11 3	9 47,5	10 46	Süd.
Comet	12 48	14 59	13 0	14 46,5	
Stern g	12 55,5	15 5,5	13 6	14 54	
Stern f	15 58	18 10	16 8	18 0	
Comet	17 50,5	20 0	18 3	19 46,5	
Stern f	25 0,7	26 51	25 14	26 38,8	Nord.
Comet	27 6	28 25	——	——	Nord.

Die letzte Vergleichung durch Wolken und schlecht.

Stern.	Aeufserer Ring. Eintritt.	Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Austritt.	Vom Mittelpunkt.
Stern g	30 10	32 12	30 22,5	32 0	Nord.
Comet	30 16	31 49	30 40	31 29	Nord.

Hierauf bezog der Himmel.
Arnold Nr. 97. 0ʰ 47′ dU. = −20′ 57″6
Stündlicher Gang = −0,36.
Barometer 30ᶻ06, Therm. am Bar. 61°
Thermometer im Freien 45°6.

Scheinbarer Ort des Sterns g ist:
AR. = 5ʰ50′ 26″
Decl. = +24° 46′.

1835 September 1.

Stern.	Aeufserer Ring. Eintritt.	Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Austritt.	Vom Mittelpunkt.
Stern h	23ʰ55′42″5	57′52″	55′54″	57′40″5	
Comet	56 54	58 54	57 10	58 38,5	
Stern h	0 0 41,3	2 34	0 54,5	2 21,5	
Comet	1 39	3 49	1 52,5	3 36,5	
Stern h	7 12,5	8 7	——	——	Süd.
Comet	7 56	9 20	8 14	9 37	Süd.
Stern h	11 26	13 30,2	11 38	13 19,2	Nord.
Comet	12 40	14 31	12 57	14 15	Nord.
Stern h	22 26,5	23 58	22 43	23 42	Nord.
Comet	23 59	24 42	——	——	Nord.
Stern h	26 27,5	28 23	26 40,5	28 10,5	
Comet	27 28,5	29 38,5	27 40,5	29 26	
Stern h	31 21,7	33 33,5	31 32,3	33 23,4	
Comet	32 31	34 40	32 44	34 28,5	
Stern h	36 7,7	38 19	36 17,9	38 9	
Comet	37 15,5	39 28,5	37 27	39 16	
Stern h	42 48	44 23,3	43 4	44 6,5	Süd.
Comet	43 45	45 45	43 59	45 32	Süd.
Stern h	47 15,5	48 51	47 32,5	48 36	Nord.
Comet	48 50	49 37	——	——	Nord.
Stern h	51 51,7	53 41	52 5	53 28,2	Nord.
Comet	53 16,5	54 35,5	53 48::	54 6::	Nord.
Stern h	56 45,5	58 18	57 1,8	58 1,4	Süd.
Comet	57 41	59 40,5	57 54	59 28	Süd.

Stern.	Aeufserer Ring. Eintritt.	Austritt.	Innerer Ring. Eintritt.	Austritt.	Vom Mittelpunkt.
Stern d	1ʰ 1′ 50″	3′ 19″	2′ 7″5	——	Süd.
Stern e	2 11,5	3 43,5	2 28,5	3′27″5	Süd.
Stern g	4 25	6 37	4 35	6 26,5	Mitte.
Stern h	4 18	6 0	4 33	5 45	Nord.
Comet	5 46	6 49	——	——	Nord.
Stern d	10 24,3	11 48	10 44	11 29,8	Süd.
Stern e	10 46	12 13,5	11 5	11 55,5	Süd.
Stern g	——	15 9	13 7	14 58	Mitte.
Stern h	12 49	14 34	13 3	14 19	Nord.
Comet	14 17	15 24	——	——	Nord.
Stern h	32 6	34 12	32 17	34 1,5	Mitte.
Comet	33 12,5	35 26	33 25	35 15	Mitte.

Arnold Nr. 97. 2ʰ 4′ dU. = −21′ 7″8
Stündl. Gang = −0,4

Barometer 30″18; Therm. am Barom. 61°2
Thermometer im Freien 47°4.

Scheinbare Oerter der Sterne:

	AR.	Decl.	
d =	5ʰ47′30″23	+ 24°35′ 1″75	*Bessel* Zone 348
e =	5 47 58,36	+ 24 35 21,25	*Bessel* Zone 348
g =	5 50 26	+ 24 46 ——	
h =	5 50 4,7	+ 24 56 ——	

Petersen

Schreiben des Herrn Hofraths *Mädler*, Directors der Sternwarte in Dorpat, an den Herausgeber.

Dorpat 1841. Juni 9.

Die diesjährige Opposition des Mars gehörte zwar nicht zu den günstigen, da sowohl die Entfernung noch immer ziemlich bedeutend war (0,588 oder fast $\frac{4}{3}$ der möglichst kleinsten) als auch die südliche Deklination die Beobachtungen für einen so nördlichen Ort wie Dorpat sehr erschwerte. Nur kurze Zeit vor und nach dem Meridiandurchgange waren Beobachtungen möglich. Am 24sten und 31sten Januar machte ich die ersten Versuche, worauf sie fast 8 Wochen lang wegen des zu tiefen Standes ausgesetzt wurden. Mit Ende März nahm ich sie wieder auf und habe sie bis zum 2ten Juni fortgesetzt, überhaupt in 22 Beobachtungsnächten 36 Zeichnungen erhalten und eine Reihe von Messungen sowohl des Aequatoreal- und Polardurchmessers, als des Polar- und einiger andern Flecke ausgeführt. Die ersten sind nicht zahlreich genug, um über die Gröfse oder Abplattung jetzt schon etwas abzuleiten, und ich werde künftige Oppositionen abwarten müssen, allein schon jetzt zeigt sich deutlich, dafs der Durchmesser für die Entfernung 1 erheblich gröfser als 9″ herauskommt und dafs eine etwanige Abplattung jedenfalls gering, vielleicht auch gar nicht wahrnehmbar ist. Die Messungen des Nordpolarflecks, der seit dem 25sten März fortwährend, und meist sehr deutlich, gesehen werden konnte, geben keine Veränderung seiner Lage mit Sicherheit zu erkennen, denn wenn ich auch sehr häufig und fast gewöhnlich Abweichungen von 2—3 Grade vom Mittel erhalte, so befolgen diese doch kein bestimmtes Gesetz und sind auch wohl durch die Schwierigkeit der Beobachtung hinreichend erklärt. Ich werde später diese Messungen vollständig mittheilen. Versuche mit einigen andern eben so bestimmten Flecken haben auch ähnliche Abweichungen gegeben. In der Gegend des Südpols zeigte sich eine ähnliche Helle, allein ihr fehlte die scharfe Begrenzung und sie veränderte auch ihren Ort auf der Marsscheibe sehr merklich; auch sonst am Rande herum waren mehrmals hellgelbe, weifslichte und bläulichte Stellen sichtbar. Rothe Regionen bemerkte ich häufiger und mit gröfserer Bestimmtheit als bei den früheren Oppositionen: die Mittelgegend der Scheibe war fast immer roth und auch zwischen den dunkeln Flecken, welche die nördliche Polarzone umlagerten, sah man deutlich das Roth hindurchschimmern. Wie viel die optische Kraft des Fernrohrs Antheil an dieser gröfsern Mannichfaltigkeit und Bestimmtheit der Farben habe, wage ich noch nicht zu entscheiden. Eben so habe ich allerdings einige Flecke wahrgenommen, die in meinen früheren

Beobachtungen seit 1830 nicht vorkommen; und andre in jenen wahrgenommene konnte ich diesmal nicht oder doch nicht sicher wiederfinden, allein es ist schwer, hieraus für oder gegen die Beständigkeit der Flecke etwas zu schliefsen, da, wie bereits erwähnt, in jeder Nacht nur kurze Zeit (selbst in den günstigsten kaum 2 Stunden) beobachtet werden konnte. Mehrere früher beobachtete sind mit völliger Bestimmtheit diesmal eben so wieder erschienen.

Die erhaltenen Zeichnungen behalte ich mir vor, später in einem Steindrucke mitzutheilen. Die beiden nächsten Oppositionen im Sommer 1843 und 1845 ereignen sich bei so tiefem Stande des Mars, dafs für Dorpat keine Aussicht ist ihn mit Erfolg zu beobachten, wenn nicht vielleicht eine oder die andere Nacht durch eine ungewöhnliche Heiterkeit begünstigt wird. Erst 1847 stellen sich die Verhältnisse wieder günstiger.

Die meisten heitern Nächte, die mir bis jetzt hier zu Theil wurden, waren Mondscheinnächte, und deshalb bin ich auch mit meinen fortgesetzten Beobachtungen der Mondoberfläche verhältnifsmäfsig am weitesten vorgerückt. Die Anzahl von etwa 90 Rillen, welche die Mappa Selenographica enthält, ist jetzt schon auf mehr als 150 angewachsen und leicht dürfte die Zahl 1000 für die durch das Dorpater Fernrohr sichtbaren Mondrillen nicht zu grofs sein. Auch erscheinen mir mehrere, die mir früher von durchaus parallelen Rändern begränzt zu sein schienen, bei Anwendung starker Vergröfserungen sehr ungleich; einige bestehen fast ganz aus einer zusammenhängenden Kette in einander mündender rundlicher Oeffnungen, wie z. B. der gröfste Theil der Higinusrille. Im Sinus Aestuum, den die Selenographie als craterfrei bezeichnet, habe ich bereits mehrere Crater entdeckt und so dürfte noch Manches in jenem Werke Erwähnte durch meine hiesigen Beobachtungen eine nähere Bestimmung und theilweise Modification erfahren.

Noch setze ich einige Doppelsternbeobachtungen her.

γ Leonis.

1840	Oct. 28.	14h 10′	St.Z.	2″899	(3)	105° 19′8	(3)
1841	April 6.	6 58	——	2,588	(3)	105 22,5	(4)
	—— 13.	8 32	——	2,899	(5)	104 45,7	(5)
	—— 15.	9 8	——	——		105 1,1	(5)
	—— 20.	8 25	——	2,886	(3)	105 10,9	(5)
	—— 26.	8 46	——	2,700	(3)	104 43,5	(3)
	—— 30.	7 21	——	2,642	(2)	104 57,8	(4)
	Mai 7.	7 30	——	2,741	(2)	105 6,8	(3)
Mittel	1841,26.			2,785	(21 B.)	105° 4′8	(34 B.)

ξ Ursæ majoris.

1840	Nov. 1.	10h 0′	St.Zt.	2″577	(3)	152° 54′0	(5)
1841	April 14.	8 15	——	2,089	(5)	149 25,7	(5)
	—— 20.	10 30	——	——	—	149 13,2	(3)
	—— 16.	9 2	——	2,419	(3)	148 44,1	(5)
	Mai 22.	14 4	——	2,906	(3)	149 25,0	(4)
Mittel	1841,31.			2,384	(11)	149 11,1	(17).

ζ Orionis.

1841	März 25.	6h 5′	2″547	(5)	149° 32′7	(5)
	April 6.	4 18	2,239	(3)	149 47,1	(5)
	1841,25		2,431	(8)	149° 39′9	(10).

ζ Cancri. A. B.

1841	April 5.	8h 2′	0,942	(2)	359° 43′2	(5)
	—— 6.	8 0	1,080	(3)	359 32,1	(5)
	—— 25.	11 5	——		1 53,5	(1)
	—— 28.	9 59	1,040	(2)	1 19,5	(5)
	Mai 8.	11 22	1,139	(2)	2 2,5	(4)
	—— 13.	9 4	——		1 25,5	(5)
	1841,31		1,053	(9)	0° 48,2	(25).

42 Comæ Berenices.

1841	April 14.	9h 50′	0″25	(Sch.)	6° 13′3	(4)
	Mai 9.	11 28	0,25	(Sch.)	0 45,4	(5)
	—— 11.	11 40	0,3	(Sch.)	3 39,8	(4)
	—— 12.	11 50	0,4	(Sch.)	0 34,5	(2)
	—— 18.	12 30	——		359 22,5	(2)
	—— 24.	12 50	0,42	(Sch.)	5 38,9	(5)
	—— 25.	13 8	——		0 54,9	(5)
	Jun. 3.	13 20	——		9 59,3	(4)
	1841,37		0,324	(5)	3° 44′4	(31).

η Coronæ.

1841	April 14.	18h 12′	0″4	(S.)	150° 40′5	(4)
	Jun. 3.	15 22	0,5	(S.)	146 33,5	(2)
	1841,35		0″45	(2)	149 18,2	(6)

ε Bootis.

1841	April 18.	9h 50′	3″318	(3)	323° 12′5	(3)
	Mai 22.	12 45	2,555	(3)	322 42,8	(3)
	Jun. 3.	15 5	2,70	(1)	322 51,2	(3)
	1841,37		2″902	(7)	322 52,2	(9)

p Ophiuchi.

1841	April 18.	18h 36′	——		124° 28′3	(6)
	—— 27.	18 52	6″428	(2)	125 14,8	(3)
	Mai 8.	18 23	6,729	(3)	126 2,3	(5)
	—— 9.	18 8	6,618	(3)	125 32,8	(3)
	—— 12.	19 5	6,426	(3)	125 24,5	(3)
	1841,34		6″561	(11)	125° 17′3	(20).

ω Leonis.

1841 Mai 8. 12h 5′ 203° 40′ (3) 0″3 (Schätzung)

Castor.

1840	Oct. 29.	12h 10′	5″140	(5)	252° 35′0	(5)
	—— 30.	12 0	4,834	(5)	252 46,6	(5)
1841	April 5.	5 1	4,936	(5)	253 12,5	(5)
	—— 14.	4 28	5,550	(5)	252 59,7	(4)
	Mai 8.	10 37	4,866	(3)	252 37,3	(5)
Mittel	1841,11		4,886	(23)	252 49,1	(24).

η Herculis.

1841	April 3.	19h 40′	1″156	(4)	155° 17′5	(4)
	Mai 9.	19 10	0,770	(2 Schätz.)	152 30,0	(4)
	—— 22.	19 27	0,813	(2 Sch.)	159 5,1	(5)
	1841,34		0″974	(8)	155 53,5	(13).

ζ Herculis.

1841	April 3.	$19^h20'$	1"296	(5)	149°16'3	(5)
	—— 14.	19 0	1,061	(2)	148 49,1	(5)
	Mai 9.	18 51	0,963	(3)	147 18,5	(4)
	— 12.	19 25	0,919	(2)	147 53,2	(3)
	— 22.	19 18	1,018	(3)	150 13,9	(5)
	— 24.	19 27	——		149 15,5	(2)
	1841,35	....	1,092	(15)	148 52,5	(24).

ι Leonis.

1841	April 14.	$8^h36'$	1"893	(5)	86°41'9	(5)
	—— 20.	11 5	2,385	(2)	85 37,5	(5)
	—— 26.	9 16	2,430	(3)	86 26,0	(3)
	Mai 4.	11 5	2,213	(3)	87 50,8	(4)
	— 22.	13 53	2,532	(2)	86 57,2	(3)
Mittel	1841,32	....	2,215	(15)	86 39,5	(20).

γ Virginis.

1841	April 20.	$12^h30'$	2"156	(3)	20°41'2	
	—— 25.	12 40	1,999	(2)	20 0,3	
	—— 26.	10 10	1,747	(4)	19 54,3	
	—— 29.	12 37	1,902	(3)	19 42,2	
	Mai 1.	9 35	1,674	(3)	20 5,2	
	— 3.	11 30	2,114	(1)	20 47,5	
	— 9.	11 6	1,633	(3)	20 51,5	
	— 11.	11 20	1,668	(3)	20 41,7	
	— 12.	11 37	1,463	(2)	20 15,2	
	— 18.	12 20	1,819	(3)	19 31,1	
	— 24.	12 38	1,487	(4)	19 40,9	
Mittel	1841,35	....	1,728	(31)	20°10'7	(46).

2 1 7 3.

1841	April 27.	$18^h20'$	0"864	(1)	169°24'3	(4)
	Mai 4.	18 13	——		174 22,0	(4)
	— 8.	18 2	0,5	(S.)	176 37,5	(4)
	— 9.	18 38	0,503	(1)	169 29,8	(4)
	— 12.	18 29	0,651	(2)	174 49,8	(4)
Mittel	1841,35	....	0"634	(5)	172°56'7	(20).

τ Ophiuchi.

1841	April 27.	$18^h40'$	0,86	(1) länglicht.	——	*)
	Mai 4.	18 44	0,7	(1) länglicht.	——	
	— 8.	18 10	——	scheint länglicht.	——	

*) Dieser Doppelstern kann bei der geringen Höhe, die er hier erreicht, nur dann der Position nach bestimmt werden, wenn man jeden der beiden Sterne einzeln erblickt. An den ersten Abenden erhielt ich die vertikale Richtung; die Vergleichung mit den späteren Beobachtungen zeigte deutlich, dafs hier nur eine prismatische Verlängerung wahrgenommen wurde.

1841	Mai 9.	$18^h25'$	0"773	(2) best. getrennt.	37°18'9	(5)
	— 12.	18 40	0,651	(1) getrennt.	34 47,5	(3)
	— 24.	18 28	——	Berührung.	36 0,5	(4)
Mittel	1841,37	....	0"751	(5)	36°14'9	(12).

1 7 3 4.

1841	Mai 9.	$11^h41'$	1"041	(1)	196°40'5	(3)
	—— 11.	11 50	1,064	(1)	198 7,8	(4)
	—— 24.	13 33	1,049	(3)	202 36,0	(4)
	—— 25.	13 21	1,184	(3)	197 59'7	(4)
Mittel	1841,38	....	1"100	(8)	199° 2'4	(15).

1 7 5 7.

1841	Mai 9.	$11^h55'$	1"872	(2)	36°47'3	(4)
	—— 11.	12 5	1,837	(3)	36 12,9	(5)
	—— 24.	13 47	——		35 49,5	(3)
	—— 25.	13 37	1,574	(3)	35 15,2	(4)
Mittel	1841,38	....	1"747	(8)	36° 2'7	(16).

ζ Bootis.

1841	Mai 9.	$12^h35'$	1"386	(2)	308°33'5	(4)
	—— 12.	14 10	1,287	(2)	310 18,2	(3)
	Jun. 2.	14 25	1,392	(1)	310 38,8	(4)
	— 3.	14 35	1,150	(Sch.)	310 45,2	(4)
Mittel	1841,39	....	1"315	(6)	310° 2'9	(15).

α Herculis.

1841	Mai 9.	$19^h32'$	4"237	(3)	118°47'3	(5)
	—— 12.	19 50	4,446	(2)	118 30,3	(5)
Mittel	1841,36	....	4"320	(5)	118°38'8	(10).

γ Coronae.

1841	April 14.	einfach.	(γ Coronæ in Berührung.)			
	Mai 22.	$18^h25'$	0"18*)	keilförmig	328°51'5	(3)
	Juni 3.	15 40	——	keilförmig	327 30,5	(2)
Mittel	1841,41	....	0"18	....	328°18'6	(5).

*) Geschätzt aus dem Verhältnifs der Axen. Da die Sterne aber wahrscheinlich ungleiche Durchmesser haben, so ist diese Distanz wohl zu klein, und dürfte 0"26 bis 0"30 gesetzt werden müssen.

73 Ophiuchi.

1841	Mai 24.	$18^h40'$	1"507	(4)	257°16'5	(5)
	Juni 3.	18 46	1,30	(1)	256 24,5	(4)
Mittel	1841,41	....	1"456	(5)	256°53'3	(9).

ξ Bootis.

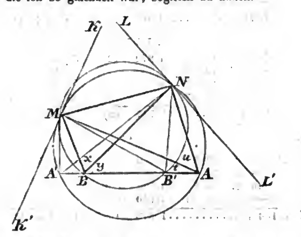
1841	Mai 22.	$12^h28'$	6"848	(3)	325°20'3	(5)
	Jun. 3.	15 12	7,300	(1)	328 20,3	(3)
Mittel	1841,41	....	6"961	(4)	324°29'5	(8)

Mädler.

Geometrische Auflösung der *Hansen*schen Aufgabe: „Aus der Lage zweier bekannten Puncte die Lage zweier unbekannten Puncte zu finden.

Von Herrn *Thomas Clausen.*

Die äufserst schöne und einfache geometrische Auflösung der *Pothenot*schen Aufgabe von *Bessel* und *Kulenkamp* veranlafste mich für diese eine ähnliche einfache Auflösung zu suchen, die ich so glücklich war, sogleich zu finden.



Es seien M und N die beiden gegebenen Puncte; A und B die gesuchten. Man kann also unmittelbar die Winkel $MBN = x$, $NBA = y$, $BAM = t$ und $MAN = u$ messen. Man mache den Winkel $MNL = x$; $L'NB' = NMB' = y$; $KMN = u$; $K'MA' = MNA' = t$; so liegt der Durchschnitt von NB' und MB' auf der Linie AB, und eben so der Durchschnitt von MA' und NA'. Durch diese beiden Puncte ist also das Mefsbrett orientirt, und die Bestimmung der Puncte A und B keiner weitern Schwierigkeit unterworfen.

Beweis. Die vier Puncte $BMNB'$ liegen in einem Kreise. Die Grade LN tangirt diesen Kreis, da der Winkel zwischen ihr und der Chorde MN so grofs ist, als der Winkel MBN an der Peripherie, der auf derselben Chorde steht. Daher wird, wenn der Winkel $ABN = y$ ist, auch $LNB' = NMB' = y$ seyn, da die zwei an der Peripherie auf einer Chorde stehen, und der dritte von derselben Chorde, und der Tangente an dem einen Ende derselben gebildet wird. Der Beweis gilt eben so für den Punct A' in dem Kreise $ANMA'$.

Altona März 24. 1841.

Thomas Clausen.

S t e r n b e d e c k u n g.

Herr Hofrath *Gauss* hat am 23sten Mai in Göttingen, da das ungünstige Wetter die Beobachtung des Eintritts verhinderte, den Austritt von 42 *w* Gemin. um $9^h 32' 10''6$ m. Z. beobachtet. Herr Dr. *Goldschmidt* beobachtete diesen Austritt $0''3$ früher.

V e r b e s s e r u n g.

In Nr. 413 pag. 74 Zeile 10 von oben lese man April 19 statt 17.

I n h a l t.

Altona 1841. August 5.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 431.

Scheinbare Positionen des *Encke*schen Cometen bei seiner Wiederkehr im Jahre 1838 beobachtet auf der Hamburger Sternwarte.

Von Herrn *Ch. Rümcker.*

Datum 1838	Mittl. Zeit in Hamburg.	Scheinbare AR. des Cometen.	Scheinb. Decl. des Cometen.	Zahl der Beobb.	Scheinb. Oerter der verglichenen Sterne zur Vergleichungszeit. AR.	Decl.
Octbr. 14	7ʰ 37′ 30″2	1° 57′ 34″527	49° 43′ 38″0	1	1ʰ 53′ 28″018	49° 43′ 25″91
					1 53 53,833	49 43 43,42
					1 55 2,979	49 52 12,85
17	7 23 53,67	1 42 41,991	52 47 49,64	8	1 45 44,259	52 48 57,398
					1 46 10,358	52 30 47,74
19	7 36 39,26	1 28 38,939	55 3 2,64	4	1 29 22,832	54 57 49,17
					1 29 36,103	54 49 6,40
					1 31 41,272	55 15 31,66
20	7 31 9,88	1 20 33,972	56 13 53,37	6	1 21 50,679	56 7 0,97
					1 23 28,038	55 59 1,22
					1 26 30,312	56 12 46,52
					1 29 4,720	56 20 22,38
23	7 23 4,67	0 47 40,356	59 54 49,09	6	0 47 3,169 γ Cassiopeæ	59 50 44,33
27	7 38 55,34	23 34 26,394	64 27 10,12	10	23 30 38,382	64 32 45,08
					23 33 41,799	64 13 39,35
29	6 32 38,86	22 41 48,773	65 41 43,00	1	22 35 23,672	65 40 9,09
	12 11 53,91	22 34 58,678	65 49 41,75	5	22 43 53,895	65 42 21,13
					22 45 3,902	65 53 19,90
30	11 28 17,35	22 4 38,563	65 54 47,83	2	22 0 58,580	65 59 43,20
					22 1 41,152	65 55 0,32
					22 2 15,927	66 10 17,69
					22 8 6,377	66 8 58,22
					22 9 37,008	66 8 12,26
Novbr. 3	8 34 50,87	20 0 47,251	61 58 57,86	7	19 52 56,251	62 10 22,150
					19 58 50,037	61 56 46,605
An diesem Abende bedeckte der Comet den Stern a demnach					(a) 19 58 57,032	61 50 11,23
					19 59 23,605	62 11 34,30
	10 11 24,05	19 58 57,032	61 50 11,23		20 0 15,263	61 57 28,62
					20 3 52,816	62 16 22,55
Novbr. 4	8 25 17,02	19 33 34,112	59 45 56,61	1	19 30 26,845	59 49 3,24
					19 30 36,642	59 48 39,33
					dup. 19 31 25,099	59 55 29,95
5	5 53 3,73	19 11 51,401	57 36 5,19	3	19 8 0,882	57 29 44,34
	7 45 24,79	19 10 9,055	57 23 48,12	8	19 9 12,723	57 23 1,70
					19 10 8,146	57 50 6,34
					19 11 0,837	57 25 54,18
9	7 46 48,29	17 59 34,826	45 3 8,94	4	17 56 28,528	45 21 19,06
Der Stern *b* ward am selbigen Abende vom Cometen bedeckt, wonach					17 58 1,676	45 7 44,82
	8 32 3,9	17 59 9,796	44 57 27,57		(b) 17 59 9,796	44 57 27,57

Datum. 1838.	Mittl. Zeit in Hamburg.	Scheinbare AR. des Cometen.	Scheinb. Decl. des Cometen.	Zahl der Beobb.	Scheinb. Oerter der verglichenen Sterne zur Vergleichungszeit. AR.	Decl.
Novbr. 10.	6ʰ 47′ 29″84	17° 47′ 43″646	41° 52′ 19″98	1	17° 46′ 5″846	41° 48′ 19″50
	9 8 1,58	17 46 33,577	41 33 8,08	2	(c) 17 47 39,396	41 51 14,53

An diesem Abende bedeckte, wie auch A. N. Nr. 371 von Herrn Professor *Nicolai* bemerkt, der Comet den Stern c, woraus folgt:

Datum. 1838.	Mittl. Zeit in Hamburg.	Scheinbare AR. des Cometen.	Scheinb. Decl. des Cometen.	Zahl der Beobb.	AR.	Decl.
	6 56 24,38	17 47 39,396	41 51 14,53			
Nov. 11	8 3 56,27	17 36 15,719	38 24 6,87	11	17 35 33,840	38 18 50 71
					17 35 48,941	38 20 57,62
					17 36 24,371	38 21 52,98
					17 36 46,318	38 8 47,04
					17 37 6,465	38 8 33,04
					17 39 25,131	38 23 33,68
12	6 15 3,32	17 27 24,141	35 25 10,92	13	17 23 40,985	35 4 9,01
					17 26 14,599	35 18 39,89
					17 26 58,071	35 18 51,88
					17 27 26,033	35 26 52,76
13	6 7 51,45	17 18 51,554	32 16 21,71	15	17 16 1,434	32 8 40,87
					17 17 44,579	32 7 47,32
					17 18 33,681	32 24 1,98
					17 18 36,918	32 26 18,37
19	5 38 29,57	16 42 34,899	16 0 20,41	8	16 42 38,060	15 39 36,43
					16 43 53,957	16 4 21,45
					16 45 29,873	15 53 3,98
					16 46 1,640	15 40 40,72
					16 46 51,685	15 53 27,62
20	5 38 4,96	16 38 12,844	13 45 11,30	8	16 37 6,924	13 54 49,65
					16 37 36,544	13 55 6,09
					16 39 59,502	13 57 24,95
					16 40 42,053	13 52 51,36
21	6 1 49,57	16 34 6,342	11 35 14,21	9	16 32 10,606	11 58 28,73
					16 32 47,024	11 47 7,75
					16 34 8,975	11 49 36,25
					16 34 37,241	11 21 50,98
					16 35 21,062	11 15 5,74
					16 35 46,715	11 37 39,65
					16 36 8,067	11 46 24,31
23	5 44 43,29	16 26 55,991	7 41 43,33	6	16 25 57,180	7 54 51,02
					16 27 7,876	7 44 17,20
24	5 34 37,70	16 23 42,494	5 54 9,59	8	16 23 41,904	5 47 5,81
					16 24 38,867	5 52 4,96
25	5 29 39,18	16 20 41,863	4 12 13,46	5	16 20 47,763	4 23 47,47
					16 22 31,908	4 35 38,57

Die Reductionen der Cometenbeobachtungen hat Herr *Funk* besorgt.

An den Abenden, wo ich den Cometen nur ein- oder zweimal habe beobachten können, war die Witterung ungünstig, und die Beobachtungen sind dann weniger scharf gewesen.

Die Bedeckung eines Fixsternes von einem lichtschwachen Cometen ist schwer zu beobachten, weil das Licht des Cometen in der Nähe eines auch nur kleinen Fixsterns unscheinlich wird, jedoch glaube ich, dafs die hier angegebenen sehr nahe central waren.

C. Rümker.

Schreiben des Herrn Regierungs-Registrators *Paschen* an den Herausgeber.

Schwerin 1841. Juli 5.

Ich habe am 26sten März d. J. eine Bedeckung der Venus vom Monde beobachtet, welche im Berliner Jahrbuche nicht angezeigt worden ist. Die Anzeige ist dort wahrscheinlich unterblieben, weil die für die Conjunction beider Gestirne p. 217. angegebene Declination des Mondes durch ein Versehen um 30′ zu grofs angesetzt ist. Wenn gleich die beobachteten Momente der Bedeckung, als zu ungenau, keinen Werth haben können, so lasse ich sie doch zur nähern Beglaubigung meiner Angabe hier folgen:

	Mittl. Schweriner Zeit.
1) Erste Berührung der Ränder	8h 45′ 49″ (wohl etwas zu
2) Gänzl. Verschwinden des Südhorns	48 5 spät?)
3) Austritt des ersten Randes	verfehlt.
4) ——— des Nordhorns	4 26 58

Das angewandte Fernrohr war ein Fraunhofer von 43L Oeffnung. Den Stand der Uhr konnte ich erst zwei Stunden später durch Höhen der Venus mit einem kleinen *Breithaupt*schen Theodolithen bestimmen, weil dies Instrument nicht früher zu meiner Disposition stand. Habe ich zwar Ursache anzunehmen, dafs die Zeitbestimmung an sich um weniger als 2″ unrichtig ist, so kann ich doch dem Gange der zur Beobachtung angewandten gewöhnlichen Taschenuhr nicht trauen, da dieser sich häufig, selbst in kurzen Zwischenräumen als sehr ungleich ausgewiesen hat. Die Momente der Bedeckung werden also beträchtlich ungenauer seyn.

Um einigermaafsen über die Zuverlässigkeit der Beobachtung urtheilen zu können, habe ich den scheinbaren Abstand beider Himmelskörper für die Zeiten der ersten und letzten Ränderberührungen aus den Angaben des Berliner Jahrbuchs, mit Berücksichtigung der Aberration für die Venus, abgeleitet und dabei die Abplattung $\frac{1}{300}$ und die Breite von 53° 37′ 20″ zum Grunde gelegt, für die Länge Schwerins aber den wohl nicht erheblich unrichtigen Werth 8′ 17″ in Zeit westlich von Berlin angenommen. Ich finde den scheinbaren Abstand für die Zeit der ersten Ränderberührung

$$= 16' \, 31''3,$$

während die Beobachtung denselben zu

$$16' \, 24''8$$

ergiebt, wenn man den Durchmesser der Venus aus den Angaben von *Beer* und *Mädler* berechnet. Der für die Zeit der letzten Ränderberührung berechnete Abstand differirt beträchtlich mehr von dem beobachteten, er ist nämlich um 30″1 gröfser als dieser. Es scheint daher besonders die Zeit des Austritts sehr fehlerhaft zu seyn.

F. Paschen.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn *C. v. Littrow*, Directors der Wiener Sternwarte.

Wien 1841. Juli 29.

Erlauben Sie, dafs ich Ihnen eine Kleinigkeit mittheile, zu der mich vor einigen Tagen die Lecture der Pariser Comptes rendus Nr. 22 veranlafste. Herr *Ed. Biot* führt dort mehrere sehr alte Sternschnuppen-Erscheinungen aus chinesischen Geschichtsbüchern an, und sagt unter anderen, dafs man viermal sehr reichen Sternschnuppen-Fall in den Jahren 820 bis 841 nach Chr. und immer zwischen dem 20sten und 25sten Juli a. St., oder dem 24sten und 29sten Juli neuen Styles verzeichnet findet, und dafs der 27ste Juli a. St. oder 5te August n. St. 1451 ebenfalls durch eine aufserordentliche Menge solcher Phänomene ausgezeichnet war. Ich glaubte hierin nach *Boguslawsky's* Vorgange ältere Erscheinungen desselben Phänomenes vermuthen zu dürfen, das man gegenwärtig um den 10ten August zu bemerken pflegt, und kam im weiteren Verfolge auf Umstände, welche die Wahrscheinlichkeit jener Muthmafsung wenigstens nicht umzustofsen scheinen. Combinirt man nämlich die Erscheinungen 820 — 841 nach Chr. mit der Erscheinung 1451, so erhält man beiläufig eine synodische Umlaufszeit des Phänomenes von 365 Tagen 6 Stunden 12 Minuten; aus der Verbindung aber der Erscheinung 1451 mit der des Jahres 1839, wo der Culminationspunkt des Phänomenes mit seltener Entschiedenheit am 10ten August gegen 3 Uhr Morgens von uns wahrgenommen wurde, ergibt sich jene Umlaufszeit gleich 365 Tagen 6 Stunden 8 Minuten, eine in diesem Falle gewifs hinreichende Uebereinstimmung. Rechnet man mit dieser Umlaufszeit auf das Jahr 1838 zurück, so findet man die Zeit der Haupt-Erscheinung am 10ten August gegen 9h Abends, und in der That beobachtete man an diesem Abende hier von 9h bis 10h gegen 70, von 10h bis 11h gegen 60 solcher Erscheinungen trotz trüben Himmels und Mondes, während die vorhergehenden sowohl als folgenden Tage das Phänomen offenbar viel schwächer war. Zur Verification dieser Vermuthung setze ich die Zeiten der nächsten Erscheinungen her, wie sich dieselben aus der zuletzt bestimmten, als der

weit sichereren Umlaufszeit ergeben. Das Phänomen soll seinen gröſsten Glanz erreichen im Jahre

1841 Aug. 10 um $3^h 16'$ Abends, am Tage des letzten Viertels.
1842 — 10 9 24 „ vier Tage nach dem Neumonde.
1843 — 11 3 32 Morgens, einen Tag nach dem Vollmonde.

Da der Mond die heurige Erscheinung nicht eben ganz unsichtbar macht, so ist schon in diesem, noch mehr aber im künftigen Jahre eine Prüfung jener Hypothese möglich.

C. L. v. Littrow.

Auszug aus einem Schreiben des Herrn Professors *Santini* R. v. D., Directors der Sternwarte in Padua.

Abbiamo osservato il piccolissimo Eclisse Solare del 18 Luglio. La parte del Sole oscurata fù qui circa 1' d'Arco. Jo Le accludo gli instanti osservati del principio e fine, che potranno trovar luogo nelle Sue A. N. fra le osservazioni degli altri Colleghi.

	Tempo sider.		Tempo in Padova del 18 Lugl. 1841.
principio	$11^h 37' 18''4$		$3^h 52' 18''7$
fine	12 4 15,9		4 19 11,8

Santini.

Ueber die Bestimmung der Längen durch Azimuthe des Monds, insbesondere auch durch Mondsculminationen.

Von Herrn Professor Dr. *Grunert* zu Greifswald.

§. 1.

Die schöne Methode der Bestimmung der Längen aus beobachteten Mondsculminationen ist offenbar nur ein besonderer Fall der allgemeinern Methode der Bestimmung der Längen aus Azimuthen des Monds. Die Entwickelung dieser letztern allgemeinern Methode ist der nächste Zweck des vorliegenden Aufsatzes, woran wir aber auch einige der Aufmerksamkeit der Astronomen vielleicht nicht ganz unwerthe Bemerkungen über eine von der jetzt gewöhnlichen einigermaſsen abweichende Methode zur Berechnung der Längendifferenzen aus beobachteten Mondsculminationen anschlieſsen werden.

§. 2.

Der Beobachtungsort sey A, der Ort, für welchen die Ephemeriden berechnet sind, sey E. Alle Zeiten seyen Sternzeiten und in Stunden ausgedrückt. Die AZeit der Beobachtung, d. h. die AZeit des Moments; wo der eine Mondrand den Mittelfaden eines unter einem beliebigen, aber bekannten Azimuth aufgestellten Passagen-Instruments oder eines andern zu diesen Beobachtungen geeigneten Werkzeuges berührt, sey T. Die Länge des Orts A in Zeit in Bezug auf den Ort E als Anfang der Längen sey t, wobei wir bemerken, daſs die Länge des Orts A von E an nach derselben Richtung hin, nach welcher sich die Erde um ihre Axe bewegt, von 0 bis 360° gezählt werden soll. Dies vorausgesetzt, ist offenbar $T-t$ oder $24+T-t$, jenachdem $T-t$ positiv oder negativ ist, die EZeit der Beobachtung. Setzen wir also

$$T-t=\tau \quad \text{oder} \quad 24+T-t=\tau,$$

jenachdem $T-t$ positiv oder negativ ist, so ist in allen Fällen die EZeit der Beobachtung.

§. 3.

Man nehme nun im Moment der Beobachtung den Mittelpunkt der Erde als den Anfang eines rechtwinkligen Coordinatensystems der xyz an; der positive Theil der Axe der x sey vom Mittelpunkte der Erde nach dem Frühlingspunkte gerichtet und die Ebene der xy sey die Ebene des Aequators; der positive Theil der Axe der y habe eine solche Lage, daſs man sich, um von dem positiven Theile der Axe der x durch den rechten Winkel (xy) hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y zu gelangen, nach derselben Richtung bewegen muſs, nach welcher von dem positiven Theile der Axe der x an die Rectascensionen gezählt werden; der positive Theil der Axe der z sey vom Mittelpunkte der Erde nach dem Nordpole derselben hin gerichtet.

Die Entfernung des Mittelpunkts des Monds vom Mittelpunkte der Erde, seine Rectascension, Declination und sein aus dem Mittelpunkte der Erde gesehener scheinbarer Halbmesser zur EZeit τ seyen respective ρ, α, δ, Δ; so sind offenbar

$$\rho\cos\alpha\cos\delta,\quad \rho\sin\alpha\cos\delta,\quad \rho\sin\delta$$

die Coordinaten des Mittelpunkts des Monds im Moment der Beobachtung, d. h. zur EZeit τ, in Bezug auf das angenommene System der xyz.

Bezeichnet r den nach dem Beobachtungsorte A gezogenen Halbmesser der Erde und φ die geocentrische Breite von A, welche 90° nicht übersteigt, aber als positiv oder als negativ betrachtet wird, jenachdem A in der nördlichen oder südlichen Hälfte der Erdoberfläche liegt; so sind, weil offenbar $15\,T$ die sogenannte Rectascension der Mitte des

Himmels für den Beobachtungsort A im Moment der Beobachtung ist,

$$r\cos\varphi\cos 15\,T,\quad r\cos\varphi\sin 15\,T,\quad r\sin\varphi$$

die Coordinaten des Beobachtungsortes A in Bezug auf das angenommene System der xyz im Moment der Beobachtung.

Wir wollen nun ein zweites dem Systeme der xyz paralleles rechtwinkliges Coordinatensystem der $x_1y_1z_1$ annehmen, dessen Anfangspunkt der Beobachtungsort A ist; so haben wir nach den Principien der analytischen Geometrie zwischen den Coordinaten der Systeme der xyz und $x_1y_1z_1$ die folgenden ganz allgemein gültigen Gleichungen:

$$(1)\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} x &= r\cos\varphi\cos 15\,T + x_1,\\ y &= r\cos\varphi\sin 15\,T + y_1,\\ z &= r\sin\varphi + z_1. \end{aligned}\right.$$

Ferner nehmen wir ein drittes rechtwinkliges Coordinatensystem der $x_2y_2z_2$ an, dessen Anfangspunkt ebenfalls der Beobachtungsort A ist. Die Ebene der x_2z_2 sey die Ebene des Meridians von A; der positive Theil der Axe der z_2 falle mit dem positiven Theile der Axe der z_1 zusammen; der positive Theil der Axe der x_2 liege über dem Horizonte von A, und folglich immer in der Hälfte des astronomischen Meridians von A, von welcher an die Stundenwinkel im entgegengesetzten Sinne der Bewegung der Erde um ihre Axe von 0 bis 360° gezählt werden; der positve Theil der Axe der y_2 werde so angenommen, dafs man sich, um von dem positiven Theile der Axe der x_2 durch den rechten Winkel (x_2y_2) hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y_2 zu gelangen, ganz nach derselben Richtung hin bewegen mufs, nach welcher man sich bewegen mufs, wenn man von dem positiven Theile der Axe der x_1 durch den rechten Winkel (x_1y_1) hindurch zu dem positiven Theile der Axe der y_1 gelangen will. Dies vorausgesetzt, ist nach den aus der analytischen Geometrie bekannten allgemeinen Formeln für die Verwandlung der Coordinaten in der Ebene offenbar

$$(2)\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} x_1 &= x_2\cos 15\,T - y_2\sin 15\,T,\\ y_1 &= x_2\sin 15\,T + y_2\cos 15\,T,\\ z_1 &= z_2. \end{aligned}\right.$$

Durch den Beobachtungsort A als Anfang legen wir nun endlich noch ein viertes rechtwinkliges Coordinatensystem der $x_3y_3z_3$. Die Ebene der x_3y_3 sey die Ebene des Horizonts, und die Ebene der x_3z_3 sey die Ebene des Meridians von A. Der positive Theil der Axe der x_3 werde so angenommen, dafs er mit dem positiven Theile der Axe der x_2 einen spitzen Winkel einschliefst; der positive Theil der Axe der y_3 falle mit dem positiven Theile der Axe der y_2 zusammen; der positive Theil der Axe der z_3 sey von dem Punkte A nach dessen Scheitelpunkte oder Fufspunkte gerichtet, jenachdem A in der nördlichen oder südlichen Hälfte der Erdoberfläche liegt. Bezeichnet nun ω die Polhöhe des Punktes A oder deren Ergänzung zu 180°, jenachdem A in der nördlichen oder südlichen Hälfte der Erdoberfläche liegt; so ist nach der Lehre von der Verwandlung der Coordinaten, wie man leicht findet, in völliger Allgemeinheit

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= x_3\sin\omega + z_3\cos\omega,\\ y_2 &= y_3,\\ z_2 &= -x_3\cos\omega + z_3\sin\omega. \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(3)$$

Aus diesen Gleichungen erhält man leicht

$$\left.\begin{aligned} x_3 &= x_2\sin\omega - z_2\cos\omega,\\ y_3 &= y_2,\\ z_3 &= x_2\cos\omega + z_2\sin\omega. \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(4)$$

und aus (2) ergiebt sich auf ähnliche Art

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= x_1\cos 15\,T + y_1\sin 15\,T,\\ y_2 &= -x_1\sin 15\,T + y_1\cos 15\,T,\\ z_2 &= z_1. \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(5)$$

Also ist

$$\left.\begin{aligned} x_3 &= x_1\sin\omega\cos 15T + y_1\sin\omega\sin 15T - z_1\cos\omega,\\ y_3 &= -x_1\sin 15T + y_1\cos 15T,\\ z_3 &= x_1\cos\omega\cos 15T + y_1\cos\omega\sin 15T + z_1\sin\omega. \end{aligned}\right\}\ldots(6)$$

weil nun ferner nach (1)

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= -r\cos\varphi\cos 15T + x,\\ y_1 &= -r\cos\varphi\sin 15T + y,\\ z_1 &= -r\sin\varphi + z. \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(7)$$

ist; so ist, wie man leicht findet,

$$\left.\begin{aligned} x_3 &= -r\sin(\omega-\varphi) + x\sin\omega\cos 15\,T + y\sin\omega\sin 15\,T - z\cos\omega,\\ y_3 &= -x\sin 15\,T + y\cos 15\,T,\\ z_3 &= -r\cos(\omega-\varphi) + x\cos\omega\cos 15\,T + y\cos\omega\sin 15\,T + z\sin\omega. \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(8)$$

Führen wir in diese Gleichungen für x, y, z die oben gefundenen Coordinaten des Mittelpunkts des Monds im Moment der Beobachtung ein, und bezeichnen die Coordinaten des Mittelpunkts des Monds im Moment der Beobachtung im Systeme der x_3, y_3, z_3 durch ξ, η, ζ; so finden wir nach einigen leichten Reductionen

$$\left.\begin{aligned} \xi &= -r\sin(\omega-\varphi) - \rho\,\{\cos\omega\sin\delta - \sin\omega\cos(\alpha-15\,T)\cos\delta\},\\ \eta &= \rho\sin(\alpha-15\,T)\cos\delta,\\ \zeta &= -r\cos(\omega-\varphi) + \rho\,\{\sin\omega\sin\delta + \cos\omega\cos(\alpha-15\,T)\cos\delta\}. \end{aligned}\right\}\ldots\ldots(9)$$

Bezeichnen wir den, dem Beobachtungsorte A entsprechenden scheinbaren Halbmesser des Monds im Moment der Beobachtung durch Δ; so haben wir offenbar die Gleichung

$$(10)\ldots\ldots\rho \sin\Delta = \sin\Delta_1 . \sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)},$$

und folglich

$$\sin\Delta_1 = \frac{\rho\sin\Delta}{\sqrt{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}}\ldots\ldots\ldots\ldots(11)$$

Aus dem Obigen erhält man aber leicht

$$\xi^2+\eta^2+\zeta^2 = r^2+\rho^2-2r\rho\left\{\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos(\alpha-15T)\cos\delta\right\};$$

also nach (11)

$$(12)\ldots\ldots\left\{\begin{aligned}\sin\Delta_1 &= \frac{\rho\sin\Delta}{\sqrt{\{r^2+\rho^2-2r\rho[\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos(\alpha-15T)\cos\delta]\}}}\\ \cos\Delta_1 &= \frac{\sqrt{\{r^2+\rho^2\cos\Delta^2-2r\rho[\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos(\alpha-15T)\cos\delta]\}}}{\sqrt{\{r^2+\rho^2-2r\rho[\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos(\alpha-15T)\cos\delta]\}}}\end{aligned}\right.$$

Bezeichnen wir nun das Azimuth des Passagen-Instruments durch Ω; so ist, wenn wir die Azimuthe in demselben Sinne wie die Stundenwinkel und von derselben Hälfte des Meridians wie diese an von 0 bis 360° zählen, die Gleichung der Verticalebene, welche die optische Axe des Passagen-Instruments beschreibt, unter den im Obigen gemachten Voraussetzungen in Bezug auf das vierte Coordinatensystem der $x_3\,y_3\,z_3$ offenbar

$$(13)\ldots\ldots x_3\,\tang\Omega+y_3 = 0.$$

und die Gleichungen der im Moment der Beobachtung von dem Beobachtungsorte A nach dem Mittelpunkte des Monds gezogenen geraden Linie in Bezug auf dasselbe Coordinatensystem sind

$$(14)\ldots\ldots x_3 = \frac{\xi}{\zeta}z_3,\quad y_3 = \frac{\eta}{\zeta}z_3.$$

Das Quadrat des Sinus des Neigungswinkels dieser geraden Linie gegen die von der optischen Axe des Passagen-Instruments beschriebene Vertikalebene ist nach den bekannten Formeln der analytischen Geometrie, wie man leicht findet,

$$\frac{(\xi\sin\Omega+\eta\cos\Omega)^2}{\xi^2+\eta^2+\zeta^2},$$

und folglich nach (10) offenbar

$$\frac{(\xi\sin\Omega+\eta\cos\Omega)^2\sin\Delta_1^2}{\rho^2\sin\Delta^2}.$$

Weil aber im Moment der Beobachtung die von der optischen Axe des Passagen-Instruments beschriebene Verticalebene offenbar von der Mondkugel berührt wird; so ist, wie sogleich in die Augen fällt, der in Rede stehende Neigungswinkel dem aus dem Beobachtungsorte A im Moment der Beobachtung gesehenen scheinbaren Halbmesser Δ_1 des Monds gleich, woraus sich in Verbindung mit dem Vorhergehenden auf der Stelle die Gleichung

$$\rho^2\sin\Delta^2 = (\xi\sin\Omega+\eta\cos\Omega)^2,$$

oder, wenn man auf beiden Seiten die Quadratwurzel auszieht, die Gleichung

$$\pm\rho\sin\Delta = \xi\sin\Omega+\eta\cos\Omega\ldots\ldots(15)$$

ergiebt, mit der Bedingung, dafs man in dieser Gleichung, weil nämlich die Gröfse $\rho\sin\Delta$ offenbar immer positiv ist, das obere oder untere Zeichen nimmt, jenachdem die Gröfse $\xi\sin\Omega+\eta\cos\Omega$ positiv oder negativ ist.

Führen wir nun in die vorstehende Gleichung die oben gefundenen Werthe von ξ und η ein, so erhalten wir die folgende Gleichung:

$$(16)\ldots\ldots 0 = r\sin\Omega\sin(\omega-\varphi)+\rho\left\{\begin{aligned}&\pm\sin\Delta+\cos\omega\sin\Omega\sin\delta\\&-\cos\delta\,[\cos\Omega\sin(\alpha-15T)+\sin\omega\sin\Omega\cos(\alpha-15T)]\end{aligned}\right.$$

das obere oder untere Zeichen genommen, jenachdem die Gröfse

$$r\sin\Omega\sin(\omega-\varphi)+\rho\left\{\cos\omega\sin\Omega\sin\delta-\cos\delta\,[\cos\Omega\sin(\alpha-15T)+\sin\omega\sin\Omega\cos(\alpha-15T)]\right\}$$

negativ oder positiv ist.

Für $\Omega = 0$, d. h. wenn die optische Axe des Passagen-Instruments genau die Ebene des Meridians beschreibt, haben wir nach dem Obigen die Gleichung

$$(17)\ldots\ldots\sin\Delta = \pm\sin(\alpha-15T)\cos\delta,$$

und in dieser Gleichung mufs das obere oder untere Zeichen genommen werden, jenachdem $\sin(\alpha-15T)\cos\delta$, d. i., weil $\cos\delta$ immer positiv ist, jenachdem $\sin(\alpha-15T)$ positiv oder negativ ist.

Die Gröfsen α, δ, ρ, Δ sind sämmtlich Functionen der Zeit τ der Beobachtung, so dafs also $\alpha = F(\tau)$, $\delta = f(\tau)$, $\rho = \psi(\tau)$, $\Delta = \chi(\tau)$ gesetzt werden kann. Mittelst der bekannten Interpolationsmethoden kann man diese Functionen immer wenigstens mit einem grofsen Grade der Annäherung finden, und unter verschiedenen Formen, namentlich aber immer unter der Form

$$\begin{aligned}\alpha &= F(\tau) = A+B\,\tau+C\,\tau^2+D\,\tau^3+\ldots\ldots,\\ \delta &= f(\tau) = A_1+B_1\tau+C_1\tau^2+D_1\tau^3+\ldots\ldots,\\ \rho &= \psi(\tau) = A_2+B_2\tau+C_2\tau^2+D_2\tau^3+\ldots\ldots,\\ \Delta &= \chi(\tau) = A_3+B_3\tau+C_3\tau^2+D_3\tau^3+\ldots\ldots,\end{aligned}$$

wo die Coefficienten aller Glieder bekannte Gröfsen sind, dar-

stellen. Diese Ausdrücke von α, δ, ρ, Δ müfste man nun in die Gleichung (16) oder (17) für diese Gröfsen einführen, wodurch man eine blofs die eine unbekannte Gröfse τ enthaltende Gleichung erhalten würde, aus welcher diese unbekannte Gröfse τ zu bestimmen wäre. Hat man aber τ, so hat man, wie sich sogleich aus §. 2 ergiebt, auch die gesuchte Länge t des Orts A in Bezug auf den Ort E als Anfang der Längen, oder die Längendifferenz zwischen A und E.

Dafs die Aufgabe, in dieser Allgemeinheit gefasset, nach dem gegenwärtigen Zustande der Analysis unauflösbar ist, fällt auf der Stelle in die Augen, und wir sind daher genöthigt, zu Näherungen unsere Zuflucht zu nehmen. Daher wollen wir jetzt annehmen, dafs t ein Näherungswerth der in Zeit ausgedrückten Länge des Orts A in Bezug auf den Ort E als Anfang der Längen, und folglich auch $\tau = T - t$ oder $\tau = 24 + T - t$, jenachdem $T - t$ positiv oder negativ ist, ein Näherungswerth der EZeit der Beobachtung sey; so sind auch

$$\begin{aligned}
\alpha &= A + B\tau + C\tau^2 + D\tau^3 + \ldots,\\
\delta &= A_1 + B_1\tau + C_1\tau^2 + D_1\tau^3 + \ldots,\\
\rho &= A_2 + B_2\tau + C_2\tau^2 + D_2\tau^3 + \ldots,\\
\Delta &= A_3 + B_3\tau + C_3\tau^2 + D_3\tau^3 + \ldots
\end{aligned}$$

Näherungswerthe der Rectascension, Declination des Mittelpunkts des Monds, der Entfernung des Mittelpunkts des Monds vom Mittelpunkte der Erde, und des dem Mittelpunkte der Erde entsprechenden oder aus demselben gesehenen scheinbaren Halbmessers des Monds im Moment der Beobachtung.

Bezeichnen wir nun den Fehler in der Länge des Orts A in Bezug auf den Ort E als Anfang der Längen durch dt, und die entsprechenden Fehler der EZeit der Beobachtung, der Rectascension, der Declination, Entfernung vom Mittelpunkte der Erde, und des scheinbaren Halbmessers des Monds im Moment der Beobachtung durch $d\tau$, $d\alpha$, $d\delta$, $d\rho$, $d\Delta$; so sind

$$t + dt,\ \tau + d\tau,\ \alpha + d\alpha,\ \delta + d\delta,\ \rho + d\rho,\ \Delta + d\Delta$$

die wahre Länge des Orts A in Bezug auf E als Anfang der Längen, die wahre EZeit der Beobachtung, und die wahre Rectascension, Declination, Entfernung vom Mittelpunkte der Erde und der wahre scheinbare Halbmesser des Monds im Moment der Beobachtung, und man hat also nach (16) die folgende Gleichung:

$$0 = r \sin\Omega \sin(\omega - \varphi) + (\rho + d\rho)\left\{\begin{array}{l} \pm \sin(\Delta + d\Delta) + \cos\omega \sin\Omega \sin(\delta + d\delta) \\ - \cos(\delta + d\delta)[\cos\Omega \sin(\alpha - 15T + d\alpha) + \sin\omega \sin\Omega \cos(\alpha - 15T + d\alpha)]\end{array}\right\} \ldots\ldots (18)$$

das obere oder untere Zeichen genommen, jenachdem die Gröfse

$$r \sin\Omega \sin(\omega - \varphi) + \rho\{\cos\omega \sin\Omega \sin\delta - \cos\delta[\cos\Omega \sin(\alpha - 15T) + \sin\omega \sin\Omega \cos(\alpha - 15T)]\}$$

negativ oder positiv ist, wobei immer angenommen wird, dafs der absolute Werth von dt sehr klein ist, und also auch $d\alpha$, $d\delta$, $d\rho$, $d\Delta$ der Null sehr nahe kommende Gröfsen sind.

Es ist aber

$$\alpha + d\alpha = \alpha + \frac{d\alpha}{d\tau} d\tau,$$

$$\delta + d\delta = \delta + \frac{d\delta}{d\tau} d\tau,$$

$$\rho + d\rho = \rho + \frac{d\rho}{d\tau} d\tau,$$

$$\Delta + d\Delta = \Delta + \frac{d\Delta}{d\tau} d\tau;$$

oder, weil nach dem Obigen offenbar $d\tau = -dt$ ist,

$$\alpha + d\alpha = \alpha - \frac{d\alpha}{d\tau} dt,$$

$$\delta + d\delta = \delta - \frac{d\delta}{d\tau} dt,$$

$$\rho + d\rho = \rho - \frac{d\rho}{d\tau} dt,$$

$$\Delta + d\Delta = \Delta - \frac{d\Delta}{d\tau} dt$$

oder, wenn wir der Kürze wegen

$$\lambda = \frac{d\alpha}{d\tau} = B + 2C\tau + 3D\tau^2 + 4E\tau^3 + \ldots,$$

$$\mu = \frac{d\delta}{d\tau} = B_1 + 2C_1\tau + 3D_1\tau^2 + 4E_1\tau^3 + \ldots,$$

$$\varkappa = \frac{d\rho}{d\tau} = B_2 + 2C_2\tau + 3D_2\tau^2 + 4E_2\tau^3 + \ldots,$$

$$\theta = \frac{d\Delta}{d\tau} = B_3 + 2C_3\tau + 3D_3\tau^2 + 4E_3\tau^3 + \ldots,$$

setzen,

$$\begin{aligned}
\alpha + d\alpha &= \alpha - \lambda\, dt,\\
\delta + d\delta &= \delta - \mu\, dt,\\
\rho + d\rho &= \rho - \varkappa\, dt,\\
\Delta + d\Delta &= \Delta - \theta\, dt;
\end{aligned}$$

und folglich nach (18)

$$0 = r \sin\Omega \sin(\omega - \varphi) + (\rho - \varkappa\, dt)\left\{\begin{array}{l} \pm \sin(\Delta - \theta\, dt) + \cos\omega \sin\Omega \sin(\delta - \mu\, dt) \\ - \cos(\delta - \mu\, dt)[\cos\Omega \sin(\alpha - 15T - \lambda\, dt) + \sin\omega \sin\Omega \cos(\alpha - 15T - \lambda\, dt)]\end{array}\right\} \ldots (19)$$

das obere oder untere Zeichen genommen, jenachdem die Gröfse

$$r \sin\Omega \sin(\omega - \varphi) + \rho\{\cos\omega \sin\Omega \sin\delta - \cos\delta[\cos\Omega \sin(\alpha - 15T) + \sin\omega \sin\Omega \cos(\alpha - 15T)]\}$$

negativ oder positiv ist. Entwickelt man die Gleichung (19) bis auf Gröfsen der ersten Ordnung genau, so wird dieselbe

$$(20)\ldots\ldots 0 = r\sin\Omega\sin(\omega-\varphi)$$
$$+\rho\left\{\cos\omega\sin\Omega\sin\delta-[\cos\Omega\sin(\alpha-15T)+\sin\omega\sin\Omega\cos(\alpha-15T)]\cos\delta\pm\sin\Delta\right\}$$
$$-\varkappa\left\{\cos\omega\sin\Omega\sin\delta-[\cos\Omega\sin(\alpha-15T)+\sin\omega\sin\Omega\cos(\alpha-15T)]\cos\delta\pm\sin\Delta\right\}dt$$
$$+\lambda\rho\left\{\cos\Omega\cos(\alpha-15T)-\sin\omega\sin\Omega\sin(\alpha-15T)\right\}\cos\delta\, dt$$
$$-\mu\rho\left\{\cos\omega\sin\Omega\cos\delta+[\cos\Omega\sin(\alpha-15T)+\sin\omega\sin\Omega\cos(\alpha-15T)]\sin\delta\right\}dt$$
$$\pm\,\theta\rho\cos\Delta\, dt$$

die obern oder untern Zeichen genommen, jenachdem die Gröfse

$$r\sin\Omega\sin(\omega-\varphi)+\rho\left\{\cos\omega\sin\Omega\sin\delta-\cos\delta\,[\cos\Omega\sin(\alpha-15T)+\sin\omega\sin\Omega\cos(\alpha-15T)]\right\}$$

negativ oder positiv ist. Setzt man

$$(21)\ldots\ldots\begin{cases}\cos M = \cos\Omega\sin(\alpha-15T)+\sin\omega\sin\Omega\cos(\alpha-15T)\\ \cos N = \cos\Omega\cos(\alpha-15T)-\sin\omega\sin\Omega\sin(\alpha-15T)\end{cases}$$

so wird unsere obige Gleichung

$$(22)\ldots 0 = r\sin\Omega\sin(\omega-\varphi)$$
$$+\rho(\cos\omega\sin\Omega\sin\delta-\cos\delta\cos M\pm\sin\Delta)$$
$$-\varkappa(\cos\omega\sin\Omega\sin\delta-\cos\delta\cos M\pm\sin\Delta)\,dt$$
$$+\lambda\rho\cos\delta\cos N\,dt$$
$$-\mu\rho(\cos\omega\sin\Omega\cos\delta+\sin\delta\cos M)\,dt$$
$$\pm\,\theta\rho\cos\Delta\,dt,$$

und in dieser Gleichung müssen die obern oder untern Zeichen genommen werden, jenachdem die Gröfse

$$r\sin\Omega\sin(\omega-\varphi)+\rho(\cos\omega\sin\Omega\sin\delta-\cos\delta\cos M)$$

negativ oder positiv ist. Setzt man

$$A = \sin(\omega-\varphi)\sin\Omega$$
$$B = \cos\omega\sin\Omega$$
$$C = B\sin\delta$$
$$D = B\cos\delta$$
$$\tang V = \sin\omega\tang\Omega$$
$$\cos M = \frac{\cos\Omega\sin(\alpha-15T+V)}{\cos V}$$
$$\cos N = \frac{\cos\Omega\cos(\alpha-15T+V)}{\cos V}$$
$$E = \cos\delta\cos M$$
$$F = \sin\delta\cos M$$
$$G = \cos\delta\cos N$$
$$H = \sin\Delta$$
$$I = \cos\Delta;$$

so wird die Gleichung (22)

$$(23)\ldots\ldots Ar+(C-E\pm H)\rho = \left\{\varkappa(C-E\pm H)-\lambda G\rho+\mu(D+F)\rho\pm\theta I\rho\right\}dt,$$

also

$$(24)\ldots dt = \frac{Ar+(C-E\pm H)\rho}{\varkappa(C-E\pm H)-\lambda G\rho+\mu(D+F)\rho\pm\theta I\rho}$$

und in dieser Formel müssen die obern oder untern Zeichen genommen werden, jenachdem die Gröfse $Ar+(C-E)\rho$ negativ oder positiv ist.

Setzt man, wenn a den Halbmesser des Aequators der Erde bezeichnet,

$$(25)\ldots\ldots \sin\pi = \frac{a}{\rho},$$

so ist $\rho = a\sin\pi^{-1}$, und folglich, wenn man nach τ differentiirt,

$$\frac{d\rho}{d\tau} = -a\sin\pi^{-2}\cos\pi\frac{d\pi}{d\tau},$$

also, wenn der Kürze wegen

$$s = \frac{d\pi}{d\tau}\ldots\ldots(26)$$

gesetzt wird,

$$\varkappa = -\frac{as\cos\pi}{\sin\pi^2} = -as\cos\pi\cot\pi = -s\rho\cot\pi\ldots(27)$$

so dafs also ρ und $\varkappa$ aus π und s immer leicht gefunden werden können. Auch ist

$$\frac{\varkappa}{\rho} = -s\cot\pi,$$

und nach dem Vorhergehenden

$$\frac{r}{\rho} = \frac{r}{a}\cdot\frac{a}{\rho} = \frac{r}{a}\sin\pi.$$

(Der Beschlufs folgt.)

Altona 1841. September 16.

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

№. 432.

Ueber die Bestimmung der Längen durch Azimuthe des Monds, insbesondere auch durch Mondsculminationen.

Von Herrn Professor Dr. *Grunert* in Greifswald.

(Beschlufs.)

Wird nun der Ausdruck (24) von dt im Zähler und im Nenner durch ρ dividirt, so wird derselbe

$$(28)\ldots dt = -\frac{C-E\pm H+\frac{r}{a}A\sin\pi}{\lambda G-\mu(D+F)\mp\theta I+\varepsilon(C-E\pm H)\cot\pi},$$

die obern oder untern Zeichen genommen, jenachdem die Gröfse $C-E\pm\frac{r}{a}A\sin\pi$ negativ oder positiv ist.

Für $\Omega=0$ haben wir nach dem Obigen die Gleichung

$$\sin(\Delta-\theta\,dt) = \pm\sin(\alpha-15T-\lambda\,dt)\cos(\delta-\mu\,dt)\ldots\ldots(29)$$

das obere oder untere Zeichen genommen, jenachdem $\sin(\alpha-15T)$ positiv oder negativ ist. Entwickelt man diese Gleichung nach den positiven ganzen Potenzen von dt und bleibt bei den, dt blofs in der ersten Potenz enthaltenden Gliedern stehen, so erhält man

$$\sin\Delta\mp\sin(\alpha-15T)\cos\delta = \mp\left\{\lambda\cos(\alpha-15T)\cos\delta-\mu\sin(\alpha-15T)\sin\delta\mp\theta\cos\Delta\right\}dt$$

und folglich

$$(30)\ldots dt = \mp\frac{\sin\Delta\mp\sin(\alpha-15T)\cos\delta}{\lambda\cos(\alpha-15T)\cos\delta-\mu\sin(\alpha-15T)\sin\delta\mp\theta\cos\Delta},$$

die obern oder untern Zeichen genommen, jenachdem $\sin(\alpha-15T)$ positiv oder negativ ist.

Ist T' die AZeit, wo ein Fixstern, dessen Rectascension α' ist und als bekannt angenommen wird, durch den Meridian von A geht, so ist $\alpha'=15T'$, und man kann also den obigen Ausdruck von dt auch auf die Form

$$dt = \mp\frac{\sin\Delta\mp\sin\left\{\alpha-\alpha'-15(T-T')\right\}\cos\delta}{\lambda\cos\left\{\alpha-\alpha'-15(T-T')\right\}\cos\delta-\mu\sin\left\{\alpha-\alpha'-15(T-T')\right\}\sin\delta\mp\theta\cos\Delta}\ldots\ldots(31)$$

bringen, welche Formel nun blofs den Zeitunterschied $T-T'$ enthält. In dieser Formel sind die obern oder untern Zeichen zu nehmen, jenachdem $\sin\left\{\alpha-\alpha'-15(T-T')\right\}$ positiv oder negativ ist.

Dafs man im Vorhergehenden überhaupt das Azimuthe Ω berechnen kann, wenn man die Zeit des Durchganges eines Fixsterns von bekannter Rectascension und Declination durch die Vertikalebene, welche die optische Axe des Passagen-Instruments beschreibt, beobachtet hat, bedarf hier wohl kaum noch einer besondern Bemerkung.

§. 4.

Wir nehmen jetzt immer an, dafs das Instrument im Meridian des Beobachtungsorts A aufgestellt sey, und lassen allen bisher gebrauchten Symbolen ihre ihnen im Vorhergehenden beigelegte Bedeutung.

Der dem Mittelpunkte der Erde entsprechende oder aus demselben gesehene scheinbare Halbmesser des Monds im Moment der Beobachtung ist $\Delta-\theta\,dt$, und $\delta-\mu\,dt$ ist die Declination des Monds im Moment der Beobachtung. Ist nun Δ' der auf den Aequator reducirte scheinbare Halbmesser $\Delta-\theta\,dt$, so ist nach den bekannten Formeln der sphärischen Trigonometrie

$$\tang\Delta' = \frac{\tang(\Delta-\theta\,dt)}{\cos(\delta-\mu\,dt)}\ldots\ldots(32)$$

oder näherungsweise

$$\Delta' = \frac{\Delta-\theta\,dt}{\cos(\delta-\mu\,dt)}\ldots\ldots(33)$$

Die AZeit des Durchgangs des Mittelpunkts des Monds durch den Meridian von A sey $T+dT$, wo dT positiv oder negativ ist, jenachdem der westliche oder erste, oder der östliche oder zweite Mondrand beobachtet worden ist. Bezieht man nun immer die obern Zeichen auf Beobachtungen des westlichen oder ersten, die unteren Zeichen auf Beobachtungen des östlichen oder zweiten Mondrands, so gehen in der Zeit $\pm dT$ offenbar $\Delta'\pm\lambda\,dT$ Grade des Aequators durch den Meridian, wenn alle Bogen in Graden ausgedrückt angenommen werden, und wir haben also die Proportion

$$\Delta'\pm\lambda\,dT:360 = \pm dT:24,$$

woraus sich $\pm 15\,dT = \Delta'\pm\lambda\,dT$, und folglich

$$dT = \pm\frac{\Delta'}{15-\lambda}\ldots\ldots(34)$$

ergiebt. Also ist

$$T \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda}$$

die AZeit des Durchgangs des Mittelpunkts des Monds durch den Meridian von A.

Für einen andern Ort $A_,$ habe man auf ganz ähnliche Weise

(35)......... $\tan \Delta'_, = \dfrac{\tan(\Delta_, - \theta_, dt_,)}{\cos(\delta_, - \mu_, dt_,)}$

oder näherungsweise

(36)............. $\Delta'_, = \dfrac{\Delta_, - \theta_, dt_,}{\cos(\delta_, - \mu_, dt_,)}$,

und

$$T_, \pm \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,}$$

sey die $A_,$Zeit des Durchgangs des Mittelpunkts des Monds durch den Meridian von $A_,$.

Sey nun $A_,$ der Ort, welcher die gröfste Länge hat, so ist

$$t_, + dt_, - (t + dt) = t_, - t + dt_, - dt$$

die Länge des Orts $A_,$ in Bezug auf den Ort A als Anfang der Längen. Folglich ist

$$T_, - (t_, - t) - (dt_, - dt) \pm \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,}$$

oder

$$24 + T_, - (t_, - t) - (dt_, - dt) \pm \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,},$$

jenachdem die Gröfse

$$T_, - (t_, - t) - (dt_, - dt) \pm \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,}$$

positiv oder negativ ist, die AZeit des Durchgangs des Mittelpunkts des Monds durch den Meridian von $A_,$. Weil nun der Mond früher durch den Meridian von $A_,$ als durch den Meridian von A geht, so ist

$$T - T_, + (t_, - t) + (dt_, - dt) \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,}$$

oder

$$T - T_, - 24 + (t_, - t) + (dt_, - dt) \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,},$$

jenachdem die Gröfse

$$T_, - (t_, - t) - (dt_, - dt) \pm \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,}$$

positiv oder negativ ist, die Zwischenzeit zwischen den Durchgängen des Mittelpunkts des Monds durch die Meridiane von A und $A_,$.

Setzen wir die Längendifferenz

$$t_, + dt_, - (t + dt) = (t_, - t) + (dt_, - dt) = x,$$

so ist

$$T - T_, + x \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,}$$

oder

$$T - T_, - 24 + x \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,},$$

jenachdem die Gröfse

$$T_, - (t_, - t) - (dt_, - dt) \pm \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,}$$

positiv oder negativ ist, die Zwischenzeit zwischen den Durchgängen des Mittelpunkts des Monds durch die Meridiane von A und von $A_,$.

Man theile nun die Zwischenzeit

$$T - T_, + (t_, - t) + (dt_, - dt) \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,}$$

oder

$$T - T_, - 24 + (t_, - t) + (dt_, - dt) \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,},$$

jenachdem die Gröfse

$$T_, - (t_, - t) - (dt_, - dt) \pm \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,}$$

positiv oder negativ ist, in eine gewisse Anzahl gleicher Intervalle, z. B. in n gleiche Intervalle, und bezeichne sowohl für den Anfang, als auch für das Ende eines jeden dieser Intervalle die stündliche Aenderung der Rectascension des Monds. Die Summe der den Anfängen der Intervalle entsprechenden stündlichen Aenderungen der Rectascension sey Σ, und Σ' sey die Summe der den Enden der Intervalle entsprechenden stündlichen Aenderungen der Rectascension. Setzt man nun

$$L = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\Sigma}{n} + \frac{\Sigma'}{n}\right) = \frac{\Sigma + \Sigma'}{2n} \text{.......(37)}$$

so ist offenbar

$$15x + L\left(T - T_, + x \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,}\right)$$

oder

$$15x + L\left(T - T_, - 24 + x \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,}\right),$$

jenachdem die Gröfse

$$T_, - (t_, - t) - (dt_, - dt) \pm \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,}$$

positiv oder negativ ist, der Bogen des Aequators, welcher in der Zwischenzeit zwischen den Durchgängen des Mittelpunkts des Monds durch die Meridiane von A und $A_,$, durch den Meridian von A geht. Also ist

$$15x + L\left(T - T_, + x \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,}\right) : 15$$
$$= T - T_, + x \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,} : 1$$

oder

$$15x + L\left(T - T_, - 24 + x \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,}\right) : 15$$
$$= T - T_, - 24 + x \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,}) : 1;$$

d. i.

$$L\left(T - T_, \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,}\right) + Lx$$
$$= 15\left(T - T_, \pm \frac{\Delta'}{15-\lambda} \mp \frac{\Delta'_,}{15-\lambda_,}\right)$$

oder

$$L\left(T-T_{,}-24\pm\frac{\Delta'}{15-\lambda}\mp\frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}\right)+Lx$$
$$=15\left(T-T_{,}-24\pm\frac{\Delta'}{15-\lambda}\mp\frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}\right);$$

d. i.

$$(38)\ldots x=\left(\frac{15}{L}-1\right)\left(T-T_{,}\pm\frac{\Delta'}{15-\lambda}\mp\frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}\right)$$

oder

$$(39)\ldots x=\left(\frac{15}{L}-1\right)\left(T-T_{,}-24\pm\frac{\Delta'}{15-\lambda}\mp\frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}\right),$$

jenachdem die Gröfse

$$T_{,}-(t_{,}-t)-(dt_{,}-dt)\pm\frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}$$

positiv oder negativ ist.

Es sey nun T' die AZeit des Durchgangs eines Fixsterns durch den Meridian von A, und Z sey der Zeitunterschied zwischen dem Durchgange dieses Sterns und des beobachteten Mondrandes durch den Meridian von A. Eben so sey T'' die $A_{,}$Zeit des Durchgangs dieses Fixsterns durch den Meridian von $A_{,}$, und $Z_{,}$ sey der Zeitunterschied zwischen dem Durchgange dieses Sterns und des beobachteten Mondrandes durch den Meridian von $A_{,}$.

Ist nun $T'>T$, $T''>T_{,}$; so ist $T'-T=Z$, $T''-T_{,}=Z_{,}$, und folglich $T-T_{,}=-(Z-Z_{,})$. Ist aber $T'<T$, $T''<T_{,}$; so ist $T-T'=Z$, $T_{,}-T''=Z_{,}$, und folglich $T-T_{,}=Z-Z_{,}$. Also ist $T-T_{,}=\pm(Z-Z_{,})$, oder $T-T_{,}=\pm Z-(\pm Z_{,})$, die obern oder untern Zeichen genommen, jenachdem der Stern früher oder später durch den Meridian geht als der Mond. Nehmen wir daher die Zeitunterschiede Z und $Z_{,}$ als positiv oder negativ an, jenachdem der Stern früher oder später als der Mond durch den Meridian geht; so ist immer $T-T_{,}=Z-Z_{,}$, und folglich nach dem Obigen

$$x=\left(\frac{15}{L}-1\right)\left(Z-Z_{,}\pm\frac{\Delta'}{15-\lambda}\mp\frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}\right)\ldots(40)$$

oder

$$x=\left(\frac{15}{L}-1\right)\left(Z-Z_{,}-24\pm\frac{\Delta'}{15-\lambda}\mp\frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}\right)\ldots(41)$$

jenachdem die Gröfse

$$T_{,}-(t_{,}-t)-(dt_{,}-dt)\pm\frac{\Delta'_{,}}{15-\lambda_{,}}$$

positiv oder negativ ist.

Wir können nicht unterlassen hier ausdrücklich darauf hinzuweisen, dafs der ganzen vorhergehenden Entwickelung die Voraussetzung zum Grunde liegt, dafs die Gröfsen dt und $dt_{,}$ durch die in §. 3. gelehrte Methode berechnet worden sind, so dafs also, wo im Vorhergehenden diese Gröfsen als bekannt vorausgesetzt werden, immer die durch die in Rede stehende Methode gefundenen Werthe derselben in die Rechnung einzuführen sind. Ist es nicht verstattet, die Voraussetzung, dafs die Gröfsen dt und $dt_{,}$ durch die in §. 3. gelehrte Methode schon gefunden sind, als erfüllt zu betrachten; so mufs man im Vorhergehenden diese Gröfsen da, wo dieselben als bekannt nothwendig vorausgesetzt werden, als verschwindend annehmen, welches zu der gewöhnlichen Methode der Berechnung der Längendifferenzen aus Mondsculminationen führen würde. Jedenfalls scheint aber die im Obigen gelehrte Methode, nach welcher man zuerst dt und $dt_{,}$ mittelst der in §. 3. entwickelten Formeln berechnet, und dann mit Hülfe dieser gefundenen Werthe von dt und $dt_{,}$ zu der Berechnung der Längendifferenz nach den vorher entwickelten Formeln übergeht, die richtigere zu seyn und zur gröfsern Genauigkeit der gesuchten Resultate wesentlich beizutragen.

Grunert.

Sternbedeckungen beobachtet auf der Sternwarte in Leiden.

Von Herrn *F. Kaiser*,
Professor der Astronomie und Director der Sternwarte daselbst.

Ich hatte gewünscht, die diesmaligen Plejaden-Bedeckungen so vollkommen als möglich zu beobachten, und berechnete dazu jede Bedeckung im voraus, immer meine Berechnungen über alle Sterne der Plejaden ausbreitend, welche von *Bessel*, *Lalande* und *Jeaurat* beobachtet sind. Niemals genofs ich aber die Freude meine Mühe belohnt zu sehen, denn bei keiner der diesmaligen Plejaden-Bedeckungen war die Luft ganz günstig, ausgenommen am 13ten Octbr. 1840, als eine heftige Krankheit mich allen Geschäften entzog. Meine Beobachtungen der Plejaden-Bedeckungen bis zum Ende des Jahres 1839 sind schon in Nr. 391 der Astr. Nachr. angeführt, die späteren sind gröfstentheils mifslungen. Am 7ten Decbr. 1840 und am 31sten Januar 1841 blieb die Luft gänzlich bezogen, und bei den übrigen Plejaden-Bedeckungen war der Mond nur bisweilen, und dann meistens nur durch Wolken, zu erblicken.

Plejaden-Bedeckung am 14ten Januar 1840.

An diesem Tage war die Luft günstig gewesen, aber kurz vor der Bedeckung, nachdem eine gute Zeit-Bestimmung erlangt war, breitete sich plötzlich ein Nebel über den Himmel aus, der sich bald wieder auflöste, aber auch bald aufs neue erschien und die meisten Beobachtungen vereitelte. Mir sind nur folgende Beobachtungen gelungen:

Eintritt * 9r Gr.	B. Z. 395.	unt. 3h 39' 55"04	um 3h 43' 59"77 Stzt. =	8h 10' 35"28 m. Z.	auf 0"5 ungewifs.	
Eintritt * 8.9r Gr.	H. C. p. 195.	unt. 3 31 26	— 3 54 11,37 ——	8 20 45,16 ——	auf 0"2 ungewifs.	
Eintritt * 9r Gr.	B. Z. 395.	unt. 3 34 38,00	— 4 8 58,15 ——	8 35 29,52 ——	auf 0"2 ungewifs.	
Eintritt e Plejad. (Taygeta)			— 4 31 33,04 ——	8 58 0,71 ——	auf 0"2 ung.	Durch Nebel.
Austritt e Plejad. (Taygeta)			— 5 32 18,28 ——	9 58 36,00 ——	auf 1" ung.	Durch Wolken.

Plejaden-Bedeckung am 27sten Febr. 1841.

Obschon die Luft kurz vor den Bedeckungen zu einer guten Zeit-Bestimmung Gelegenheit gab, ward sie bald dergestalt bezogen, dafs es unmöglich war, mehr als die drei folgenden Beobachtungen zu erhalten.

Eintritt * 8.9r Gr.	H. C. p. 195.	unt. 3h 31' 26"	um 9h 15' 35"24 Stz. =	10h 45' 17"27 m. Z.	auf 0"2 uns.	Unter Wolken.
Eintritt * 9r Gr.	B. Z. 395.	unt. 3 34 38,00	— 9 28 47,92 ——	10 58 27,79 ——	auf 0"5 uns.	Unter Wolken.
Eintritt e Plejad. (Taygeta)			— 9 45 22,89 ——	11 15 0,04 ——	auf 0"2 uns.	Unter Wolken.

Seit dem Anfang dieses Jahres hatte ich beabsichtigt, an den ersten Abenden nach jedem Vollmond die sich ereignenden Bedeckungen kleinerer Sterne zu beobachten. Die Witterung hat mir aber auch in dieser Beziehung keine reiche Erndte gegönnt. Ich habe nur folgende Beobachtungen solcher Sternbedeckungen mitzutheilen, bei welchen ich, zur leichtern Auffindung, die genäherten Declinationen der Sterne, wie diese sich aus der Einstellung in der Mitte des Feldes und der verbesserten Ablesung des Declinationskreises unsers Refractors ergeben, hinzufüge.

1841 März 29.	Eintr. * 9r Gr.	Decl. = +26° 17'2	um 8h 39' 32"82 Stz. =	8h 11' 23"53 m. Z.	Sicher auf 0"1.
	—— * 10r Gr.	—— = +26 23,6	— 9 15 14,55 ——	8 46 59,41 ——	Sicher auf 0"2.
	—— * 11r Gr.	—— = +26 12,9	— 9 50 24,72 ——	9 22 3,82 ——	Sicher auf 0"1.
—— 30.	—— * 9r Gr.	—— = +23 40,5	— 8 57 41,25 ——	8 25 33,08 ——	Sicher auf 0"1.
—— —	—— * 12r Gr.	—— = +23 51,3	— 8 58 46,74 ——	8 26 38,39 ——	Auf 0"5 ungewifs.
April 27.	—— * 8.9r Gr.	—— = +20 50,0	— 10 43 3,91 ——	8 20 33,04 ——	Sicher auf 0"1.
—— 28.	—— * 9r Gr.	—— = +15 39,8	— 10 59 3,67 ——	8 32 34,28 ——	Sicher auf 0"1.
—— —	—— * 8r Gr.	—— = +15 35,4	— 11 5 45,81 ——	8 39 15,32 ——	Sicher auf 0"1.
—— —	Austr. derselbe.		— 11 29 19,78 ——	9 2 45,43 ——	Auf 1" ungewifs.

Während der Mondfinsternifs am 5—6ten Febr. 1841 war der Himmel ganz bezogen. Als der Mond total verfinstert war, heiterte es sich für einen Augenblick auf, und der Mond zeigte sich sehr schön, ringsum von vielen kleineren Sternen umgeben. Bevor die Bedeckung einer dieser Sterne beobachtet werden konnte, war die Luft aufs neue ganz bezogen.

Am Tage der Sonnen-Finsternifs den 18ten Juli 1841 dauerte ein aufserordentlich heftiger Regen vom Morgen bis zum Abend, so dafs auch bei dieser Finsternifs an keine Beobachtung zu denken war.

Leiden 1841. Juli 30.

F. Kaiser.

Sternbedeckungen vom Monde, beobachtet auf der Altonaer Sternwarte.

	Namen der Sterne.	Ein- oder Austritt.	Sternzeit.	Mittl. Zeit.		
1841 März 3.	82 B Geminorum	E. D.	5h 54' 45"15	7h 9' 20"03	scharf.	
Mai 24.	Anonyma 8.9m	E. D.	13 34 5,06	9 25 0,18	scharf.	
—— 28.	(126) Virginis	E. D.	15 13 50,30	14 48 45,44	scharf.	
Juli 30.	34 σ Sagittarii	E. D.	18 29 13,87	9 55 54,52	scharf. *Schumacher.*	
——	—— ——	——	18 29 13,78	9 55 54,43	scharf. *Petersen.*	
——	—— ——	A. H.	19 51 47,3	11 18 14,4	zu spät. ——	etwa 2 Secunden.
Aug. 10.	c Plejadum.	E. H.	21 5 17,11	11 48 17,18	gut, *Petersen.*	Der Stern verschwand an
			14,10	14,18	unsicher, *J.*	dem hellen Mondrande.
——	g ——	A. D.	21 19 45,47	12 2 43,16	gut, *P.*	
			45,96	43,66	gut, *J.*	
——	b ——	A. D.	21 22 54,98	12 5 52,16	gut, *P.*	
			55,48	52,66	gut, *J.*	

		Namen der Sterne.	Ein- oder Austritt.	Sternzeit.	Mittl. Zeit.	
1841	Aug. 10.	η Plejadum	E. H.	$21^h33'\,9''14$	$12^h16'\,4''64$	gut, *P.* Der Stern verschwand an dem hellen Mondrande.
				10,04	5,54	gut, *J.*
	——	4 Anonyma	A. D.	21 40 16,30	12 23 10,63	gut, *P.*
				17,80	12,13	gut, *J.*
	——	10 ——	A. D.	22 2 27,4	12 45 18,1	zu spät, etwa 2 Secunden, *P.*
	——	15 ——	A. D.	22 13 23,17	12 56 12,08	gut, *P.*
				23,57	12,48	gut, *J.*
	——	24 p Plejadum	A. D.	22 13 32,19	12 56 21,08	gut, *P.*
	——	η ——	A. D.	22 14 37,37	12 57 26,08	unsicher, *P.*
				37,77	26,48	gut, *J.*
	——	(151) ——	A. D.	22 27 36,68	13 10 23,26	gut, *P.*
				37,48	24,06	gut, *J.*
	——	h ——	A. D.	22 39 28,21	13 22 12,85	sehr gut. *P.*
				27,91	12,55	gut, *J.*
	Aug. 13.	42 ω' Geminorum	E. H.	23 34 20,1	14 5 8,0	gut, *P.* Der Stern verschwand an dem hellen Mondrande.
	——	—— ——	A. D.	0 10 25,40	14 41 7,40	sehr scharf, *P.*
	Aug. 29.	23 θ Capricorni	E. D.	18 34 38,23	8 3 20,70	gut. *Schumacher.*
				38,38	20,85	gut. *J.*
				38,03	20,50	gut. *P.*

Die mit *J.* bezeichneten Beobachtungen sind von Herrn *G. U. F. Jürgensen* aus Copenhagen, einem jungen talentvollen Manne, der sich der höheren Uhrmacherkunst gewidmet und auf der Altonaer Sternwarte in astronomischen Beobachtungen geübt hat.

S.

Schreiben des Herrn *Rümcker*, Directors der Hamburger Sternwarte, an den Herausgeber.

Ich nehme mir die Freiheit Ihnen hiemit meine zuletzt beobachteten Sternbedeckungen mitzutheilen. Sämmtliche Beobachtungen sind nach Mittl. Hamb. Zeit.

Datum.		Phase.	*Rümker.*	*Funk.*
1841 März 2.	37 Gemin.	E	$11^h54'43''47$	$11^h54'42''90$
3.	82 ——	E	7 9 29,82	7 9 30,10
28.	145 Tauri.	E	12 10 53,82	
April 24.	Anonyma.	E	8 58 8,68	8 58 8,90
27.	Anonyma.	E	9 12 48,31	9 12 48,14
27.	Anonyma.	E	9 54 0,71	9 53 59,74
28.	π^2 Cancri.	E		8 54 4,5
		A		9 35 5,0
Mai 9.	σ Sagittarii.	E	14 26 31,07	14 26 30,3
		A	15 26 39,09	
24.	Anonyma.	E	9 25 7,7	
Juli 30.	σ Sagittarii.	E	9 56 4,44	9 56 4,57
		A	11 18 19,45	11 18 17,15

Plejaden-Bedeckung August 10 (1841).

Bessels Bezeichnung.		*Rümker.*	*Weyer.*	*Funk.*
c	E		$11^h48'14''3$	$11^h48'22''11$
d	E	$11^h57'23''1$	11 57 24,8	11 57 24,08
g	A	12 2 50,71	12 2 51,8	12 2 51,07
b	A	12 6 0,68	12 6 0,9	12 6 1,06
1	A	12 14 11,82		
d	A	12 15 42,57		12 15 42,75
η	E	12 16 12,99	12 16 13,1	12 16 13,55
	A			12 16 52,0
7	A	$12^h22'\,4''53$		
	A			12 22 17,04
4	A	12 23 18,83		
c	A	12 27 4,69	$12^h27'\,5''4$	12 27 5,03
8	A	12 38 47,75		12 38 48,0
	A	12 39 19,90	12 39 19,90	12 39 19,0
9	A	12 39 26,64		
10	A	12 45 23,66	12 45 23,0	12 45 21,0
12	A	12 46 45,43		12 46 43,5
p	A	12 56 27,[illegible]4	12 56 28,5	12 56 27,98
	A	12 56 50,77		
η	A	12 57 34,65		12 57 34,48
18	A	12 58 12,55		
24	A	13 10 31,51	13 10 32,1	
h	E			13 10 39,55
h	A	13 22 17,26	13 22 18,6	13 22 17,43
27	A	13 28 48,98		13 28 47,72
29	A	13 36 16,25	13 36 17,2	13 36 15,9
33	A	13 48 24,26		13 48 23,9
31	A	13 56 47,89	13 56 48,2	13 56 47,4
32	A	13 57 59,69	13 57 59,5	
37	A	14 8 43,67	14 8 44,6	14 8 43,22
39	A	14 29 46,21	14 29 48,3	14 29 46,62
Aug. 13. ω' Gemin.	E	$14^h\,5'17''66$	$14^h\,5'15''7$	$14^h\,5'18''72$
	A	14 41 14,76	14 41 15,3	14 41 13,42
Anonym.	A	14 37 50,32		14 37 40,9
Aug. 29. θ Capr.	E	8 3 32,15		31,6
	A	9 21 13,9		14,0

Verzeichnifs der Plejaden.

Von Herrn *Ch. Rümker*, Director der Hamb. Sternwarte

Ich erlaube mir nun noch das folgende von mir, aus den mit dem *Repsold*schen Meridiankreise gemachten Beobachtungen abgeleitete Verzeichnifs beizufügen, in so fern es umfassender ist, als das Feld des Heliometers, und es interessant seyn möchte, unter sich unabhängige Bestimmungen mit den in anderer Hinsicht wichtigeren relativen zu vergleichen. In AR. bemerkt man bald eine constante Differenz von etwa $1\frac{1}{2}''$ in Bogen von den Bestimmungen des Herrn Geheimenraths *Bessel*. Die Constanten der Aberration und Declination sind wie die correspondirenden im Nautical Almanac geordnet.

	Mittl. AR. in Zeit 1836 Jan. 1.	Zahl d. Beobb.	Jährl. Präcess.	Mittl. Decl. 1836 Jan. 1.	Zahl d. Beobb.	Jährl. Präcess.	Constanten für Rectascension und Declination							
							a	b	c	d	a′	b′	c′	d′
	3h 30′ 59″,367	4	3,560	24° 47′ 33″,90	4	12,13	8,6479	8,7668	0,5514	8,2704	8,7799	9,4045	1,0839	—9,9009
	3 31 42,513	2	3,519	22 57 15,29	2	12,08	8,6399	8,7617	0,5464	8,2310	8,9467	9,3712	1,0821	—9,9020
	3 31 48,505	1	3,527	23 16 6,6	1	12,07	8,6406	8,7628	0,5474	8,2372	8,9217	9,3765	1,0818	—9,9021
	3 32 26,399	1	3,507	22 19 38,49	1	12,03	8,6360	8,7607	0,5449	8,2157	8,9899	9,3579	1,0802	—9,9030
	3 32 37,629	2	3,506	22 16 29,30	1	12,01	8,6354	8,7609	0,5448	8,2140	8,9922	9,3564	1,0797	—9,9033
	3 32 38,155	1	3,505	22 15 23,46	1	12,01	8,6353	8,7607	0,5447	8,2135	8,9943	9,3560	1,0797	—9,9032
	3 33 10,911	2	3,544	23 57 52,01	2	11,98	8,6396	8,7671	0,5495	8,2483	8,8508	9,3852	1,0784	—9,9040
	3 33 51,054	1	3,506	22 12 35,85	1	11,93	8,6322	8,7624	0,5448	8,2097	8,9917	9,3522	1,0767	—9,9050
	3 33 51,860	1	3,537	23 36 29,30	1	11,93	8,6368	8,7668	0,5487	8,2393	8,8802	9,3774	1,0768	—9,9049
	3 33 58,915	1	3,542	23 50 57,73	1	11,92	8,6371	8,7678	0,5493	8,2438	8,8573	9,3811	1,0763	—9,9051
	3 34 0,058	4	3,527	23 7 25,41	4	11,92	8,6347	8,7655	0,5474	8,2286	8,9217	9,3684	1,0763	—9,9052
	3 34 1,168	1	3,526	23 4 11,56	1	11,92	8,6345	8,7653	0,5472	8,2276	8,9256	9,3675	1,0763	—9,9054
	3 34 15,281	2	3,547	24 1 54,93	2	11,91	8,6372	8,7687	0,5499	8,2471	8,8380	9,3838	1,0758	—9,9054
	3 34 16,250	1	3,532	23 21 27,80	1	11,90	8,6347	8,7665	0,5480	8,2328	8,9009	9,3718	1,0756	—9,9055
	3 34 39,956	2	3,537	23 36 33,71	2	11,87	8,6345	8,7679	0,5488	8,2370	8,8762	9,3751	1,0746	—9,9061
	3 35 4,022	3	3,542	23 46 1,29	3	11,84	8,6340	8,7691	0,5493	8,2392	8,8585	9,3768	1,0735	—9,9067
b	3 35 8,927	14	3,539	23 35 29,61	8	11,84	8,6333	8,7686	0,5488	8,2356	8,8739	9,3738	1,0734	—9,9068
	3 35 22,423	1	3,542	23 44 34,89	1	11,83	8,6332	8,7694	0,5493	8,2381	8,8585	9,3758	1,0729	—9,9071
	3 35 23,039	1	3,530	23 10 54,20	1	11,83	8,6314	8,7675	0,5478	8,2267	8,9084	9,3662	1,0729	—9,9070
e	3 35 27,293	4	3,549	23 56 46,35	4	11,82	8,6336	8,7702	0,5499	8,2419	8,8382	9,3789	1,0725	—9,9072
1	3 35 42,711	3	3,537	23 30 53,28	2	11,80	8,6316	8,7692	0,5487	8,2325	8,8768	9,3710	1,0719	—9,9076
	3 35 42,936	2	3,519	22 41 4,02	2	11,80	8,6288	8,7665	0,5464	8,2149	8,9479	9,3561	1,0718	—9,9076
2	3 35 49,135	1	3,547	23 56 37,40	1	11,79	8,6327	8,7707	0,5499	8,2410	8,8357	9,3780	1,0716	—9,9077
4	3 35 53,334	1	3,545	23 49		11,79	8,6321	8,7703	0,5496	8,2383	8,8480	9,3757	1,0715	—9,9078
	3 36 1,377	2	3,509	22 10 30,87	2	11,78	8,6264	8,7653	0,5451	8,2032	8,9846	9,3460	1,0711	—9,9080
c	3 36 4,531	3	3,546	23 50 54,82	2	11,77	8,6317	8,7707	0,5497	8,2384	8,8439	9,3757	1,0709	—9,9080
7	3 36 8,128	5	3,538	23 31 10,90	3	11,77	8,6305	8,7697	0,5488	8,2314	8,8751	9,3699	1,0708	—9,9081
	3 36 8,706	2	3,519	22 37 42,51	2	11,77	8,6276	8,7668	0,5464	8,2128	8,9504	9,3541	1,0708	—9,9081
k	3 36 9,086	1	3,550	24 2 9,30	1	11,77	8,6321	8,7715	0,5502	8,2420	8,8241	9,3787	1,0707	—9,9082
l	3 36 17,457	3	3,550	24 0 34,78	3	11,76	8,6316	8,7715	0,5502	8,2410	8,8267	9,3778	1,0703	—9,9083
8	3 36 29,130	3	3,543	23 41½		11,75	8,6301	8,7708	0,5494	8,2341	8,8563	9,3720	1,0699	—9,9086
9	3 36 31,718	1	3,543	23 40		11,74	8,6299	8,7707	0,5493	8,2335	8,8585	9,3714	1,0698	—9,9087
10	3 36 42,671	1	3,544	23 44 19,29	1	11,73	8,6297	8,7712	0,5495	8,2344	8,8513	9,3721	1,0695	—9,9089
	3 36 51,989	2	3,531	23 6 28,30	3	11,72	8,6272	8,7693	0,5479	8,2211	8,9080	9,3608	1,0689	—9,9091
	3 36 58,670	1	3,515	22 24 10,66	1	11,70	8,6246	8,7673	0,5459	8,2056	8,9638	9,3476	1,0685	—9,9093
12	3 37 13,750	1	3,551	24 0 17,90	1	11,69	8,6292	8,7728	0,5504	8,2385	8,8209	9,3753	1,0679	—9,9096
13	3 37 20,520	2	3,539	23 28 ——	1	11,69	8,6271	8,7712	0,5489	8,2272	8,8726	9,3658	1,0677	—9,9098
17	3 37 34,995	1	3,534	23 12 42,90	1	11,67	8,6256	8,7707	0,5483	8,2211	8,8943	9,3606	1,0669	—9,9101
p	3 37 36,797	1	3,543	23 36 8,21	1	11,67	8,6268	8,7720	0,5493	8,2293	8,8584	9,3674	1,0670	—9,9101
	3 37 37,700	1	3,536	23 17 21,74	1	11,66	8,6257	8,7710	0,5485	8,2227	8,8872	9,3619	1,0669	—9,9102

	Mittl. AR. in Zeit 1836 Jan. 1.	Zahl d. Beobb.	Jährl. Präcess.	Mittl. Decl. 1836 Jan. 1.	Zahl d. Beobb.	Jährl. Präcess.	a	b	c	d	a'	b'	c'	d'
22	3h 37' 40"894	1	3,537	23° 24' 5"43	1	11,66	8,6260	8,7714	0,5487	8,2249	8,8768	9,3638	1,0667	—9,9102
24	3 37 44,497	4	3,546	23 46 29,42	4	11,66	8,6271	8,7727	0,5498	8,2326	8,8407	9,3702	1,0666	—9,9103
η	3 37 44,828	18	3,545	23 35 30,29	15	11,64	8,6259	8,7722	0,5494	8,2284	8,8573	9,3664	1,0660	—9,9106
25	3 37 54,046	2	3,532	23 5 49,25	2	11,64	8,6244	8,7708	0,5480	8,2180	8,9025	9,3578	1,0661	—9,9106
28	3 38 39,035	1	3,529	22 54 36,81	1	11,59	8,6218	8,7711	0,5476	8,2120	8,9154	9,3524	1,0641	—9,9115
29	3 38 44,746	3	3,549	23 50 5,32	2	11,59	8,6254	8,7743	0,5501	8,2311	8,8274	9,3685	1,0639	—9,9117
f	3 39 25,375	7	3,544	23 32 44,37	5	11,53	8,6214	8,7743	0,5495	8,2230	8,8488	9,3614	1,0617	—9,9127
h	3 39 26,409	1	3,540	23 37 41,00	1	11,53	8,6220	8,7745	0,5497	8,2250	8,8445	9,3630	1,0620	—9,9126
30	3 39 32,400	1	3,512	22 6 6,28	1	11,53	8,6168	8,7697	0,5455	8,1923	8,9754	9,3352	1,0617	—9,9127
	3 39 36,103	4	3,552	23 52 25,20	3	11,52	8,6225	8,7756	0,5505	8,2290	8,8176	9,3669	1,0616	—9,9128
33	3 39 40,597	2	3,549	23 44 25,25	1	11,52	8,6217	8,7752	0,5501	8,2264	8,8325	9,3641	1,0613	—9,9129
	3 39 58,800	1	3,529	22 50 7,97		11,49	8,6179	8,7726	0,5476	8,2068	8,9149	9,3475	1,0605	—9,9133
	3 39 59,597	1	3,511	22 1 39,10		11,49	8,6154	8,7702	0,5454	8,1895	8,9777	9,3327	1,0605	—9,9134
34	3 40 0,076	3	3,538	23 12 21,34	3	11,49	8,6192	8,7740	0,5487	8,2147	8,8808	9,3541	1,0605	—9,9134
37	3 40 10,686	1	3,552	23 51		11,48	8,6207	8,7762	0,5505	8,2272	8,8182	9,3646	1,0600	—9,9136
	3 40 22,650	1	3,513	22 5 14,51		11,47	8,6146	8,7710	0,5456	8,1898	8,9720	9,3328	1,0595	—9,9139
	3 40 40,497	1	3,515	22 10 22,05	1	11,45	8,6140	8,7716	0,5459	8,1908	8,9636	9,3335	1,0586	—9,9143
39	3 40 41,614	2	3,555	23 59 26,58	2	11,43	8,6198	8,7774	0,5509	8,2288	8,7983	9,3657	1,0586	—9,9143
40	3 41 8,039	4	3,545	23 27 32,64	2	11,41	8,6169	8,7763	0,5496	8,2168	8,8500	9,3555	1,0574	—9,9149
	3 42 23,706		3,574	24 40 14,22		11,32	8,6175	8,7820	0,5531	8,2379	8,6990	9,3725	1,0539	—9,9165

Endlich wollte ich Ihnen noch einige am 13ten August beobachtete Sternschnuppen mittheilen. Die voranstehenden Buchstaben bezeichnen die vorher erwähnten Beobachter.

	M. Hamb. Zeit.	
F.	9h 28' 23"	Cassiop. — Aries.
R.	9 34 15,2	Leo minor.
R.	9 36 17,9	Androm.
F.	9 36 25	Urs. min. Urs. maj.
R.	9 49 21,7	Lyra.
F.	9 58 27	Urs. maj. Bootes.
R.	9 59 25,4	Urs. maj. Leo min.
F.	9 59 45,0	Urs. maj. Bootes.
R.	10 7 56,6	Cygnus. Aquil.
R.	10 9 20,4	Auriga.
R.	10 11 54,0	Ursæ maj.
F.	10 13 15	Antinous.
R.	10 13 20,7	Cygnus. Urs. min.
R.	10 18 43,9	Cassiop.
F.	10 19 1,0	Südlich vom Bootis.
R.	10 19 41,7	Ursæ minor.
R.	10 23 23,1	Lyræ Dracon.
R.	10 24 2,0	Corona Bootes.
R.	10 26 51,5	Caput Serpentis.
W.	10 34 36,9	Andromeda.
R.	10 37 0,9	Serpentis.
W.	10 37 37,4	Cassiop.
F.	10 40 11,0	Aquil. Antin.
R.	10 45 49,4	Corona Bootis.
R.	10 49 39,0	Aquil. Serpentis.

	M. Hamb. Zeit.	
F.	10h 56' 20"0	Arietis.
W.	11 1 15,4	infr. Cass. et And.
W.	11 6 31,0	Cetus.
F.	11 8 48,0	Cetus.
W.	11 21 2,1	γ Androm.
W.	11 28 16,6	infr. Pers. et Aries.
F.	11 30 48,0	Androm. Triang.
W.	11 33 30,1	Cassiop.
F.	11 35 34	Corona.
W.	11 38 39,2	Aurigæ.
W.	11 42 14,2	Aurigæ.
F.	11 47 43,5	Hercules. Urs. maj.
F.	11 53 18	Drac. Urs. min.
F.	11 58 57	Aquila Sagittar.
W.	12 2 55,8	infr. Plej. et Aries.
W.	12 5 16,3	Perseus.
F.	12 6 46	Androm.
F.	12 19 19	Arietis Pisces.
W.	12 28 59,4	infr. Plej. et Aries.
W.	12 31 59,4	Auriga.
W.	12 41 17,9	Plej. et Aries.
F.	12 53 59	Cass. Ceph.
F.	13 12 18	Cygnus Pegasus.
F.	13 15 17	Corona Horizont.
W.	13 16 19	Taurus.
F.	13 18 54	Draco. Ceph.
W.	13 23 22	Plejades.
F.	13 24 39	Draco. Ursæ maj.

Rümker.

Bedeckung der Venus vom Monde in Altona beobachtet 1841 Sept. 11.

		Mittl. Zeit.		Sternzeit.	
Eintritt	heller Rand, unteres Horn	19ʰ26′43″4	=	6ʰ51′ 8″4	nach Umständen gut.
——	—— oberes ——	19 26 58,3	=	6 51 23,4	nach Umständen gut.
Völliges Verschwinden		19 27 20,45	=	6 51 45,55	sehr scharf.
Austritt	dunkl. Rand, oberes Horn	20 29 15,0	=	7 53 50,3	zu spät.
	erster Lichtpunkt	20 29 46,1	=	7 54 21,4	nach Umständen gut.

Schreiben des Herrn Directors *Rümker* an den Herausgeber.

Hamburg 1841. Sept 12.

Ich bin so frei Ihnen meine letzten Sternbedeckungen mitzutheilen.

			Rümker.	*Weyer.*	*Funk.*	
Sept. 10.	179 Gemin.	E.	14ʰ 1′47″93			M. Z.
		A.	14 54 10,83		14ʰ54′12″0	
	Anon.	A.			14 3 13,7	
	Anon.	A.			14 41 34,1	
	Anon.	A.	15 17 19,53	15ʰ17′10″6	15 17 9,5	

Bei dem letzten Austritte mufs ich wohl 10″ verzählt haben. Die Beobachtung war übrigens scharf.

			Rümker.	*Weyer.*	*Funk.*	
Sept. 11.	Venus. Eintr.	1. Horn	19 26 48,31	19 26 48,8	19 26 49,53	——
		2. Horn	19 27 8,28			
		Verschwind.	19 27 31,03	27 30,9	27 31,53	
	Austr.	erste Erscheinung	20 29 36,03	20 29 36,0	20 29 25,3	
		vollend. Austritt	20 29 58,3	29 55,9	20 29 51,3	

Rümker.

Berichtigung. S. 268. Anstatt Austritt ist zu lesen, Eintritt, und umgekehrt.

A n z e i g e.

Es ist schon in den früheren Bänden dieser Nachrichten bemerkt, dafs ohne ausdrückliche Bestellung und Vorausbezahlung keine Nummer eines neuen Bandes versandt wird. Die Herren Abonnenten, welche diese Blätter fortzusetzen wünschen, werden also, um Unterbrechungen zu vermeiden, ersucht baldmöglichst ihre Bestellungen einzusenden.

Man prännmerirt mit 8 ℳ Hamburger GrobCourant, und von diesem Preise wird auch den Postämtern und Buchhandlungen kein Rabatt gegeben. Ueberhaupt sind alle in dieser Anzeige bemerkten Preise, Nettopreise.

Einzelne Nummern werden nur zur Completirung, wenn sie vorräthig sind, à 4 ggr. abgelassen.

Da sehr wenig Exemplare mehr gedruckt werden als bestellt sind, so kann ein Band, der schon geschlossen ist, nicht unter 12 ℳ Hamburger GrobCourant verkauft werden. Die einzige Ausnahme ist wenn alle schon geschlossenen Bände, vom 3ten (inclusive) an, auf einmal genommen werden, und wenn also, wie bei dem Verkaufe einzelner Bände, keines von den wenigen noch übrigen Exemplaren des ganzen Werks incomplet gemacht wird. In diesem Falle wird der Band auch nur zu 8 ℳ gerechnet. Der erste Band ist ganz vergriffen.

Die Anzeigen von Büchern, Instrumenten u. s. w. in den Intelligenzblättern, werden mit 2 ggr. die Zeile vergütet.

Altona 1841. September 30.

Register.

C.

H.

I.

K.

L.

M.

W.

Z.



owing to change of Weather.

…by Capt. H. R. Davis
…ght Infantry.

Engraved by W. H. Lowry.

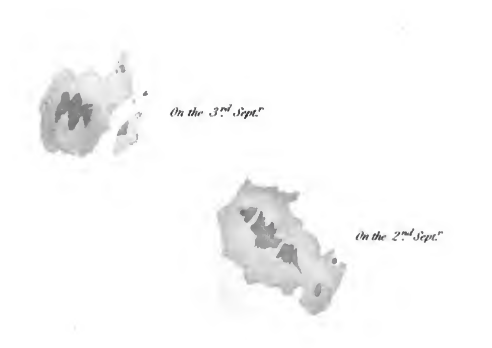
Large Spots as seen Augt. 30th 1839.

Plate 2

...wn by Capt. H. S. Davis 12th Light Infantry

Engraved by W. H. Kearney

Solar Spots, seen at the Observatory, Armagh, with Dr. Robinson's 8ft. Achromatic Glass. Sept. 2nd 1839.


On the 3rd Sept.r
On the 2nd Sept.r

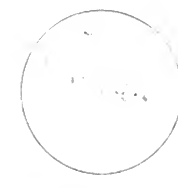
wn by Capt. H. R. Davis. 52nd Light Infantry.

Shewing change in form & position of a Spot, as seen on the 2nd & 3rd of Sept. 1839.

Engraved by W. H. Kearney.

Plate 4

Detail of Spots, Sept.r 3rd with 8 feet Achromatic telescope, Aperture 7 inches, power 181.



...by Capt. H. R. Davis, ...Light Infantry

Engraved by W. H. Kearney

The same. Sept.r 4th with 42 inch Glass. Aperture 3¼ inches, power 80.